PSY252

Statistická analýza dat v psychologii II

Seminář 5-6

Logistická regrese

Logistic regression

Předpovídáme pohlaví pachatele

Víme, že pachatel nosí náušnici/e a napsal dopis se skórem emočních adjektiv 8.

Víme, že...

- náušnice nosí 24% mužů a 86% žen
- na škále přítomnosti emočních adjektiv od 1 do 13 mají ženy průměr 9,1 a muži pouze 4,5.

Jaká je pravděpodobnost, že pachatel je žena?

Logistická regrese

- Rozšíření lineární regrese na dichotomické závislé
  - není to lineární regrese, protože nejde o lineární vztah
- Závislou kódujeme 1 (jev nastal) a 0 (jev nenastal)
- Ideově je závislou proměnnou pravděpodobnost toho, že jev nastal(nastane)
- Technicky je závislou proměnnou **šance**
- Pomocí prediktorů predikujeme, jaká je šance, že jev nastane.

Technický základ logistické regrese 1

- **šance $O_{Y=1}$** = $P_{Y=1}/P_{Y\neq1} = P_{Y=1}/(1-P_{Y=1})$
- **ln $O_{Y=1}$** se jmenuje **logit ($P_{Y=1}$)**

- 2 ekvivalentní rovnice logistické regrese

  ln $O_{Y=1}$ = $b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \ldots + b_mX_m$

$$P_{Y=1} = \frac{1}{1+e^{-(b_0+b_1X_1+\ldots+b_mX_m)}}$$

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95% C.I.for EXP(B)	
								Lower	Upper
Step 1[a]	nausnice	2,147	1,144	3,523	1	,061	8,556	,909	80,501
	emoce	,387	,199	3,791	1	,052	1,472	,997	2,173
	Constant	-3,797	1,545	6,041	1	,014	,022		

a. Variable(s) entered on step 1: emoce.

$$P_{Y=\check{z}ena} = \frac{1}{1+e^{-(-3{,}8+0{,}4EM+2{,}1NA)}}$$

$$\ln O_{Y=\check{z}ena} = -3{,}80 + 0{,}39\text{emoce} + 2{,}15\text{náušnice}$$

- Pro náušnice=1 a emoce=8 … P=0,81 O=4,2
- Kdyby neměl náušnici … P=0,33 O=0,50
- Změna náušnice z 1 na 0 způsobila 8,5násobný pokles šancí …. e^b

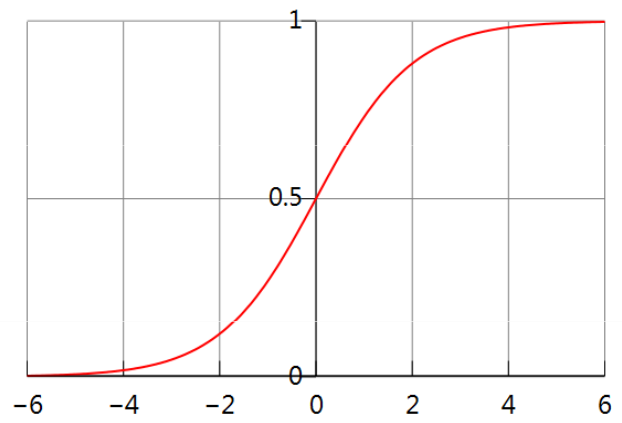
Proč tak složitě?

Závislá jako pravděpodobnost má měřítko v rozsahu <0;1>. Kombinace prediktorů má ale rozsah (−∞;∞).

Proto změníme měřítko závislé

1. Místo P použijeme O s měřítkem <0; ∞)
2. Pomocí logaritmu změníme měřítko na (−∞;∞).

Také lze říci, že jde o linearizaci vztahu.



Technický základ logistické regrese 2

Jak spočítáme regresní váhy, které vyústí v nejlepší predikci pravděpodobnosti Y=1?

- nespočítáme, odhadneme (zapomeňme na nejmenší čtverce)
- odhad metodou **maximální věrohodnosti** (maximum-likelihood estimation)
  - Výpočetně složitý algoritmus
  - Dochází k takovým váhám, s nimiž je podmíněná pravděpodobnost získání dat, která jsme získali, nejvyšší možná : $P(\text{data}|b_0,b_1,..,b_m) = \max$
  - likelihood = jiné slovo pro podmíněnou p-nost

Jak dobře regrese predikuje?

- Likelihood je měřítkem zdařilosti regrese v logaritmované podobě: **log-likelihood**

$$LL = \sum_{i=1}^{N} \left[Y_i \ln P_{Y=1} + (1 - Y_i) \ln(1 - P_{Y=1}) \right]$$

- ***LL*** sumíruje shodu mezi odhadem a daty
  - maximem je 0, minimem je -∞
  - častěji se udává jako ***–2LL***, tj. vynásobený –2

Predikuje regrese lépe než *nic*?

- nic = základní model (baseline model) = predikujeme všem 0 nebo 1, podle toho, co z toho se vyskytuje častěji = $P_{Y=1}$ je pro všechny lidi stejná
- Potom můžeme srovnat model s prediktory s tímto základním modelem.
  - rozdíl *-2LL* obou modelů má χ^2 rozložení s *df*=počet prediktorů

$$\chi^2 = -2LL_{\text{náš model}} - 2LL_{\text{základní model}}$$

$$df = m_{\text{náš model}} - m_{\text{základní model}}$$

- Podobně můžeme srovnávat i modely s různým počtem prediktorů mezi sebou

Nedalo by se to trochu zjednodušit?

-2LL lze převést na ukazatele podobné R^2

- R_L^2 Hosmera a Lemeshowa
- R_{CS}^2 Coxe a Snella
- R_N^2 Nagelkerkeho

Nabývají hodnot od 0 do 1.

Udávají jak moc díky prediktorům klesl *-2LL*

Praktické problémy

- Regresní koeficienty se nevypočítávají, ale iteračně odhadují.
- Iterace nemusí vždy proběhnout úspěšně
  - nemusí konvergovat
  - mohou se vyskytnout bláznivé hodnoty
- Problematické výsledky naznačují nedostatky v datech
  - při absenci některé z kombinace hodnot prediktorů a závislé
  - při dokonalé predikci
- LR je náročná na velikost vzorku