

ANOVA

9. 11. 2011

PSY252 Statistická analýza dat II

Program dnešní přednášky

- jednofaktorová (one-way) ANOVA
- faktoriální (two...-way) ANOVA
- ANCOVA (ANOVA s kovariáty)
- MANOVA (ANOVA s více závislými)

ANOVA (**a**nalysis **o**f **v**ariance)

- Liší se 2 skupiny v průměrné hodnotě nějaké proměnné? → **t-test**
- Liší se 3 (a více) skupiny v průměrné hodnotě nějaké proměnné? → **ANOVA**
 - „Liší se Češi, Romové a Ukrajinci ve své důvěře k českým institucím?“
 - „Liší se průměrná tepová frekvence participantů, kteří byli vystavení podnětu A, podnětu B a žádnému podnětu (kontrolní skupina)?“

ANOVA (**a**nalysis **o**f **v**ariance)

- Liší se 2 skupiny v průměrné hodnotě nějaké proměnné? → **t-test**
- Liší se 3 (a více) skupiny v průměrné hodnotě nějaké proměnné? → **ANOVA**
 - „Liší se Češi, Romové a Ukrajinci ve své důvěře k českým institucím?“
 - „Liší se průměrná tepová frekvence participantů, kteří byli vystavení podnětu A, podnětu B a žádnému podnětu (kontrolní skupina)?“

1 nezávislá kategorická → 1 závislá intervalová

ANOVA

ANOVU v zásadě provádíme ve 2 krocích:

KROK 1: Existuje mezi skupinami nějaká odlišnost?

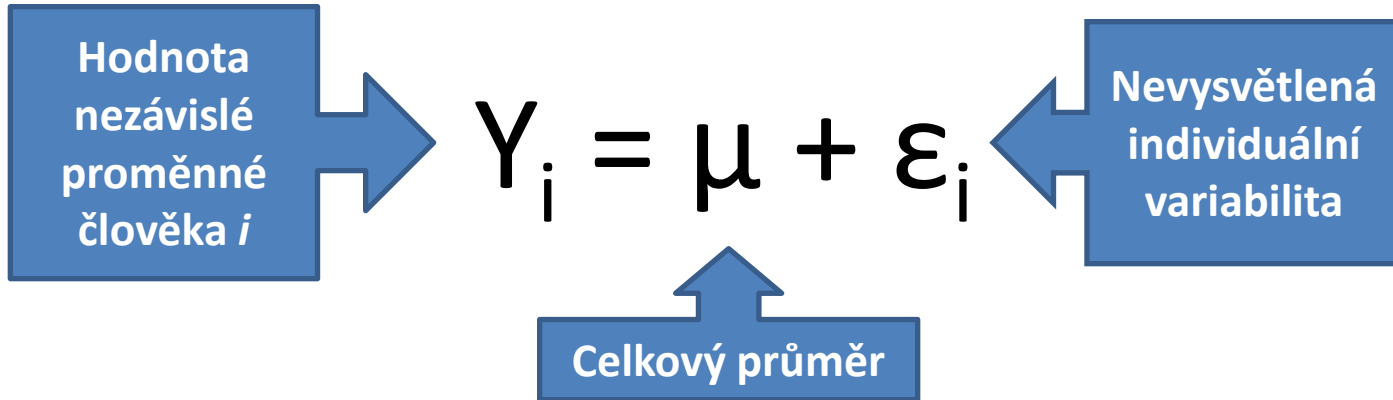
- spočítáme statistiku F a testujeme, zda překračuje kritickou hodnotu

