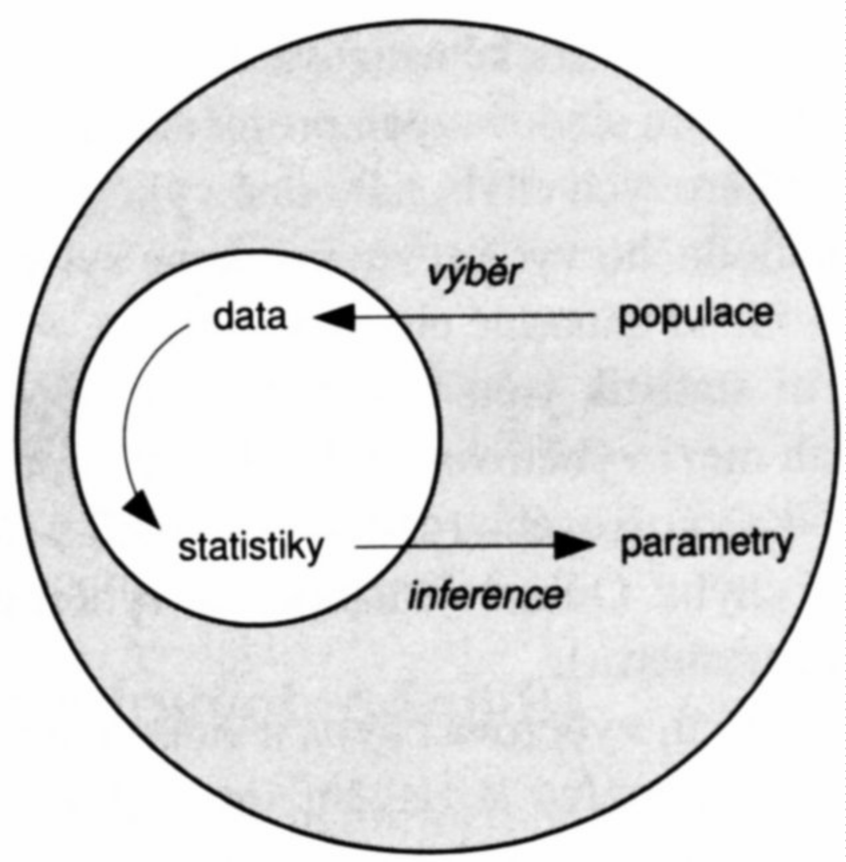
PSY117/454 Statistická analýza dat v psychologii – přednáška 8

Statistické usuzování, odhady

Výběr – od deskripce k indukci



- Deskripce dat, odhad parametrů
- Usuzování = inference = indukce

- Počítá se s náhodným výběrem
  - tj. výběr jedince splňuje podmínky náhodného pokusu
  - není-li výběr v pravém slova smyslu náhodný, uvažujeme, v čem se p-dobně liší od náhodného

AJ: statistical description, inference, population, sample, data, statistics, inference, parameters, random sample (sampling)

Statistiky a parametry

- Na vzorku (datech) počítáme **statistiky**
- Hodnotě statistiky v celé populaci říkáme **parametr**.
  - Pro parametry používáme odpovídající písmena řecké abecedy
    - např. průměr: statistika m, parametr μ (mí)
    - další: σ (sigma), ρ (ró), δ (delta - rozdíl)
- Statistiky jsou **odhady** parametrů
  - tj. jsou vždy zatíženy chybou – **výběrovou chybou**
  - *chyby náhodné* – umíme spočítat, známe-li **výběrové rozložení**
  - *chyby systematické* – nevhodné statistiky, špatné měření, špatný způsob výběru vzorku (metodologie)
- Jak dobré jsou tyto odhady?

AJ: estimates, sampling error. random error, systematic error, sampling distribution

Výběrové rozložení a sm. chyba

- Spočítáme-li tutéž statistiku na mnoha nezávislých náhodných vzorcích
  - získáme mnoho odhadů parametru
  - tyto odhady mají nějaké rozložení
  - říkáme mu **výběrové rozložení**
- Výběrové rozložení obvykle můžeme popsat
  - průměrem
  - směrodatnou odchylkou -
  - smodchylce říkáme **směrodatná chyba** ((odhadu) parametru)
    - nebo také střední chyba a obecněji i výběrová chyba
- Obecně platí, že…
  - … čím je velikost vzorku/ů větší, tím je směrodatná chyba menší

- Ale jak je to přesně?

