

# Limity funkcí

Robert Mařík  
Mendel University Brno

12. května 2005

Použijte nejnovější verzi Acrobat Readeru

- Soubor obsahuje dva testy, v prvním budete určovat limitu základních elementárních funkcí pomocí grafů.
- Ve druhém budete počítat limitu součinu, podílu, součtu, rozdílu a složených funkcí.



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 1 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

# 1. Test 1

Klikněte na správnou možnost, zelená fajka znamená správnou odpověď a červený křížek špatnou odpověď.

## Quiz

$-\infty$

0

1

$\infty$

neexistuje  
jiná odp.

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}$



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 2 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

$-\infty$ 

0

1

 $\infty$ neexistuje  
jiná odp.

8.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$

9.  $\lim_{x \rightarrow -1} x^2$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2$

11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2$

 $-\infty$ 

0

1

 $\infty$ neexistuje  
jiná odp.

12.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$

13.  $\lim_{x \rightarrow -1} x^3$

14.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3$



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 3 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

$$16. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} e^x$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} e^x$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} e^x$$

 $-\infty$ 

0

1

 $\infty$ 

neexistuje  
jiná odp.

$$20. \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \ln x$$

$$22. \lim_{x \rightarrow e} \ln x$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$$

 $-\infty$ 

0

1

 $\infty$ 

neexistuje  
jiná odp.



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 4 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

$$24. \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos x$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \cos x$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \pi} \cos x$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \cos x$$

 $-\infty$ 

0

1

 $\infty$ neexistuje  
jiná odp.

$$29. \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{atan} x$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{atan} x$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{atan} x$$

$$32. \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{atan} x$$

 $-\infty$ 

0

1

 $\infty$ neexistuje  
jiná odp.

Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 5 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 2. Test 2

Každá limita patří do jedné z následujících skupin.

(a) Limitu lze vypočítat pomocí zkoumání grafů základních elementárních funkcí a užitím pravidel pro počítání s limitami a případným užitím pravidla pro limitu složené funkce. Pokud je dokonce funkce v daném bodě spojitá, tak jsme dokonce po dosažení hotovi. Souhrně budeme říkat, že používáme **algebru limit**.

(b) Limita je některý z neurčitých výrazů  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ ,  $0(\pm\infty)$  nebo  $\pm\infty \mp \infty$ . Tuto limitu lze obvykle vypočítat l'Hospitalovým pravidlem. Někdy však může být šikovnější počítat bez l'Hospitalova pravidla (například pro limitu polynomu nebo racionální funkce v nekonečnu máme podstatně rychlejší metodu.)

(c) Limita obsahuje výraz typu  $\frac{\text{nenulová hodnota}}{\text{něco, co jde k nule}}$ . V tomto případě vyšetřujeme nejprve jednostranné limity, které jsou nevlastní. Ze vzájemného vztahu těchto limit usuzujeme na existenci nebo neexistenci oboustranné limity.



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 6 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Abychom poznali, do které skupiny uvažovaná limita patří, musíme dosadit za  $x$  hodnotu, ke které se  $x$  blíží. Teprve potom poznáme, zda vůbec je co počítat (funkce může být spojitá a pak je funkční hodnota rovna limitě) a také poznáme, k jakému typu uvažovaná limita patří. Teprve pak je možno rozhodnout o dalším postupu – zda použijeme l'Hospitalovo pravidlo a pod. Někdy je výpočet limity snadný, někdy jde o obtížné počítání.



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 7 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Quiz Nejprve zaškrtněte správné políčko, určující typ limity, potom napište hodnotu do bílého políčka a stiskněte "Enter". Zelený okraj značí správnou odpověď, červený okraj značí špatnou odpověď. Pište infinity a -infinity pro  $\pm\infty$ , napište dne pro limitu, která neexistuje. Tlačítko "Ans" slouží k zobrazení správného výsledku.

Nápověda: první limita se vypočítá pomocí algebry limit a její hodnota je  $\infty$ .

algebra limit

neurč. výraz  
 $0\infty, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

nenulový výraz  
výraz jdoucí k nule

výsledek

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^x$

2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} xe^x$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}$



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 8 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit



algebra limit

neurč. výraz  
 $0\infty, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

nenulový výraz  
výraz jdoucí k nule

výsledek

$$5. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 + 4}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x + 1}$$



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 9 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

algebra limit

neurč. výraz  
 $0\infty, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

nenulový výraz  
výraz jdoucí k nule

výsledek

$$11. \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sin \frac{\pi}{2}x}{x+1}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{\operatorname{atan} x}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{atan} x^2}{x}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x + 2}{3x^2 - 1}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$$



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 10 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit

algebra limit

neurč. výraz  
 $0\infty, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

nenulový výraz  
výraz jdoucí k nule

Výsledek

$$17. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin(2x)}{\sin(4x)}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -\infty} x \operatorname{atan} x$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{atan} x$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cos x}{\sin x}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x \cos x}{\sin x}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2x \cos x}{\sin x}$$



Test 1

Test 2

Home Page

Print

Title Page



Page 11 of 11

Go Back

Full Screen

Close

Quit