Pokud NE → konec

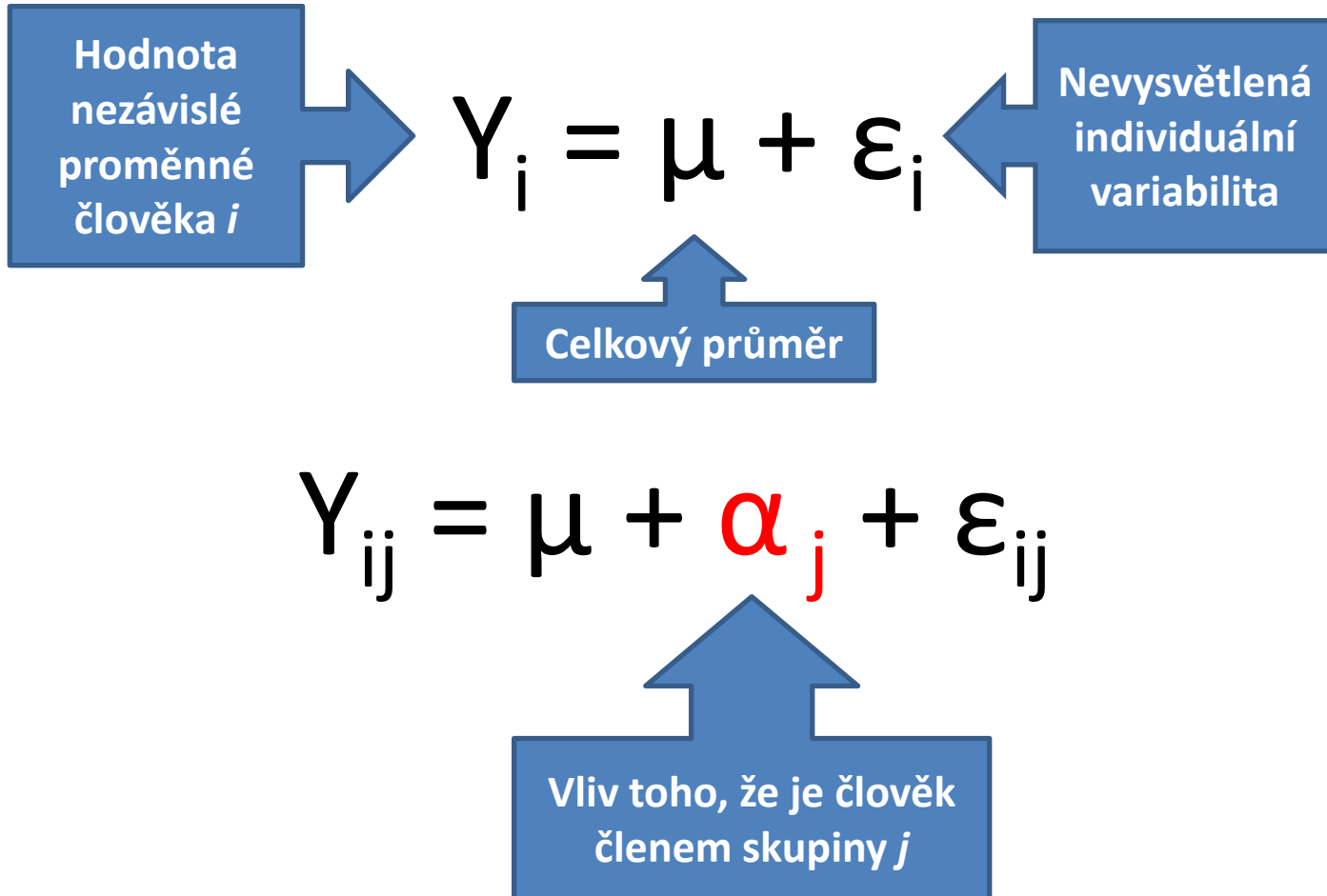
Pokud ANO → **KROK 2: Mezi jakými skupinami konkrétně tato odlišnost existuje?**

- máme o tom hypotézy → plánované kontrasty
- nemáme o tom hypotézy → post-hoc testy

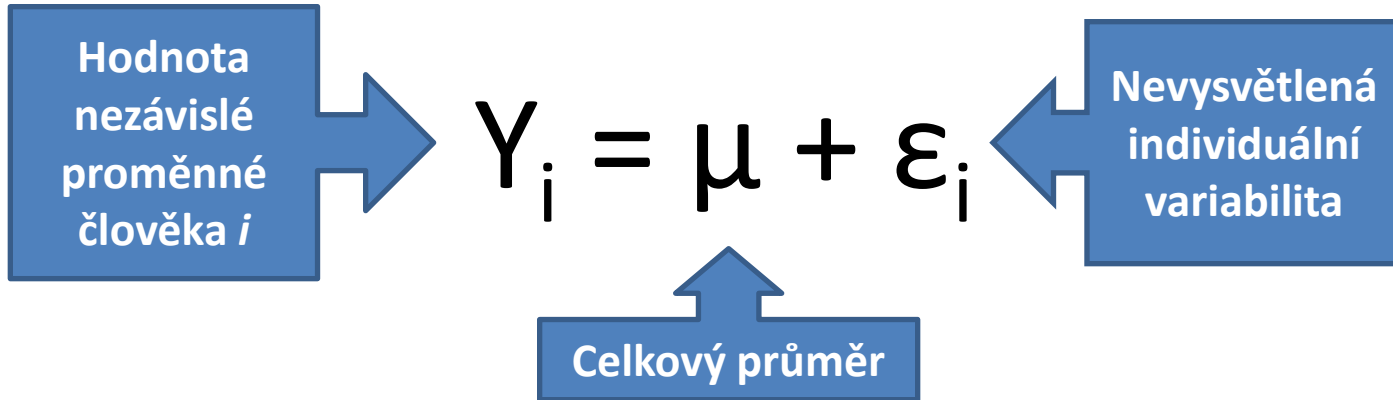
ANOVA jako regrese



ANOVA jako regrese



ANOVA jako regrese



$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

Podstata ANOVY

Jak dobře je závislá proměnná vysvětlena modelem, který předpokládá odlišnost skupin ($\alpha \neq 0$)? Nepostačí nám stejně dobře model, který předpokládá, že se skupiny neliší?

ANOVA jako regrese

Členství v některých organizacích snižuje materialismus adolescentů.

Nezávislá kategorická proměnná: **organizace**

3 hodnoty: náboženská, občanská, sportovní

Závislá intervalová proměnná: **materialismus**

Liší se členové náboženských, občanských a sportovních organizací ve svém materialismu?

