Základy popisné statistiky

Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
J. Jarkovský, L. Dušek

Anotace

- Realitu můžeme popisovat různými typy dat, každý z nich se specifickými vlastnostmi, výhodami, nevýhodami a vlastní sadou využitelných statistických metod - od binárních přes kategoriální, ordinální až po spojitá data roste míra informace v nich obsažené.
- Základním přístupem k popisné analýze dat je tvorba frekvenčních tabulek a jejich grafických reprezentací – histogramů.

Typy proměnných

Kvalitativní (kategoriální) proměnná

- lze ji řadit do kategorií, ale nelze ji kvantifikovat
- Příklady: pohlaví, HIV status…..

Kvantitativní (numerická) proměnná

- můžeme ji přiřadit číselnou hodnotu
- Příklady: výška, počet hospitalizací….

Kvalitativní znaky

- **Binární znaky:** dvě kategorie, obvykle se kódují pomocí číslic 1 (přítomnost sledovaného znaku) a 0 (nepřítomnost sledovaného znaku)

  Příklady: Diabetes (1-ano, 0-ne)

  Pohlaví (1-muž, 0-žena)

- **Nominální znaky**: několik kategorií (A,B,C), které nelze uspořádat

  Příklad: krevní skupiny (A/B/AB/0)

- **Ordinální znaky:** několik kategorií, které lze vzájemně seřadit, tedy můžeme se ptát, která je větší/menší (1<2<3)

  Příklady: stupeň bolesti (mírná/střední/velká)

  stadium maligního onemocnění (I/II/III/IV)

Kvantitativní znaky

- **Intervalové znaky:** interpretace rozdílu dvou hodnot (stejný interval mezi jednou a druhou dvojicí hodnot vyjadřuje i stejný rozdíl v intenzitě zkoumané vlastnosti). Společný znak intervalových znaků: nula byla stanovena uměle, tedy pouhou konvencí.

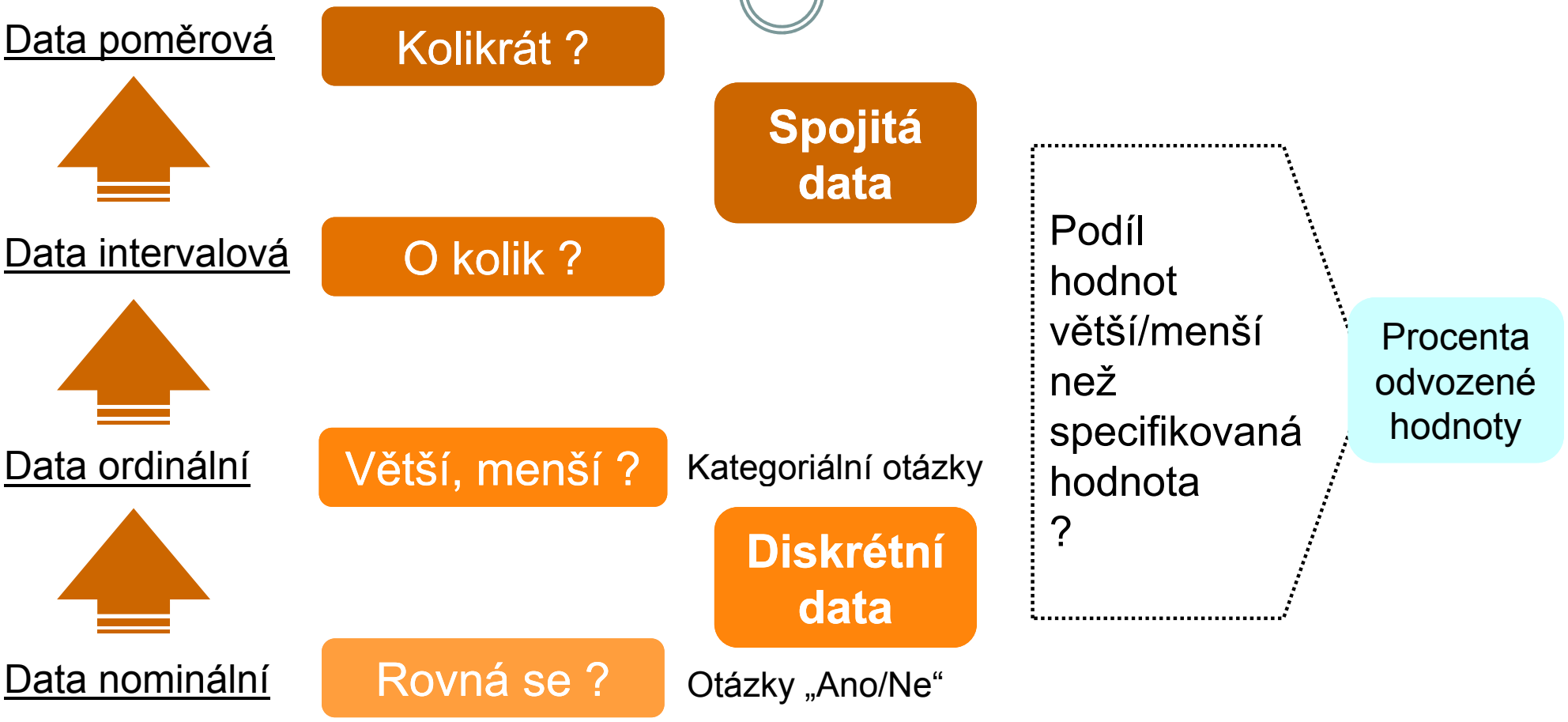
  Příklad: teplota měřená ve stupních…

- **Poměrové znaky:** kromě rozdílu interpretujeme i podíl dvou hodnot

  Příklady: výška v cm, váha v kg..

- *Někdy je výhodné **kvantitativní data agregovat do kategorií** (např. věk do 10ti -letých věkových skupin)- tímto krokem však ztrácíme část informace.*

Jak vznikají informace ?
– různé typy dat znamenají různou informaci



Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí .....

