

Neparametrické testy



Parametrické vs. neparametrické testy



Parametrické testy

- Mají předpoklady o rozložení vstupujících dat (např. normální rozložení..)
- Při stejném N a dodržení předpokladů mají vyšší sílu testu než testy neparametrické
- **Pokud nejsou dodrženy předpoklady parametrických testů, potom jejich síla testu prudce klesá a výsledek testu může být zcela chybný a nesmyslný**



Neparametrické testy

- Nemají předpoklady o rozložení vstupujících dat, lze je tedy použít i při asymetrickém rozložení, odlehlých hodnotách, či nedetekovatelném rozložení
- Snížená síla těchto testů je způsobena redukcí informační hodnoty původních dat, kdy neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich pořadí

Statistické testy a normalita dat



- Normalita dat je jedním z předpokladů tzv. parametrických testů (testů založených na předpokladu nějakého rozložení) – např. *t*-testy
- Pokud data nejsou normální, neodpovídají ani modelovému rozložení, které je použito pro výpočet (*t*-rozložení) a test tak může lhát
- Řešením je tedy:
 - Transformace dat za účelem dosažení normality jejich rozložení
 - Neparametrické testy – tyto testy nemají žádné předpoklady o rozložení dat



Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
2 skupiny dat nepárově:	Nepárový <i>t</i> -test	Mannův Whitneyho test
2 skupiny dat párově:	Párový <i>t</i> -test	Wilcoxonův test, znaménkový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskalův- Wallisův test
Korelace:	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient

Neparametrické alternativy nepárového t-testu



X1	X2	ALL	Rank ALL	X1 rank	X2 rank
27	25	25	5	6	5
35	29	29	7,5	11	7,5
38	31	31	9	13	9
37	23	23	4	12	4
39	18	18	2	14	2
29	17	17	1	7,5	1
41	32	32	10	15	10
	19	19	3		3
		27	6		
		35	11		
		38	13		
		37	12		
		39	14		
		29	7,5		
		41	15		

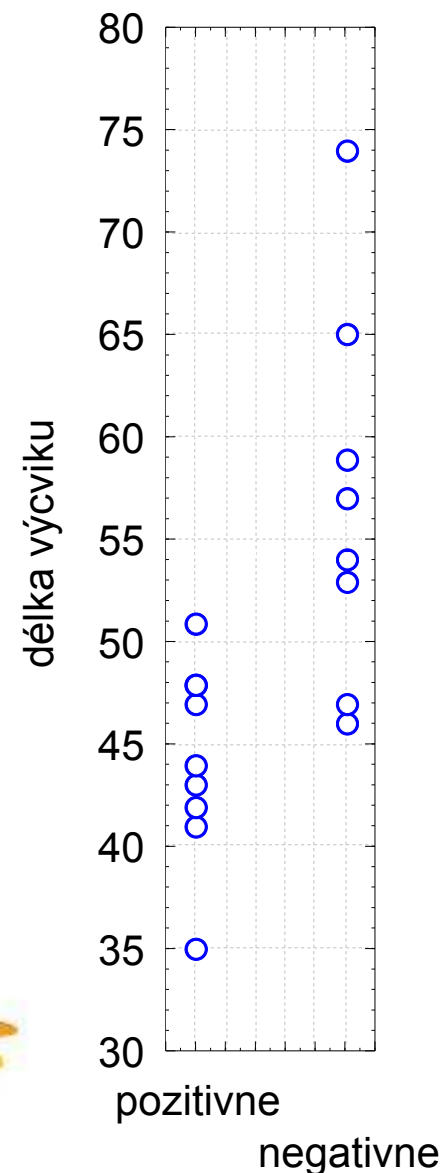
Mann Whitney U-test

- Stejně jako řada jiných neparametrických testů počítá i tento test s pořadím dat v souborech namísto s originálními daty. Jde o neparametrickou obdobu nepárového t-testu a z těchto neparametrických testů má nejvyšší sílu testu (95% párového t-testu).
- V případě Mann-Whitney testu jsou nejprve čísla obou souborů sloučena a je vytvořeno jejich pořadí v tomto sloučeném souboru, pak jsou hodnoty vráceny do původních souborů a nadále se pracuje již jen s jejich pořadím.
- Pro oba soubory je tedy vytvořen součet pořadí a menší z obou součtů je porovnán s kritickou hodnotou testu, pokud je tato hodnota menší než kritická hodnota testu, zamítáme nulovou hypotézu shody distribučních funkcí obou skupin.
- Podobným způsobem je počítán i **Wilcoxon rank sum test** (pozor, existuje ještě Wilcoxonův párový test!!!)