ANOVA jako regrese

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \mathbf{b_1}[\mathbf{organizace}] + \varepsilon_i$$

ANOVA jako regrese

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \mathbf{b}_1[\mathbf{organizace}] + \varepsilon_i$$

Každá kategorická proměnná o k hodnotách (úrovních) může být vyjádřena souborem $k-1$ binárních dummy proměnných.

3 typy organizací \rightarrow 2 binární proměnné **nab** a **obc**

nab = 1 & **obc** = 0 \rightarrow člen náboženské organizace

nab = 0 & **obc** = 1 \rightarrow člen občanské organizace

nab = 0 & **obc** = 0 \rightarrow člen sportovního oddílu

ANOVA jako regrese

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \mathbf{b}_1[\mathbf{organizace}] + \varepsilon_i$$

Každá kategorická proměnná o k hodnotách (úrovních) může být vyjádřena souborem $k-1$ binárních dummy proměnných.

3 typy organizací \rightarrow 2 binární proměnné **nab** a **obc**

nab = 1 & **obc** = 0 \rightarrow člen náboženské organizace

nab = 0 & **obc** = 1 \rightarrow člen občanské organizace

nab = 0 & **obc** = 0 \rightarrow člen sportovního oddílu

$$[\text{mater}]_i = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1[\mathbf{nab}] + \mathbf{b}_2[\mathbf{obc}] + \varepsilon_i$$

ANOVA jako regrese

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{mater}]_i = [\text{průměrný mater}] + \mathbf{b}_1[\text{organizace}] + \varepsilon_i$$

Každá kategorická proměnná o k hodnotách (úrovních) může být vyjádřena souborem $k-1$ binárních dummy proměnných.

3 typy organizací \rightarrow 2 binární proměnné **nab** a **obc**

Průměrný
mater. členů
sportovních
oddílů

O kolik se liší
průměrný
mater. členů
náboženských
organizací

O kolik se liší
průměrný
mater. členů
občanských
organizací

...ké organizace
organizace
no oddílu

$$[\text{mater}]_i = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1[\text{nab}] + \mathbf{b}_2[\text{obc}] + \varepsilon_i$$

ANOVA jako regrese

$$[\text{mater}]_i = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1[\text{nab}] + \mathbf{b}_2[\text{obc}] + \varepsilon_i$$

Jestliže $\mathbf{b}_1 = 0$ a $\mathbf{b}_2 = 0$, znamená to, že skupinová příslušnost nemá žádný vliv a všechny skupiny mají stejný průměrný materialismus.

Potom by nám stačil základní model predikující materialismus pouze z celkového průměrného materialismu a nevysvětlitelné individuální variability.

Vysvětlí nám model předpokládající nenulové \mathbf{b}_1 a/nebo \mathbf{b}_2 něco navíc?

ANOVA – statistika F

Model sum of squares

SS_M – kolik variability závislé proměnné dokáže vysvětlit model, který předpokládá odlišnost skupin (tj. že záleží na členství ve skupině)

$$SS_M = \sum \text{velikost skupiny } j * (\text{průměr skupiny } j - \text{celkový průměr})^2$$

Mean squares: $MS_M = SS_M / df_M$

$$df_M = (\text{počet skupin} - 1)$$

Residual sum of squares

SS_R – kolik variability závislé proměnné zůstává nevysvětleno tímto modelem

$$SS_R = \sum (\text{hodnota člověka } i \text{ ze skupiny } j - \text{průměr skupiny } j)^2$$

Mean squares: $MS_R = SS_R / df_R$

$$df_R = (\text{celkový počet lidí} - \text{počet skupin})$$

Pozn.: Total sum of squares: $SS_T = SS_M + SS_R = \text{celkový rozptyl} * (\text{celkový počet lidí} - 1)$

ANOVA – statistika F

$$F = MS_M / MS_R$$

- poměr toho, co model vysvětlit dokáže, ku tomu, co vysvětlit nedokáže
- čím vyšší F, tím více záleží na rozdělení lidí do jednotlivých skupin, **tj. tím více se skupiny od sebe liší v závislé proměnné**
- jde o výběrovou statistiku, která má specifické rozložení, definované dvojicí stupňů volnosti (df_M , df_R)
- můžeme určit kritickou hodnotu (na určité hladině významnosti) a testovat, zda ji hodnota F v našem výzkumu překračuje, **tj. testovat statistickou významnost nalezených rozdílů mezi skupinami**

ANOVA – předpoklady

- **nezávislost pozorování** (→ ANOVA pro opakovaná měření)
- **normalita rozložení** (v rámci každé skupiny)
 - narušení nevadí, pokud jsou skupiny stejně velké + mají velikost alespoň okolo 30
 - neparametrická alternativa – Kruskal-Wallisův test
- **homogenita rozptylů** (skupiny mají stejné rozptyly)
 - Levenův test – chceme, aby byl nesignifikantní
 - $s^2_{\max} / s^2_{\min} < 3$
 - narušení by nemělo vadit, pokud jsou skupiny stejně velké
 - při narušení lze použít Welchovo F

ANOVA – SPSS

Analyze → Compare Means → One-Way ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	SS_M	df_M	MS_M		
Within Groups	SS_R	df_R	MS_R		
Total	SS_T	$df_M + df_R$			

ANOVA

Máme hypotézy o konkrétních rozdílech mezi skupinami.