Jak vznikají informace ?
– různé typy dat znamenají různou informaci

Statistika středu

Data poměrová

Data intervalová

Data ordinální

Data nominální

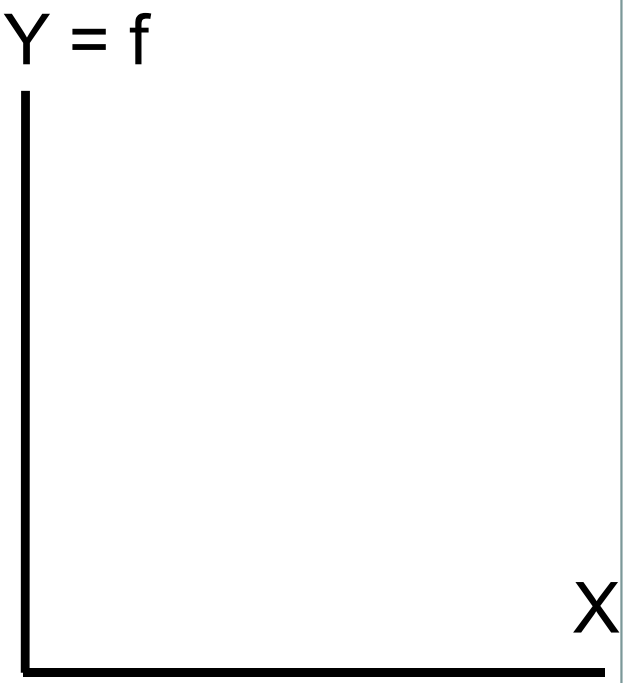
PRŮMĚR

MEDIÁN

MODUS

Spojitá data

Diskrétní data



Jak vznikají informace ?
- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

DISKRÉTNÍ DATA

Primární data

Počty epizod pro n = 100 hemofiliků

0
0
1
2
1
1
3
1
1
2
.
.
.
.
.
.
n = 100

Frekvenční sumarizace

N: 100 dětí (hemofiliků)
x: znak: počet krvácivých epizod za měsíc

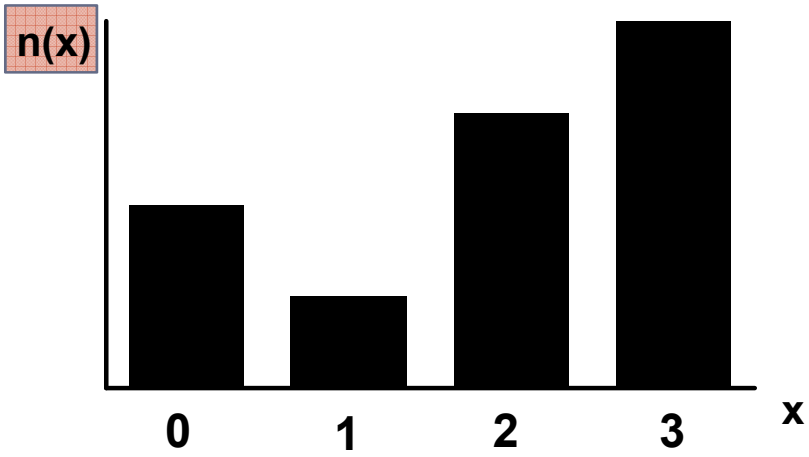
x	n(x)	N(x)	p(x)	F(x)
0	20	20	0,2	0,2
1	10	30	0,1	0,3
2	30	60	0,3	0,6
3	40	100	0,4	1,0

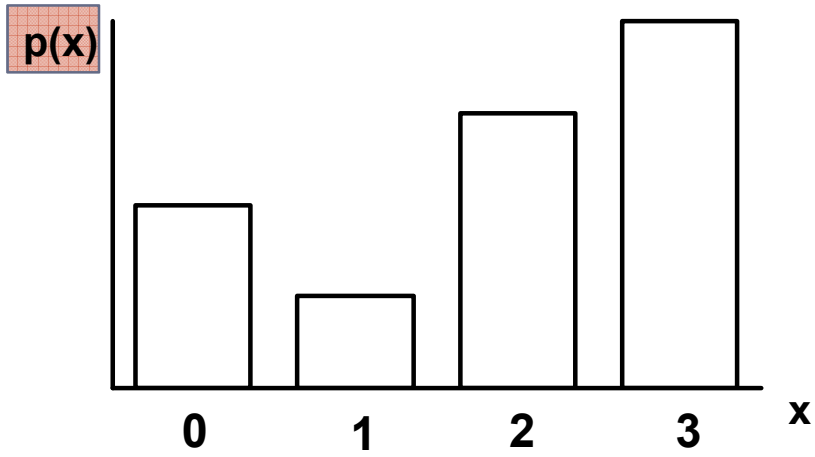
n(x) – absolutní četnost x
N(x) – kumulativní četnost hodnot nepřevyšujících x;

