

Porovnávání středních hodnot

1. Které z uvedených jsou statistické hypotézy?

- a) $H_0: \mu = 100$ b) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ c) $H_0: \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = 0$

2. Jsou výrazy $\mu_1 - \mu_2 = 0$ a $\mu_1 = \mu_2$ identické?

3. Lze hypotézu (b) z první otázky nazvat nulovou hypotézou?

4. Když budeme porovnávat pretestovou průměrnou hmotnost skupiny 100 dospělých v zeštíhlovacím programu s jejich posttestovou průměrnou hmotností, budou tyto dva průměry nezávislé?

5. Které z následujících požadavků *nejsou teoreticky* požadovány pro provádění t-testů s nezávislými výběry?

- a) proměnná normálně rozložená v obou populacích
b) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
c) velmi vysoké n

6. Když testujeme $H_0: \mu_1 = \mu_2$ a n_1, n_2 jsou velmi malé, tvar t -rozložení je

- a) normální
b) uniformní
c) bimodální
d) leptokurtický

7. Pokud jsou všechny předpoklady splněny, ve které z následujících situací se bude t -rozložení nejméně lišit od normálního?

- a) $n_1=10, n_2=10$
b) $n_1=50, n_2=20$
c) $n_1=20, n_2=20$

8. Je t -rozložení s libovolným počtem stupňů volnosti symetrické se středem v 0?

9. Který z následujících symbolů označuje odhad směrodatné chyby rozdílu mezi dvěma průměry?

- a) $s_{x_1 - x_2}$
b) $\sigma_{x_1 - x_2}$
c) s_x
d) $s^2_{x_1 - x_2}$

10. Je pravda, že ${}_{0,10}t_{60} = -{}_{0,90}t_{60}$? (lze psát též ${}_{0,10}t(60)$)

11. Je-li $\nu = 60$, jaké jsou kritické hodnoty pro t při $\alpha = 0,10$, $\alpha = 0,05$ a $\alpha = 0,01$? (použijte Excel, OO.o Calc...)

12. Na které z uvedených hladin významnosti je nejmenší pravděpodobnost chyby I. typu?

- a) $\alpha = 0,10$
b) $\alpha = 0,05$
c) $\alpha = 0,001$
d) $\alpha = 0,01$

13. Kdy je nejmenší pravděpodobnost chyby II. typu, pokud jsou situace identické až na zvolenu α ?

- a) při $\alpha = 0,10$
b) při $\alpha = 0,05$
c) při $\alpha = 0,001$

14. Při $\alpha = 0,05$, budou s rostoucím n kritické hodnoty t klesat?

15. Při $\nu = 60$, $\alpha = 0,05$ a $s_{x_1 - x_2} = 2,0$, jak velký musí být rozdíl $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$, aby mohla být H_0 zamítnuta?

16. Pokud $s_1^2 = 50$ a $s_2^2 = 100$., za jakých podmínek bude $s^2_{\text{pooled}} = 75$?

19. Pokud získáme hodnotu $t = 2,0$ při $n_1 = 11$ a $n_2 = 11$, která z následujících tvrzení jsou při $\alpha = 0,05$ pravdivá?

- a) $\nu = 20$
b) kritická hodnota t je 2,09

- c) $p > 0,05$
- d) $0,10 > p > 0,05$
- e) $p < 0,05$
- f) $p < 0,10$

20. Znamená větší velikost vzorku menší pravděpodobnost chyby I. typu?
21. Při konstantní hodnotě α , znamená větší velikost vzorku menší pravděpodobnost chyby II. typu?
28. Je-li nulová hypotéza pravdivá, lze se dopustit chyby II. typu?
29. Je-li nulová hypotéza pravdivá, jaká je nejpravděpodobnější hodnota t ?
- a) 0
 - b) 1
31. Ve které z následujících situací je třeba ověřovat předpoklad normality před provedením t -testu?
- a) $n_1=5, n_2=5$
 - b) $n_1=10, n_2=50$
32. Za jakých okolností můžeme ignorovat předpoklad homogenity rozptylů?
33. Které z následujících výroků o předpokladech t -testu byly empiricky potvrzeny?
- a) t -test je robustní vzhledem k předpokladu normality.
 - b) t -test je robustní vzhledem k předpokladu homogenity rozptylů jsou-li velikosti skupin stejné.
 - c) t -test je robustní vzhledem k předpokladu nezávislosti pozorování.
36. Ve kterých z uvedených případů jde o korelovaná (závislá, párová) data?
- a) Síla měřená ve věku 10 a 12 u týchž 21 dětí.
 - b) Ve věku 6 let jsou porovnávány průměrné skóry ve čtení 50 děvčat a 50 chlapců.
 - c) Jsou porovnávány IQ skóry před terapií a po terapii u jedné skupiny pacientů.
 - d) 40 studentů obecné psychologie je náhodně rozděleno do dvou skupin s různým seminárním programem. Jsou srovnávány průměrné výkony těchto dvou skupin v závěrečné písemce.
 - e) Byl srovnáván výkon účastníků výzkumu ihned po experimentu a s několikátýdenním odstupem.
 - f) Porovnávaly se relativní výkony 100 dětí v matematice a v češtině.
37. Předpokládejme, že badatel nerozpoznal v případě (a) z předchozí otázky, že jde o korelované skupiny. a provedl t -test pro nezávislé skupiny. V čem by byly výsledky testu jiné? (ano-ne)
- a) Rozdíl $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ by byl jiný.
 - b) Vypočtená hodnota $s_{x_1 - x_2}$ by byla příliš velká.
 - c) Zjištěná testová statistika t by byla příliš nízká.
42. Pokud zjistíme u Wechslerova IQ v experimentální skupině průměr 109 a v kontrolní skupině průměr 100, jaká je velikost účinku?