H1: Průměrný materialismus členů sportovních organizací je vyšší než členů organizací zaměřených na „vyšší“ otázky.

H2: Průměrný materialismus členů náboženských organizací je nižší než průměrný materialismus členů občanských organizací.

ANOVA – plánované kontrasty

- umožňují porovnat jednotlivé skupiny v jednom kroku bez nutnosti korigovat hladinu významnosti (a snižovat tak sílu testu)
- jen když máme dopředu hypotézy
- kontrastů lze provést tolik, kolik je **počet skupin – 1**
- každý kontrast srovnává 2 průměry
 - průměr skupiny nebo průměr více skupin dohromady
 - např. **SPORT vs. NÁB+OBČ** nebo **NÁB vs. OBČ**
- **ortogonální (nezávislé) kontrasty**
 - skupina použitá v jednom srovnání není použitá v dalším
- **neortogonální kontrasty**

ANOVA – plánované kontrasty

- zkoumáme, zda daný kontrast (rozdíl mezi dvěma průměry) signifikantně přispívá k variabilitě vysvětlené modelem (SS_M)
- abychom to zjistili, jakoby překódujeme hodnoty dummy proměnných, aby odhadnuté parametry (b_1, b_2 atd.) odrážely požadované kontrasty

$$[\text{mater}]_i = b_0 + b_1[\text{nab}] + b_2[\text{obc}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{mater}]_i = b_0 + b_1[\text{kontrast1}] + b_2[\text{kontrast2}] + \varepsilon_i$$

Kategorie	Kontrast 1 SPORT vs. NÁB+OBČ	Kontrast 2 NÁB vs. OBČ
SPORT	-2	0
NÁB	1	1
OBČ	1	-1

ANOVA – plánované kontrasty

- zkoumáme, zda daný kontrast (rozdíl mezi dvěma skupinami) významně přispívá k variabilitě vysvětlené modelem (SS_M)
- abychom to zjistili, jakoby překódujeme hodnoty parametrů b_0, b_1, b_2 do kontrastů, aby odhadnuté parametry (b_1, b_2 atd.) odrážely požadované kontrasty

$$[\text{mater}]_i = b_0 + b_1[\text{sport}] + b_2[\text{obc}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{mater}]_i = b_0 + b_1[\text{kontrast1}] + b_2[\text{kontrast2}] + \varepsilon_i$$

Srovnávané skupiny musí mít odlišná znaménka

Součet pro každý kontrast musí být 0

Skupina, kterou nechceme zahrnout $\rightarrow 0$

Kategorie	Kontrast 1 SPORT vs. NÁB+OBČ	Kontrast 2 NÁB vs. OBČ
SPORT	-2	0
NÁB	1	1
OBČ	1	-1

Skupiny brané dohromady musí mít stejné číslo

ANOVA – post-hoc testy

- používáme, pokud nemáme dopředu jasné hypotézy
- srovnávají vše se vším – každou skupinu s každou
- mají v sobě mechanismy zohledňující zvýšené riziko chyby I. typu
- z principu jsou oboustranné
- je jich mnoho – liší se v několika parametrech:
 - konzervativní (ch. II. typu!) / liberální (ch. I. typu!)
 - ne/vhodné pro rozdílně velké skupiny
 - ne/vhodné pro rozdílné skupinové rozptyly

ANOVA – post-hoc testy

Doporučení podle A. Fielda:

- stejně velké skupiny a skupinové rozptyly (ideální situace): **REGWQ** nebo **Tukey**
- pokud si chceme být jistí, že neuděláme chybu I. typu: **Bonferroni**
- pokud jsou velikosti skupin trochu/hodně rozdílné: **Gabriel/Hochberg GT2**
- pokud pochybujeme o shodnosti skupinových rozptylů: **Games-Howell**

ANOVA – reportování

$$F(df_M, df_R) = \dots, p = \dots, \eta^2 \text{ nebo } \omega^2 = \dots$$

- vždy uvádět deskriptivy pro každou skupinu – alespoň velikost, průměr, směrodatnou odch.
- vždy dopočítat velikost účinku (interpretujeme jako R^2 v lineární regresi)
$$\eta^2 = SS_M / SS_T$$
$$\omega^2 = [SS_M - (df_M)MS_R] / [SS_T + MS_R]$$
- df_M a df_R musejí být uváděny v tomto pořadí

U kontrastů uvádíme: $t(df) = \dots, p = \dots, d$ nebo $r = \dots$

- $r = \text{odmocnina}[t^2 / (t^2 + df)]$

„V modelu je pouze jeden faktor. Člověk je však ve skutečnosti obvykle členem více skupin najednou, což může mít vliv!“

„Provedeme více ANOV pro různé faktory (skupiny).“

„Tím se však vrátí známý problém s nárůstem rizika chyby I. typu. Navíc přijdeme o možnost posoudit vliv všech faktorů najednou v jednom modelu.“

„Můžeme přidat přímo do modelu další nezávislé kategorické proměnné – a spočítat tzv. **faktoriální ANOVU.**“