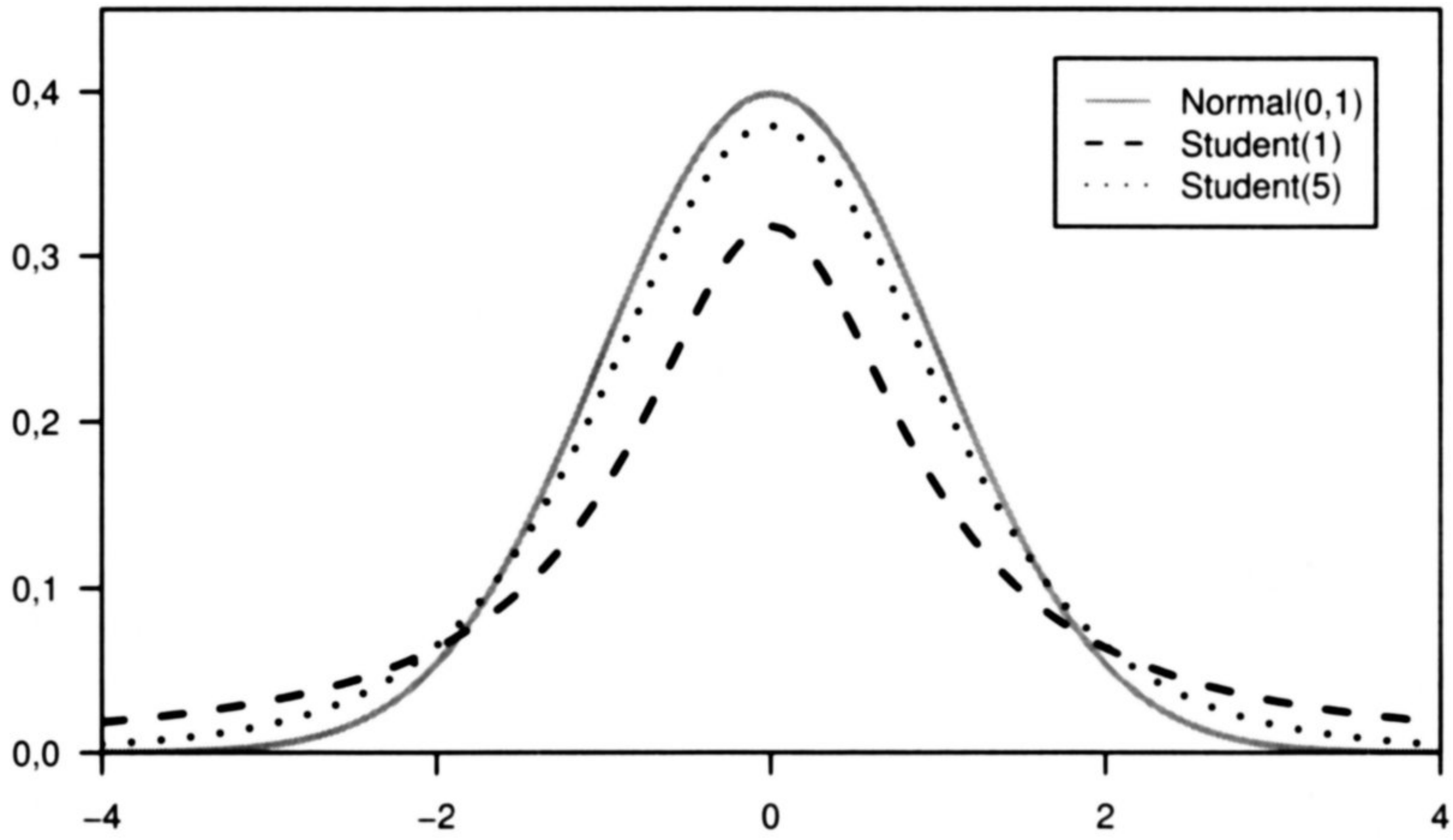
AJ: sampling distribution, standard error (of the mean)

Výběrové rozložení (odhadu) průměru

- Odhad průměru má přibližně **normální rozložení**
  - jehož průměr je μ
  - se směrodatnou chybou .... $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
  - Platí to i tehdy, když rozložení proměnné není normální.
    - a to „díky“ **centrálnímu limitnímu teorému**
  - Jenomže my obvykle neznáme σ...
- Neznáme-li σ, musíme použít s
  - průměr zůstává μ
  - směrodatná chyba je nyní .... $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$
  - výběrové rozložení <u>není</u> normální, jde o **Studentovo *t*-rozložení**
  - *t*-rozložení
    - se podobá normálnímu s těžšími konci (t je pro t-rozložení totéž, co z pro normální rozložení)
    - má různé tvary pro různá n: stupně volnosti – ν (ní)
      - zde $\nu = n$-1; čím vyšší n, tím se t-rozložení blíží normálnímu

AJ: central limit theorem, Student's t-distribution, degrees of freedom (d.f.)