Příklad 1: Mann – Whitney U test



- 17 štěňat bylo trénováno v chození na záchod metodou pozitivního posilování (pochvala, když jde na záchod venku) nebo negativního (trest, když jde na záchod doma). Jako parametr bylo měřeno, za kolik dní je štěně vycvičeno.
- nulová hypotéza je, že není rozdíl v metodách tréninku, tedy, že oběma metodami je štěně vycvičeno za stejnou dobu.
- po srovnání rozložení + malý počet hodnot je vhodné použít neparametrický test
- je vytvořeno pořadí sloučených hodnot
- pořadí hodnot v jednotlivých skupinách dat je sečteno a menší ze součtů je použit pro srovnání s kritickou hodnotou testu
- výsledkem testu je $p < \alpha$, nulovou hypotézu tedy zamítáme a výsledkem testu je, že pozitivní působení při výcviku štěňat dává lepší výsledky



Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica I

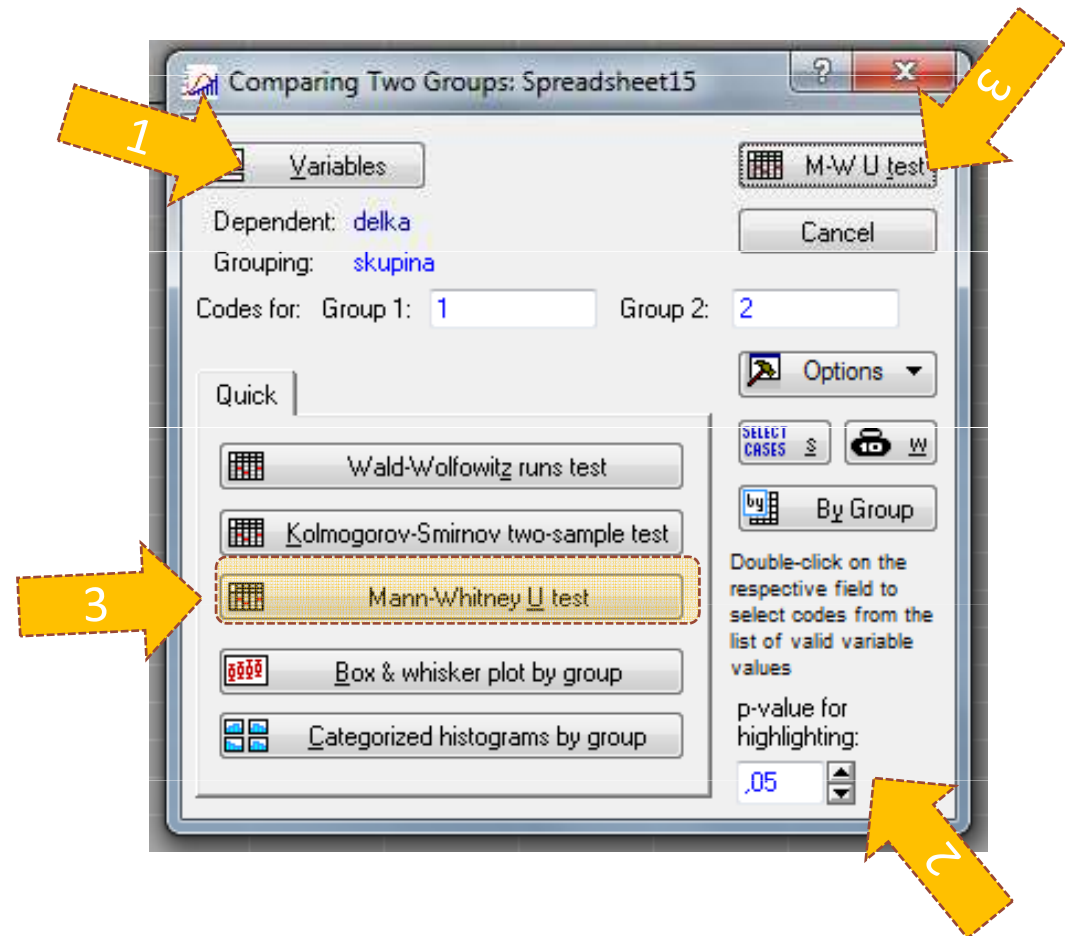
- V menu **Statistics** zvolíme **Nonparametrics**, vybereme **Comparing two independent samples (groups)**

The screenshot shows the Statistica software interface. The **Statistics** menu is open, and the **Nonparametrics** option is highlighted with a yellow arrow labeled '2'. A yellow arrow labeled '1' points to the **Statistics** menu itself. Below the menu, a data table is visible with columns labeled 'ativne', 'delka', and 'skupina'. A yellow arrow labeled '3' points to the 'Comparing two independent samples (groups)' option in the 'Nonparametric Statistics: Spreadsheet15' dialog box.