Faktoriální ANOVA

- ANOVA s více kategorickými nezávislými (faktory)
- uplatnění v **experimentálních** designech, kde pracujeme s několika druhy experimentální manipulace nebo kde chceme zohlednit kromě experimentální manipulace i další proměnné (např. pohlaví)
- uplatnění v **neexperimentálních** designech, kde chceme posoudit vliv více kategorických prediktorů najednou

Typy faktorů ve vícefaktoriálních designech

- Fixed factors
 - všechny úrovně faktoru, o které nám jde, jsou v našem výzkumu zahrnuty
 - „Liší se materialismus mezi danými třemi typy organizací?“
 - „Liší se materialismus podle pohlaví?“
- Random factors
 - úrovně faktoru, zahrnuté v našem výzkumu, představují pouze náhodný vzorek z větší populace
 - „Liší se materialismus mezi organizacemi?“
 - „Liší se materialismus podle školy, kterou adolescent navštěvuje?“

One-way ANOVA

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

Faktoriální ANOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_{j \times k} + \varepsilon_{ijk}$$



One-way ANOVA

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

Faktoriální ANOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_{j \times k} + \varepsilon_{ijk}$$

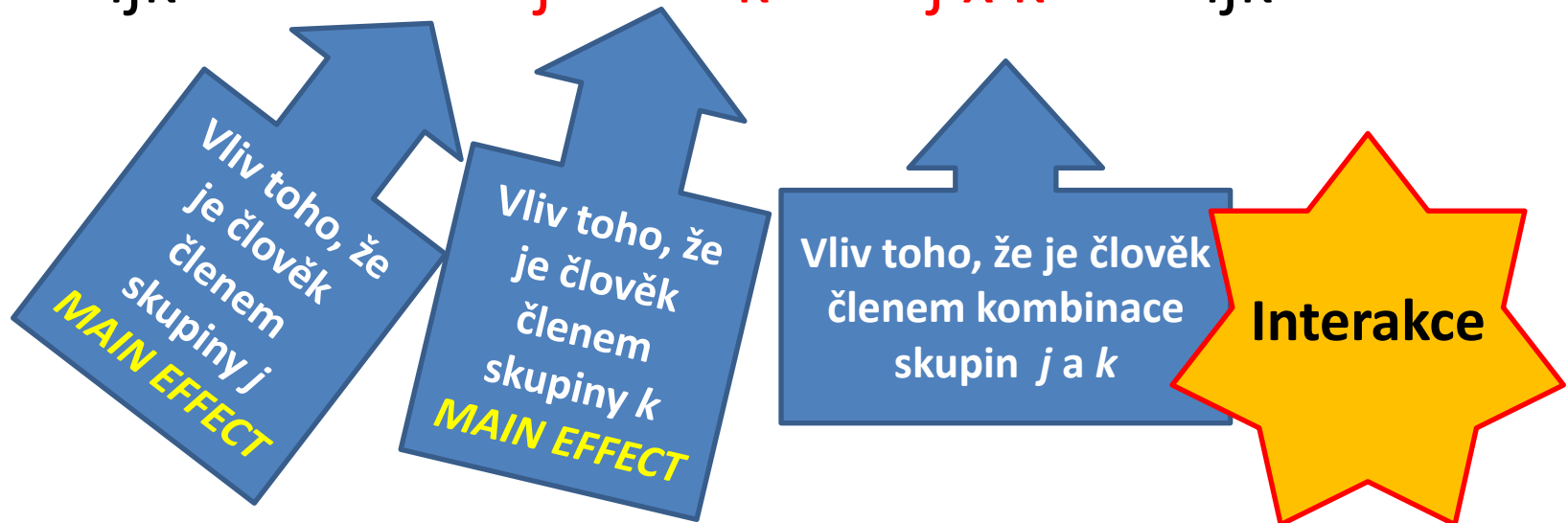


One-way ANOVA

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

Faktoriální ANOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_{j \times k} + \varepsilon_{ijk}$$



Faktoriální ANOVA - interakce

- situace, kdy vliv dvou (či více) nezávislých proměnných na závislou proměnnou není pouhým součtem jejich jednotlivých vlivů
- s měnící se hladinou jedné nezávislé se mění vliv druhé nezávislé na závislou proměnnou
- nezávislá proměnná nemusí mít žádný přímý vliv (main effect) na závislou proměnnou, ale může ji ovlivňovat tím, že ovlivňuje vliv druhé nezávislé
- při interpretaci interakcí je obvykle velmi užitečné znázornění formou grafu