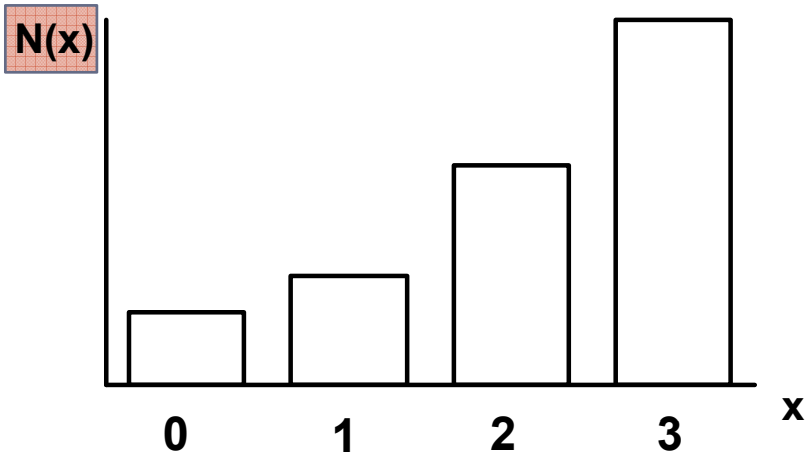
$$N(x) = \sum_{t \le x} n(t)$$

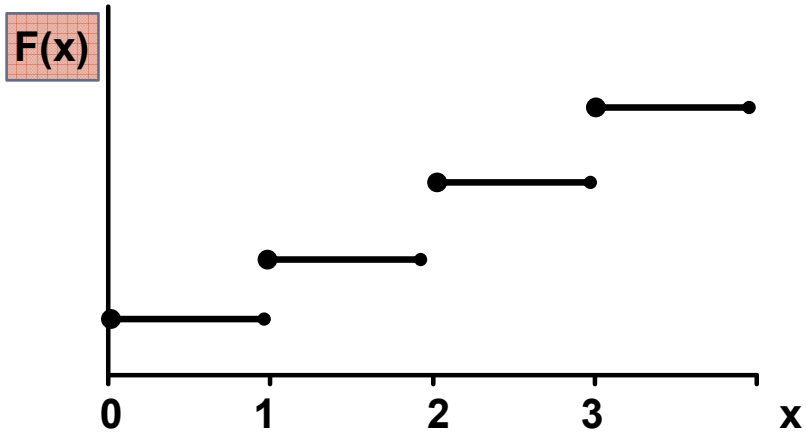
p(x) – relativní četnost; p(x) = n(x) / n
F(x) – kumulativní relativní četnost hodnot nepřevyšujících x; F(x) = N(x) / n

Jak vznikají informace ?
Grafické výstupy z frekvenční tabulky









Jak vznikají informace ?
- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

SPOJITÁ DATA

Příklad: **x: koncentrace látky v krvi n = 100 pacientů**

Primární data

Hodnoty pro n = 100 osob

1,21
1,48
1,56
0,31
1,21
1,33
0,33
.
.
.
n = 100

Frekvenční sumarizace

n = 100 opakovaných měření (100 pacientů)
x: koncentrace sledované látky v krvi (20 – 100 jednotek)

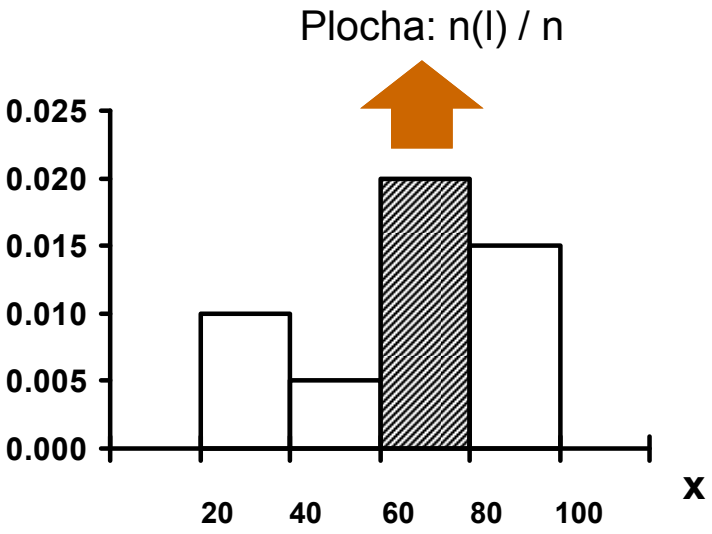
Interval*	d(l)	n(l)	n(l)/n	N(x'')	F(x'')
<20, 40)	20	20	0,2	20	0,2
<40, 60)	20	10	0,1	30	0,3
<60, 80)	20	40	0,4	70	0,7
<80, 100)	20	30	0,3	100	1,0

d(l) – šířka intervalu
n(l) – absolutní četnost
n(l) / n – intervalová relativní četnost
N(x") – intervalová kumulativní četnost do horní hranice X"
F(x") – intervalová relativní kumulativní četnost do horní hranice X"

* Třídící interval

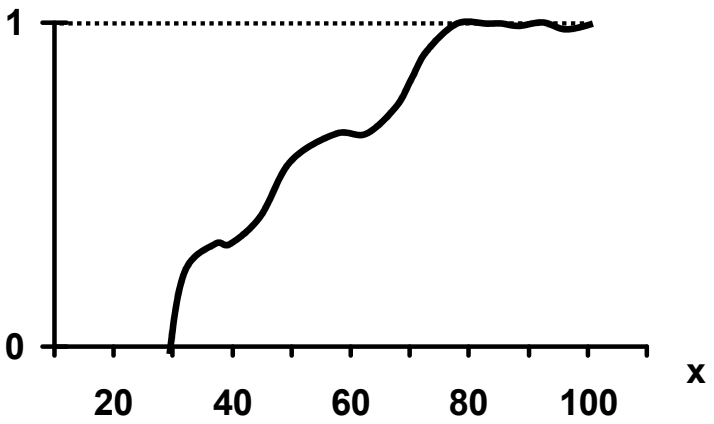
Jak vznikají informace ?
- frekvenční sumarizace spojitých dat

