

# Integrální počet

## Rozklad na parciální zlomky

### Interaktivní kvízy

Robert Mařík

8. března 2007

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte na webu. Děkuji!



ROBERT MAŘÍK

Parciální zlomky

file int-parfrac0-CZ.tex

Rozklad...

Test

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 1 z 5

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

# 1. Rozklad na parciální zlomky

Nechť  $R(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$  je ryze lomená funkce. Předpokládejme že polynomy  $P_n(x)$  a  $Q_m(x)$  nemají společné kořeny a jmenovatel má komplexní kořeny násobnosti nejvýše jedna.

- Ke každému jednoduchému reálnému kořenu  $c$  polynomu  $Q_m(x)$  přiřadíme zlomek

$$\frac{A}{x - c'}$$

kde  $A$  je jistá (dosud neurčená) konstanta.

- Ke každému reálnému  $k$ -násobnému kořenu  $c$  polynomu  $Q_m(x)$  přiřadíme  $k$ -tici zlomků

$$\frac{A_1}{x - c'} - \frac{A_2}{(x - c')^2} + \dots + \frac{A_k}{(x - c')^k}$$

kde  $A_i$  jsou nějaké (dosud neurčené) konstanty.

- Každému páru komplexně sdružených kořenů polynomu  $Q_m(x)$  odpovídá v rozkladu na součin výraz tvaru  $(x^2 + Mx + N)$ . Přiřadíme tomuto páru kořenů zlomek

$$\frac{Bx + C}{x^2 + Mx + N}$$

kde  $B$  a  $C$  jsou nějaké (dosud neurčené) konstanty.

Pro vhodnou volbu konstant  $A, A_i, B, C, \dots$  je možné funkci  $R(x)$  zapsat jako součet výše uvažovaných zlomků. Tento rozklad je jednoznačný, až na pořadí zlomků v součtu.

**Definice 1 (parciální zlomky)** Zlomky uvedené v předchozí větě se nazývají *parciální zlomky*.

## 2. Test

- Najděte rozklad (s neurčitými koeficienty, které nemusíte počítat) následujících ryze lomených funkcí.
- Parciální zlomky oddělte čárkou. Používejte konstanty  $A, B, C \dots$
- Pro funkci  $\frac{x}{(x-1)^2(x+1)}$  je možnou *správnou odpovědí* kterýkoliv z následujících výrazů

- $A/(x+1)$  ,  $B/(x-1)$  ,  $C/(x-1)^2$
- $B/(x+1)$  ,  $A/(x-1)$  ,  $C/(x-1)^2$
- $A/(x-1)$  ,  $B/(x+1)$  ,  $C/(x-1)^2$

a *nesprávnou odpovědí* jsou všechny následující

- $A/(x+1)$  ,  $B/(x-1)$  ,  $D/(x-1)^2$

(použijte  $C$  jako třetí koeficient)

- $B/(x+1)$  ,  $A/(x-1)$  ,  $C/(x-1)$

(na první pohled špatně)

- $A/(x-1)$  ,  $A/(x+1)$  ,  $A/(x-1)^2$

(nemůžete použít stejná jména pro všechny konstanty)

- Zelený okraj políčka znamená správnou odpověď, červený špatnou.
- Jako obvykle, pro nápovědu můžete použít tlačítko . Nedělejte to však příliš často, protože všechny výpočty jsou relativně snadné a početně málo obtížné (procvičujeme hlavně metodu).





## Kvíz.

1.  $\frac{x}{(x-1)^2(x+1)} \Rightarrow$

2.  $\frac{1}{(x-1)^2(x+1)} \Rightarrow$

3.  $\frac{2x-7}{(x-1)^2(x+1)} \Rightarrow$

4.  $\frac{2}{x^2(x-1)} \Rightarrow$

5.  $\frac{2x+1}{x^2(x-1)^2} \Rightarrow$

6.  $\frac{5x^2-1}{(x^2+3)(x^2+1)} \Rightarrow$

7.  $\frac{x^3-1}{x(x+2)^4} \Rightarrow$

8.  $\frac{5}{(x^2+3)(x-1)^2} \Rightarrow$

$$9. \frac{x}{x^2 - 1} \Rightarrow$$

$$10. \frac{1}{x^3 + x} \Rightarrow$$

$$11. \frac{x^2 + 1}{(x - 3)^2(x + 1)} \Rightarrow$$

$$12. \frac{3x^2 - 9}{x(x + 6)^3} \Rightarrow$$