P1. Byl uspořádán experiment na zjištění efektu poskytnutí osnovy látky, která má být naučena. Padesát vysokoškolských studentů matematiky bylo rozděleno na 2 skupiny. První skupině byla ještě před studiem 10stránkového materiálu o topologii promítnuta osnova látky, kterou tento materiál pokrýval. Druhá skupina si místo osnovy před studiem přečetla desetistránkový životopis Eulera a Riemanna. Na konci experimentu dostaly obě skupiny test z topologie. Počet správně zodpovězených otázek je naší závislou proměnnou.

Skupina 1 (osnova)	$n_1 = 25$	$m_1 = 7,65$	$s_1^2 = 6,50$
Skupina 2 (životopisy)	$n_2 = 25$	$m_2 = 6,00$	$s_2^2 = 5,90$

a) Formulujte H_0 .

- b) Jaká je hodnota odhadu rozptylu z obou skupin s^2_{pooled} ?
 c) Spočítejte $s_{x_1 - x_2}$
 d) Spočítejte t .
 e) Jaká je kritická hodnota t pro $\alpha = 0,05$?
 f) Je H_0 zamítnuta?
 g) Závěr tedy je...
 h) Sestrojte 90% interval spolehlivosti pro rozdíl průměrů.
 i) Vyjádřete rozdíl průměrů jako velikost účinku.

P2. V okresním [state] testu čtení bylo zahrnuto 14 úkolů. V celostátním [nation] šetření bylo použito stejných 14 položek. V tabulce níže jsou uvedeny procentuální úspěšnosti v okresním a celostátním šetření. Ověřte, zda hypotéza $H_0: \mu_o = \mu_{cs}$, je udržitelná na 5% hladině statistické významnosti. (Úkoly považujte za vzorek populace možných úkolů ze čtení.)

Percentage Correct			
Item	State X_S	Nation X_N	$X_S - X_N = X_d$
1	83 %	83 %	0
2	81	76	5
3	75	76	-1
4	76	82	-6
5	40	35	5
6	76	74	2
7	78	68	10
8	27	27	0
9	60	66	-6
10	67	67	0
11	66	64	2
12	67	62	5
13	92	91	1
14	73	63	10
	$\Sigma X_S = 961$	$\Sigma X_N = 934$	$\Sigma X_d = 27$
	$\bar{X}_S = 68.64\%$	$\bar{X}_N = 66.71\%$	$\bar{X}_d = 1.93\%$

- a) Jaký je rozptyl rozdílových skóreů?
 b) Jaká je směrodatná chyba průměru rozdílových skóreů?
 c) $t = ?$
 d) Zamítáme H_0 ?
 e) Jaký je 95% CI pro μ_d ?
 f) Jsou statistickou jednotkou osoby nebo úkoly?
 g) Která z následujících interpretací intervalu spolehlivosti je v tomto případě správná?
 i) Kdybychom těchto 14 úkolů zadali všem žákům v obou populacích, máme 95% jistotu, že hodnota μ_d je někde mezi -0,86% a 4,72%.
 ii) Kdybychom zadali velké množství takových úkolů stejnému vzorku žáků, máme 95% jistotu, že okresní průměr μ_o není o více než 0,86% nižší a o 4,72% vyšší než státní průměr μ_s .

P3. Chceme zjistit, jestli má určitá redukční dieta dlouhodobý efekt. Deset dospělých bylo zváženo před držetím diety a pak ještě jednou o rok později. Rozdíl mezi prvním a druhým vážením má průměr 3,11 a směrodatnou odchylku 5,62.

- a) Je $H_0: \mu=0$ platná na 10% hladině statistické významnosti?
 b) Sestrojte 90% interval spolehlivosti pro μ .

P4. 125 dětí se špatnými výsledky ve čtení bylo zařazeno do nápravného programu. Výsledky po 8 měsících účasti v programu jsou uvedeny v následující tabulce.

Pretest	Posttest
$\bar{X}_{Pre} = 4.5$	$\bar{X}_{Post} = 5.9$
$s_{Pre} = 1.8$	$s_{Post} = 1.9$
$s_{\bar{X}_{Pre}} = .16$	$s_{\bar{X}_{Post}} = .17$
$r = .8$	

- a) Bylo by vhodné použít jednostranný test? Jaké je kritické t pro $\alpha = 0,01$ (jednostranně)?