Histogram



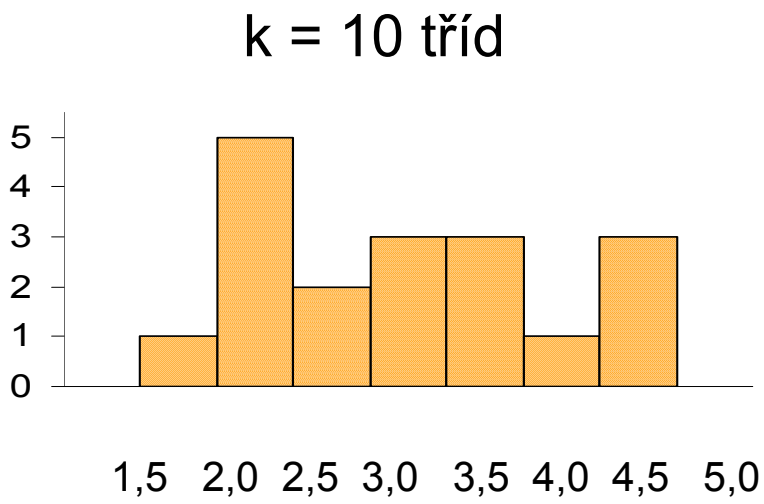
$$f(x)=\frac{n(l)/n}{d(l)} \Rightarrow$$ **Intervalová hustota četnosti**