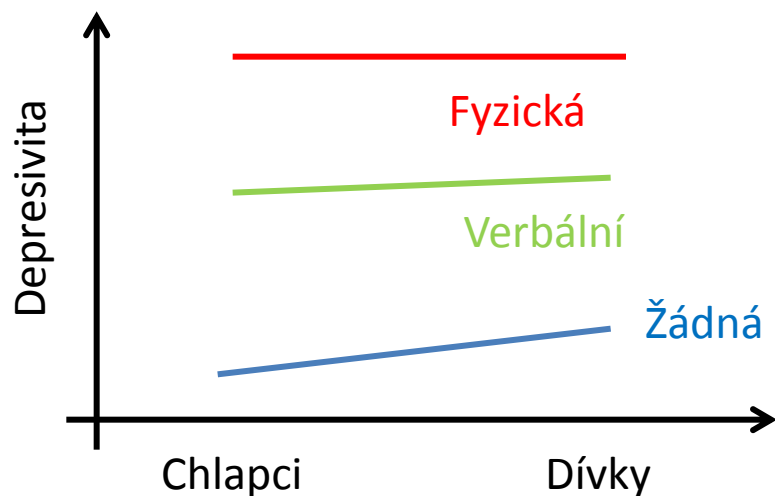
Faktoriální ANOVA - interakce

- dvě kategorické proměnné (případ faktoriální ANOVY)
 - Školní šikana (verbální, fyzická) má jiný vliv na depresivitu u dívek než u chlapců.

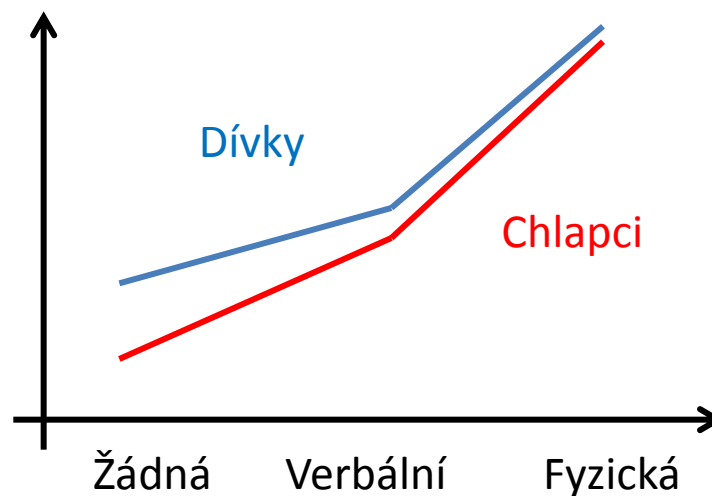
Faktoriální ANOVA - interakce

- dvě **kategorické proměnné** (případ faktoriální ANOVY)
 - Školní šikana (verbální, fyzická) má jiný vliv na depresivitu u dívek než u chlapců.