Studentovo *t*-rozložení



Výběrové rozložení dalších statistik

Nyní je tedy třeba ke každé popisné statistice znát ještě další vlastnost – teoretické výběrové rozložení

- relativní četnost – přibližně normální - Hendl 156
- rozptyl – po transformaci χ^2-rozložení (chí kvadrát) - Hendl 159
- Pearsonův korelační koeficient – po Fisherově transformaci normální – Hendl 252

- Teoretická výběrová rozložení různých statistik jsou různá
  - statistika je obvykle nějak transformována do podoby, která má jedno z následujících rozložení
    - normální
    - chí-kvadrát rozložení (Pearsonovo)
    - *t*-rozložení (Studentovo)
    - *F*-rozložení (Fisherovo, Snedecorovo)
  - není třeba je znát z hlavy, programy je používají za vás
  - pro interpretační potřeby si obvykle vystačíme s představou výběrového rozložení průměru
- Pozor, centrální limitní teorém se týká pouze výběrového rozložení průměru

AJ: chi-square distribution, F-distribution

Bodové vs. intervalové odhady

α je p-nost chyby a proto je hladina spolehlivosti 1-α, tj. 95% spolehlivost znamená 5% chybovost: (1-0,05)

Parametr se můžeme snažit odhadnout…

- **bodovým odhadem** – tj. odhadujeme přímo hodnotu parametru, např. průměr. Kvalita bodového odhadu viz Hendl 169.
- **intervalovým odhadem** – tj. odhadnutím intervalu, v němž se parametr s určitou p-ností vyskytuje
  - výsledkem intervalového odhadu je **interval spolehlivosti**
  - interval spolehlivosti tvoříme z bodového odhadu a znalosti jeho výběrového rozložení, tj. (bod±ochylka)
  - intervalový odh. je lepší - obsahuje více informací $_{(1-\alpha)}CI = \bar{X} \pm _{1-\alpha/2} z \sigma_{\bar{X}}$
  - té p-nosti se v tomto kontextu říká **hladina spolehlivosti** (1-α)
    - typicky se používá 95% a 99% hladina spolehlivosti
    - pak říkáme, že hledaný parametr je s 95% p-ností v intervalu spol.

AJ: point estimate, interval estimate, confidence interval (CI), level of confidence, consistency, unbiasedness, relative efficiency, resistence

Příklad konstrukce intervalu spolehlivosti

Na vzorku dětí (n=100) s různobarevnýma očima jsme spočítali průměrné IQ 130 a s =15.

- **bodový odhad** průměrného IQ v populaci dětí s různobarevnýma očima (tj. parametru, μ) je 130
- **intervalový odhad**
  - střed intervalu spolehlivosti bude na bodovém odhadu, tj. m
  - víme, že výběrové rozložení průměru má t–rozložení se stupni volnosti $\nu = n - 1 = 99$
  - zvolíme-li hladinu spolehlivosti $1-\alpha$ =95%,
  - pak v tabulkách (Excelu) zjistíme, že 95% rozložení je mezi hodnotami t=-2,276 a 2,276 (tj. ${}_{1-\alpha/2}t(\nu) = {}_{0,975}t(99) = 2,276$ excel: TINV(0,025;99))
  - směrodatná chyba odhadu průměru $s_m = s/\sqrt{n} = 15/\sqrt{100} = 1,5$
  - interval spolehlivosti = $(m - 2,276 s_m;\ m + 2,276 s_m) = (126,6 ; 133,4)$, tj. s 95% pravděpodobností $126,6 \leq \mu \leq 133,4$

pozor na tento rozdíl: ve středu intervalu je m, někde v intervalu je v 95% případů μ

Interpretace intervalu spolehlivosti

- … je prostá, avšak zrádná
- 95% interval spolehlivosti znamená, že sestrojujeme-li tento interval dle výše uvedených instrukcí, **v 95% případů sestrojení intervalu tento interval zahrnuje odhadovaný parametr**, tj. v 95% případů je závěr, že μ je mezi čísly *a* a *b*, správný.
- V tomto smyslu to také znamená, že máme subjektivní 95% jistotu, že parametr je v námi určeném intervalu.
- V konkrétním případě, kdy jsme spočetli konkrétní interval spolehlivosti ($126{,}6 \leq \mu \leq 133{,}4$), to neznamená, že v 95% případech je μ v intervalu od 126,6 do 133,4.
  - To proto, že μ je konstanta; při opakovaných výzkumech se nemění. Díky omylnému výběru v každém výzkumu vychází poněkud jiný interval sestrojený podle jiného výběrového průměru. Jinými slovy, trefujeme se obručí na kolík a ne kolíkem do obruče.
- O čem tohle slovíčkaření je? O rozdílu mezi četnostním a subjektivním (Bayesovským) pojetím pravděpodobnosti.