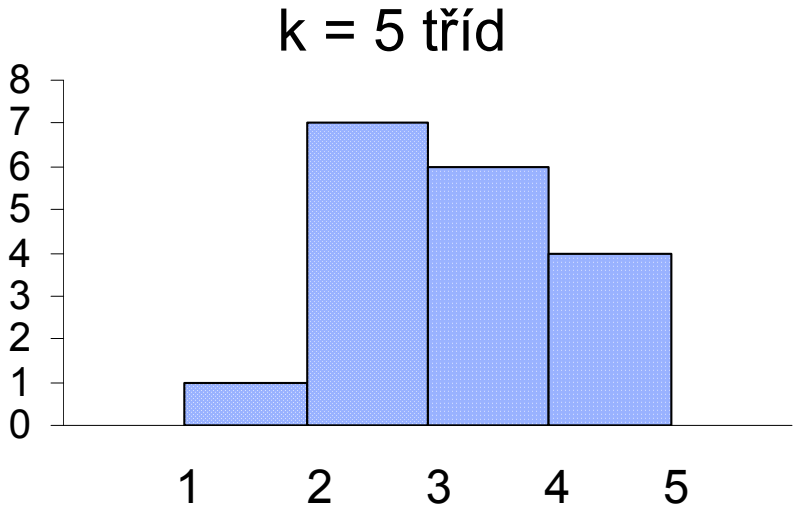
Výběrová distribuční funkce

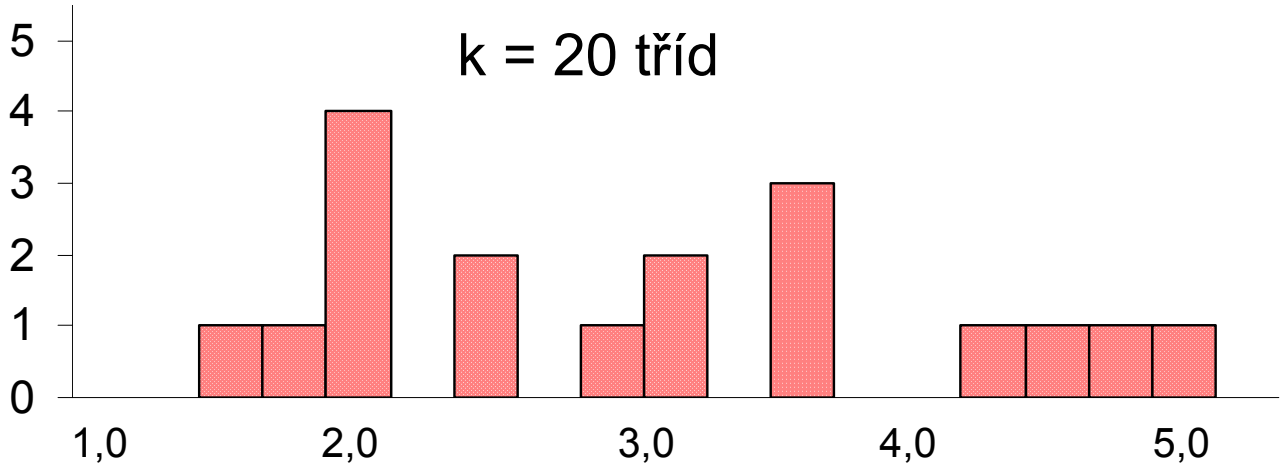


F(x) ⇒ **Intervalová relativní kumulativní četnost**

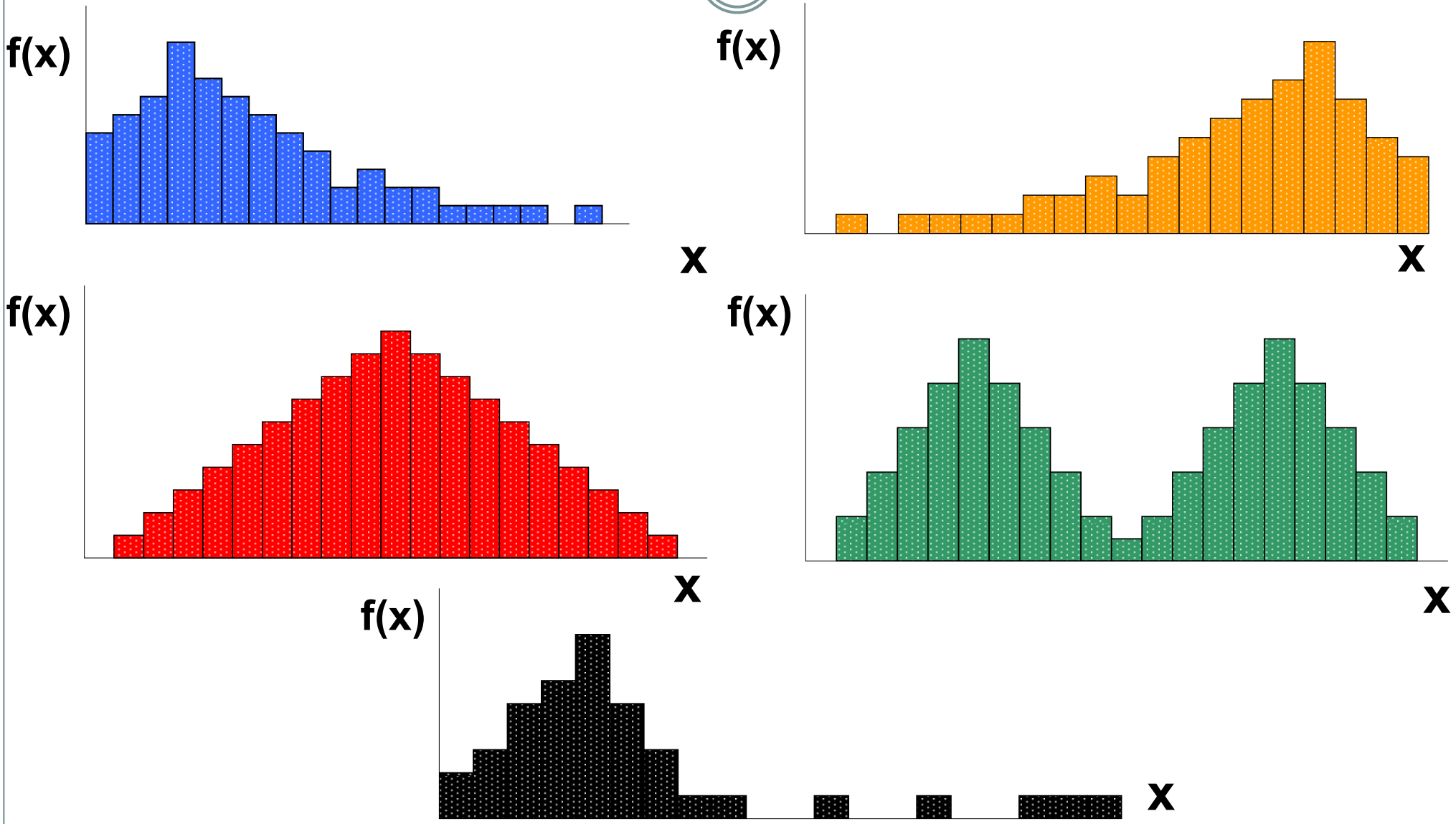
Počet zvolených tříd a velikost souboru určují kvalitu výstupu