žádná interakce

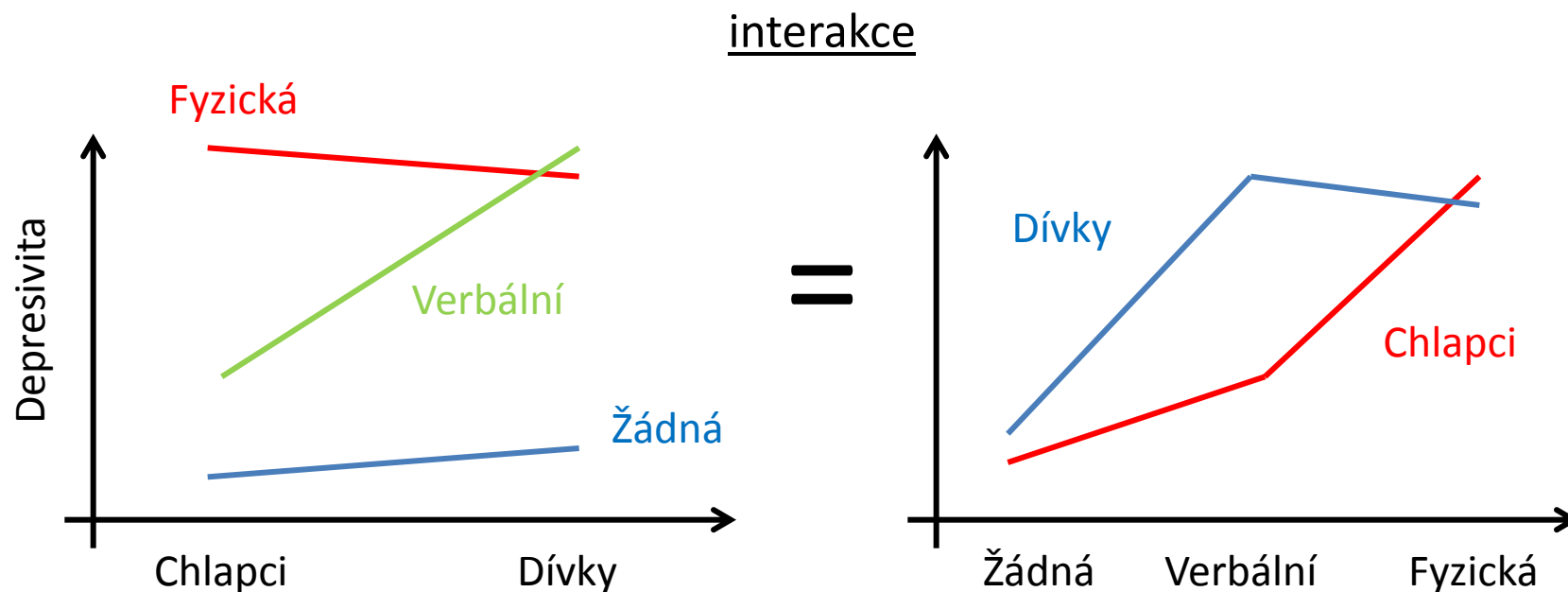


=



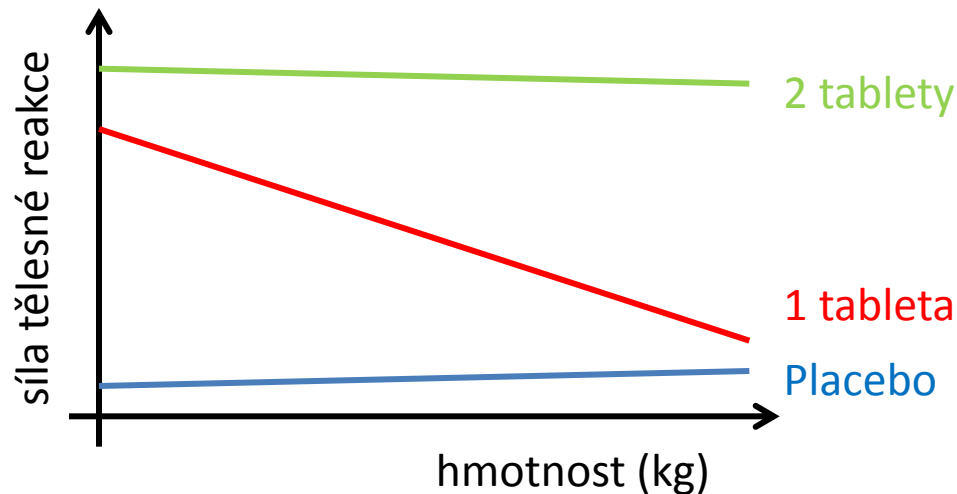
Faktoriální ANOVA - interakce

- dvě **kategorické proměnné** (případ faktoriální ANOVY)
 - Školní šikana (verbální, fyzická) má jiný vliv na depresivitu u dívek než u chlapců.



Faktoriální ANOVA - interakce

- dvě **kategorické proměnné** (případ faktoriální ANOVY)
 - Školní šikana (verbální, fyzická) má jiný vliv na depresivitu u dívek než u chlapců.
- **kategorická a intervalová proměnná**
 - Tělesná reakce na podání léku se mění s rostoucí hmotností člověka.



Faktoriální ANOVA - interakce

- **dvě kategorické proměnné** (případ faktoriální ANOVY)
 - Školní šikana (verbální, fyzická) má jiný vliv na depresivitu u dívek než u chlapců.
- **kategorická a intervalová proměnná**
 - Tělesná reakce na podání léku se mění s rostoucí hmotností člověka.
- **dvě intervalové proměnné**
 - S rostoucím příjmem se oslabuje vztah mezi spokojeností v práci a celkovou životní spokojeností.

Faktoriální ANOVA

organizace: Má členství v náboženských, občanských a sportovních organizacích vliv na materialismus?

pohlaví: Má pohlaví vliv na materialismus?

interakce: Má členství v organizacích rozdílný vliv na chlapce a dívky co se týče materialismu?

	Sportovní	Náboženské	Občanské
Chlapci			
Dívky			

Faktoriální ANOVA - předpoklady

Vše, co v případě one-way ANOVY

Pro každou kombinaci faktorů by měl být zastoupený dostatečný počet případů.

Lze posoudit na základě jednoduché kontingenční tabulky.

Případnou nevyváženost lze částečně zohlednit zvoleným typem analýzy.

Počet případů	Sport.	Nábož.	Obč.
Kluci	60	8	34
Holky	2	72	35

Faktoriální ANOVA v SPSS

Analyze → Generalized Linear Model →

Univariate...

celková vysvětlená variabilita (SS_M) je rozsekána zvlášť pro kovariát(y) a faktor(y)

Source	Type X Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	SS_M	df_M	MS_M		
Intercept					
Faktor1	SS_{Faktor1}	df_{Faktor1}	MS_{Faktor1}		
Faktor2	SS_{Faktor2}	df_{Faktor2}	MS_{Faktor2}		
Faktor1*Faktor2	$SS_{\text{Interakce F1*F2}}$	$df_{\text{Int. F1*F2}}$	$MS_{\text{Int. F1*F2}}$		
Error	SS_R	df_R	MS_R		
Total					
Corrected Total	SS_T	df_M+df_R			

Každý faktor a interakce má vlastní statistiku F, proto lze posoudit, zda je signifikantním prediktorem závislé proměnné

Faktoriální ANOVA – reportování

Uvádíme zvlášť, jaký efekt měl každý faktor (main effect) nebo interakce faktorů:

$F(df_{Faktor}, df_R) = \dots, p = \dots, \text{parciální } \eta^2 \dots$

- $\text{parciální } \eta^2 = SS_{Faktor} / (SS_{Faktor} + SS_R)$

+ případné kontrasty a post-hoc testy jako u ANOVY

V některých situacích má smysl předpokládat, že je závislá proměnná ovlivňována nejen faktory, ale i intervalovými nezávislými proměnnými. Potřebujeme tedy model, který bude **kombinovat kategorické a intervalové nezávislé proměnné**.