- b) Zvýšil se průměrný výkon ve čtení statisticky významně?
- c) Bylo by možné zamítnout $H_0: \mu_{pre} = \mu_{post}$ i na hladině $\alpha = 0,001$ (jednostranně)?
- d) Byl nárůst výkonu statisticky významně vyšší o více než 0,8 bodu na hladině významnosti $\alpha = 0,0005$ (jednostranně)?
- e) Dokazují tyto výsledky, že nápravný program je velmi efektivní?

P5. Byl zjišťován efekt celodenního (E) navštěvování školky s efektem půldenního (C) navštěvování školky na dovednost ve čtení na konci druhé třídy. Srovnával se průměrný skóre ve čtení 41 (E)-žáků se průměrným skórem 35 (C)-žáků. Výsledky shrnuje následující tabulka:

	E	C
\bar{X}_j	64.53	63.56
s_j	11.1	10.4
n_j	41	35

- a) Proveďte t -test k vyhodnocení $H_0: \mu_E = \mu_C$ při $\alpha = 0,1$.
 - b) Sestrojte 90% interval spolehlivosti pro rozdíl průměrů.
 - c) Odhadněte velikost účinku (Cohenovo d)
 - d) Dokazuje studie, že mezi absolventy E a C není žádný rozdíl ve čtení?
- P6. Autoři učebnice Glass a Hopkins provedli anonymní šetření mezi svými studenty a zeptali se jich, jak moc se jim líbí statistika. Výsledkem odpovědí 12 studentů byl průměr $m_M = 5,25$ a rozptyl $s_M^2 = 6,57$ a výsledkem odpovědí 31 studentek byl průměr $m_Z = 4,37$ a $s_Z^2 = 7,55$.
- a) Existuje statisticky významný rozdíl mezi studenty a studentkami na 10% hladině?
 - b) Vytvořte 90% interval spolehlivosti pro každý průměr (ne pro rozdíl průměrů).
 - c) Vyjádřete rozdíl mezi průměry jako velikost účinku (Cohenovo d).
 - d) Kdyby uvedené popisné statistiky zůstaly stejné, ale velikost vzorku by se zečtveronásobila, zůstala by H_0 v platnosti? Srovnajte získané t s t_{crit} , které jste získali v otázce (a).

Dobrym cvičením jsou také úlohy v kapitolách 9 a 10 studijní příručky manželů Aronových (zejm. str. 190, 191, 215-217).

Odpovědi

1. (a) a (b)
2. ano
3. ano
4. ne
5. c
6. d
7. b ($\nu=68$)
8. ano
9. a
10. ano
11. $TINV(\alpha;60)$; 1,67; 2,00; 2,66
12. c
13. a
14. ano (Platí to při jakékoli hladině α)
15. $d = t \cdot s_{x_1 - x_2}$ a kritické t je při $\nu = 60$, $\alpha = 0,05$ rovno 2,00. Rozdíl d tedy musí být větší než $2,0 \cdot 2,00 = 4$ body.
16. Pokud $n_1=n_2$, s^2_{pooled} je vlastně takový vážený průměr rozptylů obou skupin.
19. a, b, c, d, f
20. Ne, pravděpodobnost chyby I. typu si volíme.
21. ano
28. ne
29. a
31. ani (a) ani (b)
32. $n_1=n_2$
33. a, b
36. a, c, e, f
37. ne, ano, ano
42. Cohenovo d (d') = $9/15=0,6$.

- P1. a) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
b) 6,20
c) 0,70
d) 2,34
e) $\nu = 48$, $0,975t(48) = 2,01$
f) ano
g) $\mu_1 > \mu_2$, osnova, zdá se, má pozitivnější efekt na učení než čtení životopisů matematiků
h) $90\%CI = 1,65 \pm 1,68(0,70) = (0,47; 2,83)$
i) $d' = 1,65/2,49 = 0,66$

- P2. a) 23,5
b) 1,29
c) 1,50
d) ne
e) (-0,86% ; 4,72%)
f) úkoly
g) ii

- P3. a) Ano, $t = 1,75$.
b) (-0,15; 6,37)

- P4. a) ano; $0,99t(124)=2,36$ ($tinv(0,02;124)$)
b) ano; $t= 13,3$
c) ano
d) ano; $t = 5,71$

e) Ne, posttestové skóry jsou ovlivněny efektem regrese do průměru. Fakt, že můžeme s vysokou jistotou zamítnout H_0 , vypovídá pouze o tom, že skóry ovlivňuje něco více než jen náhoda. Zjištění příčiny je na designu studie.

- P5. a) $t = 0,39$; H_0 ponecháváme v platnosti.
b) (-3,17; 5,11)
c) $d = 0,09$
d) Ne, nedostatek empirických dokladů pro vyvrácení H_0 ještě H_0 nedokazuje.

- P6. a) $t = 0,96$; H_0 zůstává v platnosti.

b) 90%CI pro μ_M : (3,92; 6,58) a pro $\mu_{\bar{z}}$: (3,53; 5,21)

c) $0,88/2,70 = 0,33$

d) $t = 1,93$; ${}_{0,90}t(174) = 1,65$; H_0 na 10% hladině zamítnuta; t se zdvojnásobilo.