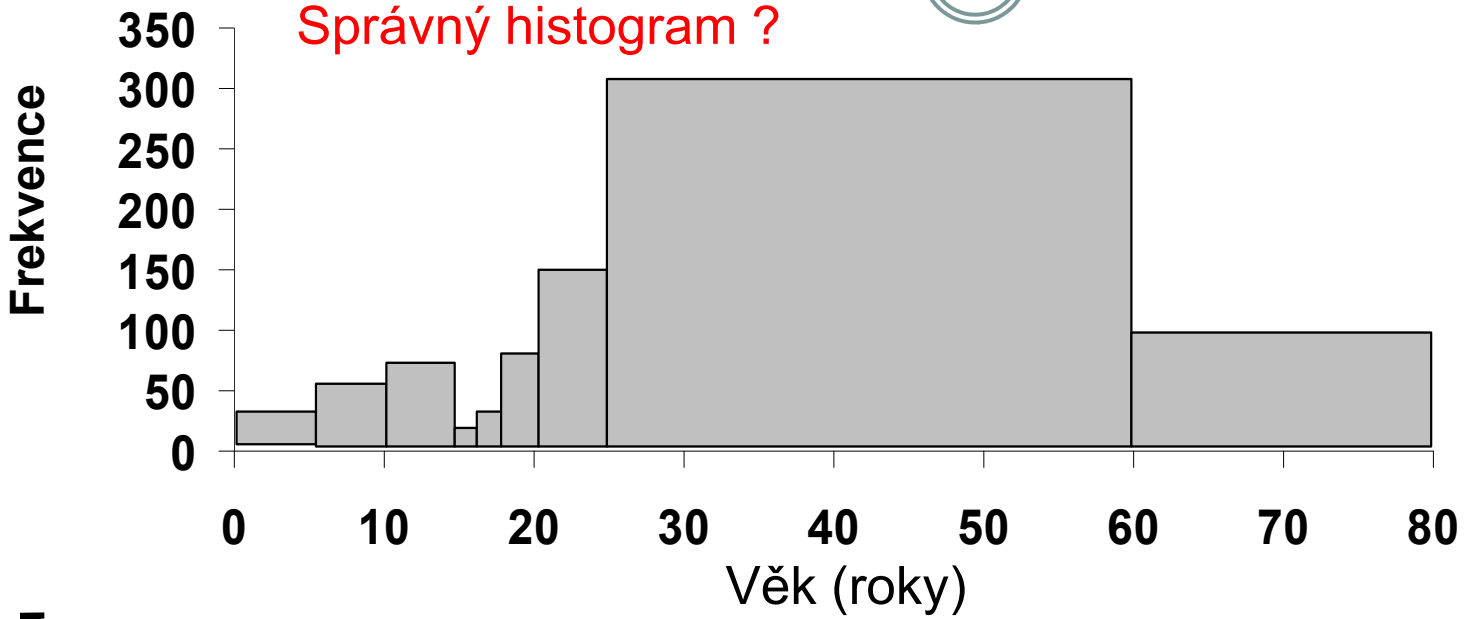




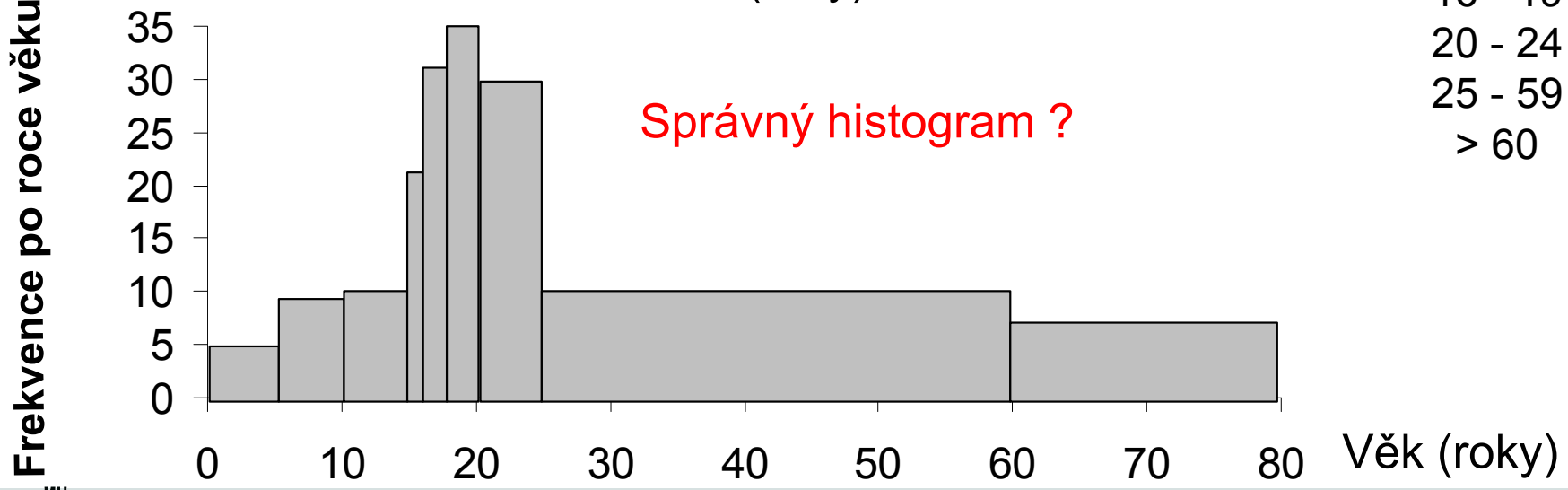
Histogram vyjadřuje tvar výběrového rozložení



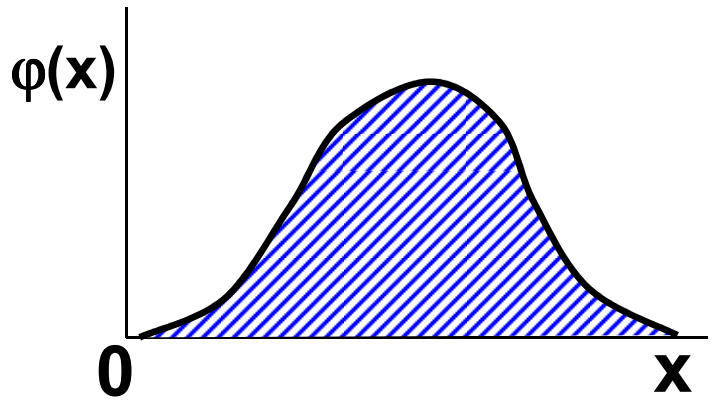
Příklad: věk účastníků vážných dopravních nehod



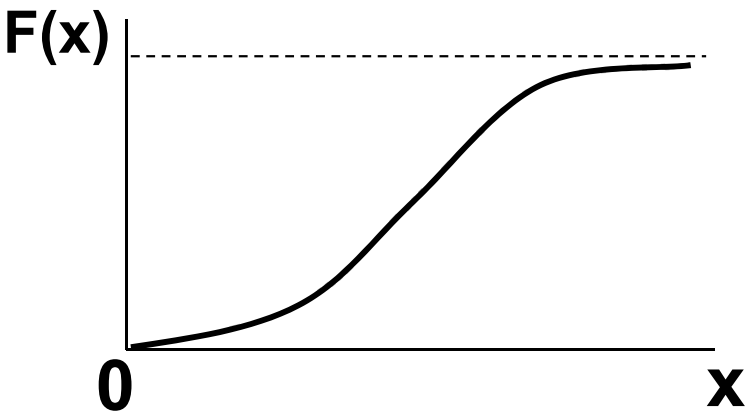
Věk	f
0 - 4	28
5 - 9	46
10 - 15	58
16 - 19	20
20 - 24	114
25 - 59	316
> 60	103