Proč zavádět intervalové nezávislé do ANOVY:

- snížíme množství nevysvětlené variability v modelu
 - kontrolujeme, zda není vliv faktorů zkreslen nějakou související intervalovou proměnnou
- přesnější posouzení vlivu faktorů

Příklad: Materialismus může souviset s tím, co adolescenti slyší doma. Pokud budeme tuto proměnnou kontrolovat, získáme představu o vlivu organizací na materialismus adolescentů, který je „očistěný“ od možného vlivu rodiny.

ANCOVA (**a**nalysis of **cov**ariance)

- ANOVA s jednou či více nezávislými intervalovými proměnnými (tzv. kovariáty)
- zavádět jen kovariáty, pro které existují **dobré důvody** (nenacpat tam vše, co jsme měřili)
- **dobře zvolené kovariáty** → zvýšení síly testu
 - kovariát odebere část nevysvětlené variability závislé proměnné, čímž se lépe projeví případný vliv faktorů
- **špatně zvolené kovariáty** → snížení síly testu
 - za každý přidaný kovariát ztrácíme jeden stupeň volnosti
- uplatnění v **experimentálních designech**, kde chceme statisticky kontrolovat nežádoucí rozdíly mezi skupinami
- uplatnění v **neexperimentálních designech**, kde chceme statisticky kontrolovat intervalové prediktory a posoudit tak nezakreslený vliv kategorických prediktorů

One-way ANOVA

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

ANCOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta X_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$



ANCOVA - předpoklady

- předpoklady ANOVY + předpoklady lineární regrese
- kovariát a skupinová příslušnost musí být nezávislé
 - pokud nejsou, je obtížné interpretovat výsledky
 - obdoba požadavku nekorelovaných prediktorů u vícenásobné lineární regrese
 - lze testovat dopředu jednoduchou ANOVOU (přičemž chceme, aby vyšla nesignifikantní)
- kovariát musí mít ve všech skupinách stejně silný vliv na závislou proměnnou
 - lze testovat zavedením interakce do modelu (přičemž chceme, aby vyšla nesignifikantní)

ANCOVA v SPSS

Analyze → Generalized Linear Model →
Univariate...

celková vysvětlená variabilita (SS_M) je rozsekána zvlášť pro kovariát(y) a faktor(y)

Source	Type X Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	SS_M	df_M	MS_M		
Intercept					
Kovariát1	$SS_{Kovariát1}$	$df_{Kovariát1}$	$MS_{Kovariát1}$		
Faktor1	$SS_{Faktor1}$	$df_{Faktor1}$	$MS_{Faktor1}$		
Error	SS_R	df_R	MS_R		
Total					
Corrected Total	SS_T	df_M+df_R			

můžeme si nechat zobrazit upravené skupinové průměry

ANCOVA – reportování

Uvádíme, jaký efekt měl každý kovariát:

$$F(df_{\text{Kovariát}}, df_R) = \dots, p = \dots, r = \dots$$

- pro jednotlivé kovariáty vždy $df_{\text{Kovariát}} = 1$
- $r = \text{odmocnina}[t^2 / (t^2 + df)]$

A uvádíme, jaký efekt měl každý faktor:

$$F(df_{\text{Faktor}}, df_R) = \dots, p = \dots, \text{parciální } \eta^2 = \dots$$

- $\text{parciální } \eta^2 = SS_{\text{Faktor}} / (SS_{\text{Faktor}} + SS_R)$

+ případné kontrasty a post-hoc testy jako u ANOVY

MANOVA (**m**ultivariační ANOVA)

- ANOVA s více **závislými** intervalovými proměnnými
- posuzujeme vliv nezávislých proměnných na lineární kombinaci závislých proměnných
- pracujeme s multivariační obdobou F
- bereme v úvahu nejen (ne)vysvětlený rozptyl, ale i (ne)vysvětlenou kovarianci mezi závislými proměnnými
- **výhody oproti sérii více ANOV**
 - kontrolujeme nárůst rizika chyby I. typu
 - lze odhalit vztah ke kombinaci závislých proměnných
- **nevýhody**
 - obtížná interpretace výsledků
 - málokdy přinese nové informace oproti ANOVĚ
 - vyžaduje splnění dalších předpokladů, které nelze jednoduše otestovat v SPSS (multivariační normalita)

Úkol na seminář

- Otestujte hypotézy předpokládající nějaké kontrasty mezi 3 či více skupinami (one-way ANOVA s následnými kontrasty)
 - +
 - Otestujte hypotézu předpokládající interakci mezi 2 faktory (faktoriální ANOVA)
 - zde nemusíte dopočítávat kontrasty
 - můžete (ale nemusíte) do modelu zahrnout i nějaký kovariát
 - při interpretaci se neomezujte pouze na konstatování, že ne/byl nalezen signifikantní interakční efekt, ale rovněž popište (nejlépe na základě grafů), v čem konkrétně tato interakce spočívá