Pojem ROZLOŽENÍ - příklad spojitých dat



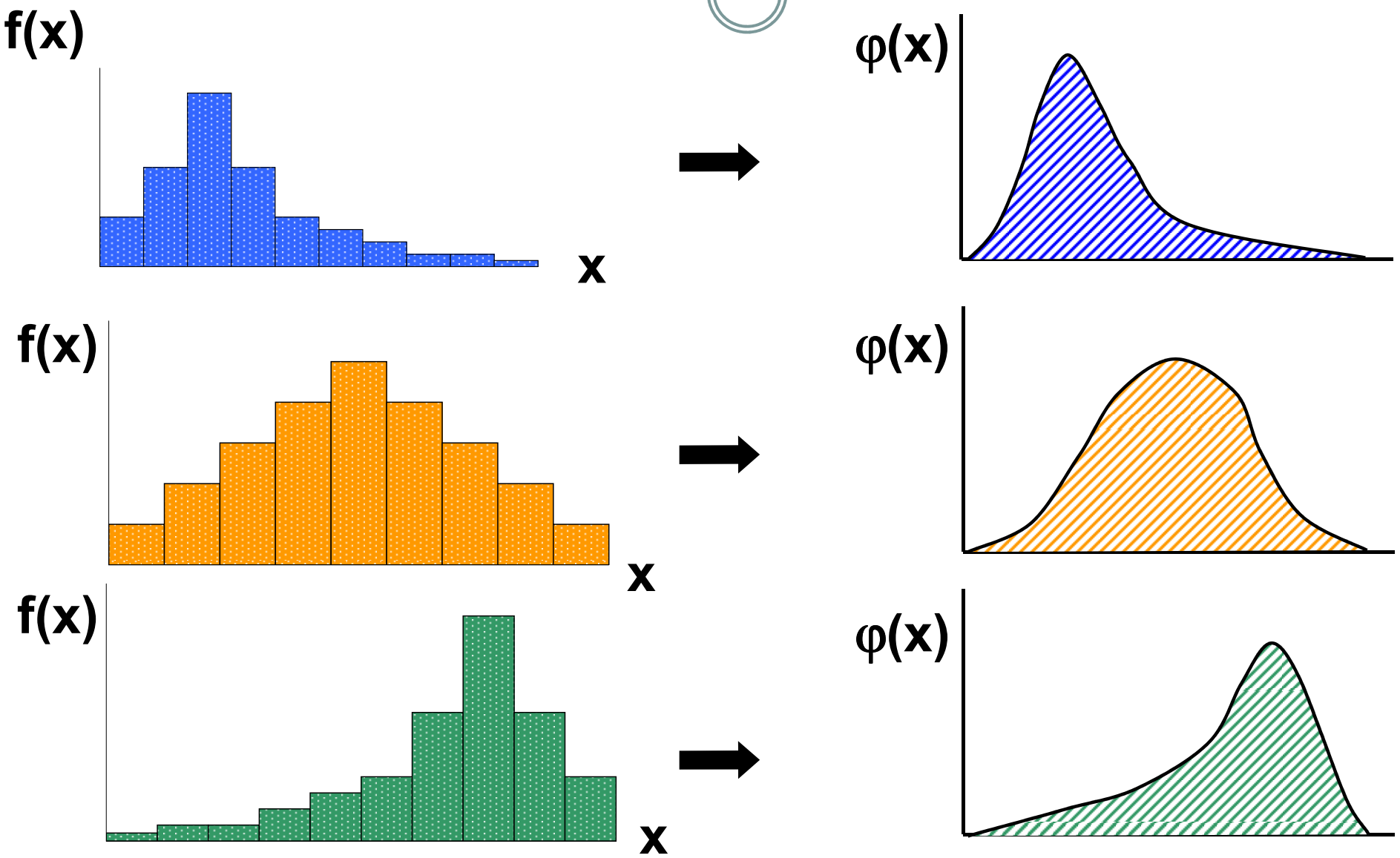
Rozložení



Distribuční funkce

Je - li dána distribuční funkce, je dáno rozložení

Výběrové rozložení hodnot lze modelově popsat a definovat tak pravděpodobnost výskytu X



Popisné statistiky

Charakteristiky polohy (míry střední hodnoty, míry centrální tendence)

- Udávají, kolem jaké hodnoty se data centrují, resp. které hodnoty jsou nejčastější
- **Aritmetický průměr, medián, modus, geometrický průměr**

Charakteristiky variability (proměnlivosti)

- Zachycují rozptýlení hodnot v souboru (proměnlivost dat)
- **Variační rozpětí, rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient, střední chyba průměru**

Nominální znaky

Charakteristika polohy

- **Modus:** nejčastěji se vyskytující hodnota proměnné v souboru (hodnota s největší četností). V tabulce rozdělení četností se modus určí jednoduše z hodnoty znaku s největší četností.

Ordinální znaky

Charakteristika polohy

- **α-kvantil**: je-li α ∈ (0,1), pak α-kvantil x_α je číslo, které rozděluje uspořádaný datový soubor na dolní úsek, obsahující aspoň podíl α všech dat a na horní úsek obsahující aspoň podíl 1-α všech dat.
- Pro speciálně zvolená α užíváme názvů:

  $x_{0,50}$- **medián**, $x_{0,25}$- **dolní kvartil**, $x_{0,75}$-**horní kvartil**, $x_{0,1}$.... $x_{0,9}$-**decily**
- **Medián** znamená hodnotu, jež dělí řadu podle velikosti seřazených výsledků na dvě stejně početné poloviny. Jestliže n je sudé číslo, pak $\tilde{x} = 0{,}5(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$

  Jestliže n je liché číslo, pak $\tilde{x} = x_{(n+1)/2}$

Charakteristika variability

- **Kvartilové rozpětí (odchylka)**: $q=x_{0,75}-x_{0,25}$

Intervalové a poměrové znaky I

Charakteristika polohy

- **Aritmetický průměr**: je definován jako součet všech naměřených údajů vydělený jejich počtem,

$$E(x) = \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

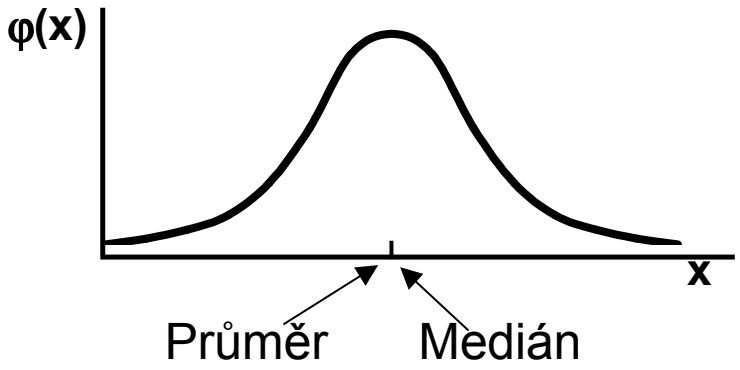
kde x_i jsou jednotlivé hodnoty a n jejich počet

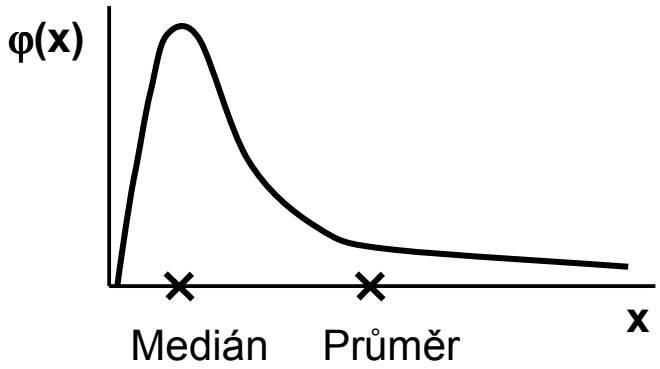
- **Geometrický průměr**: n kladných hodnot x_i, $\sqrt[n]{x_1 * \ldots\ldots * x_n}$, má smysl všude, kde má nějaký informační smysl součin hodnot proměnné. Z praktického hlediska platí, že logaritmus geometrického průměru je roven aritmetickému průměru logaritmovaných hodnot souboru.

Průměr vs medián

PAMATUJ:

- **Průměr je silně ovlivněn extrémními hodnotami (tzv. odlehlá pozorování) , medián není ovlivněn vybočujícími pozorováními**
- **Průměr je vhodný ukazatel středu u normálního/symetrického rozložení, medián je vhodnou charakteristikou středu souboru i v případě veličin s neznámým rozdělením**
- V případě symetrického rozložení jsou jejich hodnoty v podstatě shodné, v případě asymetrického rozložení však nikoliv!





Intervalové a poměrové znaky II

Charakteristiky variability

- Rozptyl (variance) je ukazatelem šířky rozložení získaný na základě odchylky jednotlivých hodnot od průměru

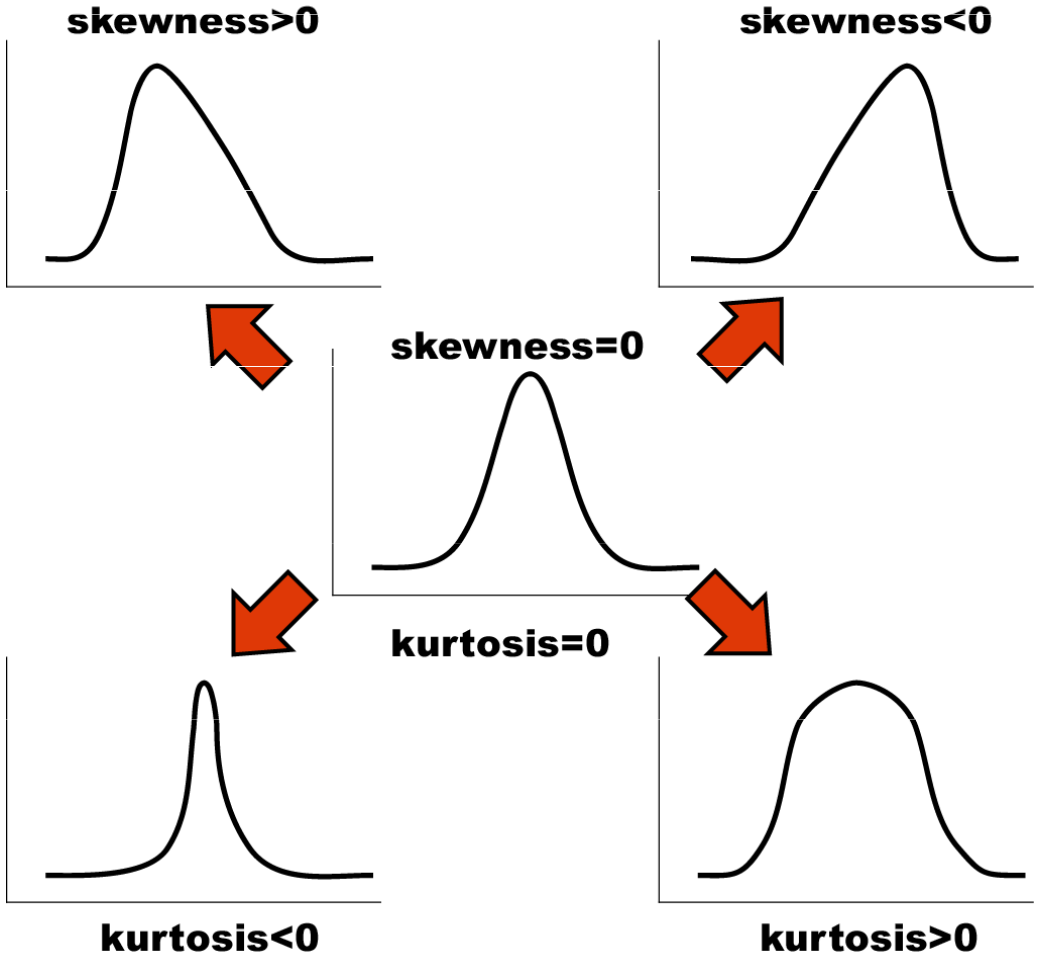
$$s^2 = \frac{\sum (x_i - x)^2}{n - 1}$$

  Obdobně jako u průměru je jeho vypovídací schopnost nejvyšší v případě symetrického/normálního rozložení

- Směrodatná odchylka(SD-standard deviation) je druhá odmocnina z rozptylu
- Koeficient variance - podíl SD ku průměru, u poměrových znaků, umožňuje porovnat variabilitu několika znaků (často se vyjadřuje v procentech-potom udává z kolika procent se podílí směrodatná odchylka na aritmetickém průměru)

Ukazatele tvaru rozložení

- **Skewness** – ukazatel „šikmosti“ rozložení, asymetrie rozložení
- **Kurtosis** – ukazatel „špičatosti/plochosti“ rozložení



Další parametry rozložení

- **Počet hodnot –** důležitý ukazatel, znamená jak moc lze na data spoléhat
- **Suma hodnot**
- **Minimum, maximum**
- **Variační rozpětí** – rozdíl mezi největší a nejmenší hodnotou řady
- **Střední chyba průměru (SE)**-měří rozptýlenost vypočítaného aritmetického průměru v různých výběrových souborech vybraných z jednoho základního souboru.