2	3	4
ativne	delka	skupina
42	35	1
46	41	1
47	43	1
53	44	1
54	47	1
57	48	1
59	48	1
65	51	1
74	42	2
	46	2
	47	2
	53	2
	54	2
	57	2
	59	2
	65	2
	74	2

Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat
- ***p-value for highlighting***
Úroveň p lze změnit
- Kliknutím na ***Mann-Whitney U test***, nebo na M-W U test získáme výstupy:



Řešení: Mann-Whitney test v Statistica III



Součet pořadí T_1

Součet pořadí T_2

Hodnota asymptotické testové statistiky

Mann-Whitney U Test (Spreadsheet15)										
By variable skupina										
Marked tests are significant at p <,05000										
variable	Rank Sum Group 1	Rank Sum Group 2	U	Z	p-value	Z adjusted	p-value	Valid N Group 1	Valid N Group 2	2*1sided exact p
delka	49,50000	103,5000	135,0000	-2,11695	0,034265	-2,11955	0,034045	8	9	0,027396

Hodnota testové statistiky

Asymptotická p- hodnota

Přesná p- hodnota
(označení 2*1sided exact p- použít,
jestliže rozsah výběru je menší než 30)

Neparametrická obdoba párového t-testu



Párový Wilcoxonův test

- Jsou vytvořeny difference mezi soubory, je vytvořeno jejich pořadí bez ohledu na znaménko a poté je sečteno pořadí kladných a pořadí záporných rozdílů. Menší z těchto dvou hodnot je srovnána s kritickou hodnotou testu a pokud je menší než kritická hodnota testu, pak zamítáme hypotézu shody obou souborů hodnot. Pro test existuje aproximace na normální rozložení, ale pouze pro velká $n > 25$.

Před zásahem	Po zásahu	Změna	Absolutní pořadí
6	2	4	10
2,5	3	-0,5	1,5
6,3	5	1,3	6
8,1	9	-0,9	5
1,5	2	-0,5	1,5
3,4	4	-0,6	3
2,5	1	1,5	8
1,11	2	0,89	4
2,6	4	-1,4	7
1	3	-2	9

Příklad 2: Wilcoxonův párový test

člověk	A	B	diference	pořadí
1	142	138	4	4,5
2	140	136	4	4,5
3	144	147	-3	3
4	144	139	5	7
5	142	143	-1	1
6	146	141	5	7
7	149	143	6	9,5
8	150	145	5	7
9	142	136	6	9,5
10	148	146	2	2

A.....parametr krve před podáním léku

B.....parametr krve po podání léku

W₊součet pořadí přes kladné hodnoty rozdílů = 51

W₋součet pořadí přes záporné hodnoty rozdílů = 4

$$W = \min(W_+; W_-) = 4$$

$$\text{počet párů} = n = 10$$

Pokud je **W** menší než kritická hodnota testu, pak zamítáme hypotézu shody distribučních funkcí obou skupin.

Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica I

- V menu **Statistics** zvolíme **Nonparametrics**,
vybereme **Comparing two dependent samples (variables)**

The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Nonparametrics' option is highlighted with a yellow arrow labeled '2'. Below the menu, a data table is visible with two columns: '1 pred' and '2 po'. The values in the '2 po' column are 138, 136, 147, 139, 143, 141, 143, 146, 142, and 146. A yellow arrow labeled '3' points to the 'Comparing two dependent samples (variables)' option in the 'Nonparametric Statistics: parametr_krve' dialog box.

	1 pred	2 po
1	142	138
2	140	136
3	144	147
4	144	139
5	142	143
6	146	141
7	149	143
8	150	146
9	142	142
10	148	146

Nonparametric Statistics: parametr_krve

Quick

- 2 x 2 Tables (X²/N²/Phi², McNemar, Fisher exact)
- Observed versus expected X²
- Correlations (Spearman, Kendall tau, gamma)
- Comparing two independent samples (groups)
- Comparing multiple indep. samples (groups)
- Comparing two dependent samples (variables)
- Comparing multiple dep. samples (variables)
- Cochran Q test
- Ordinal descriptive statistics (median, mode, ...)

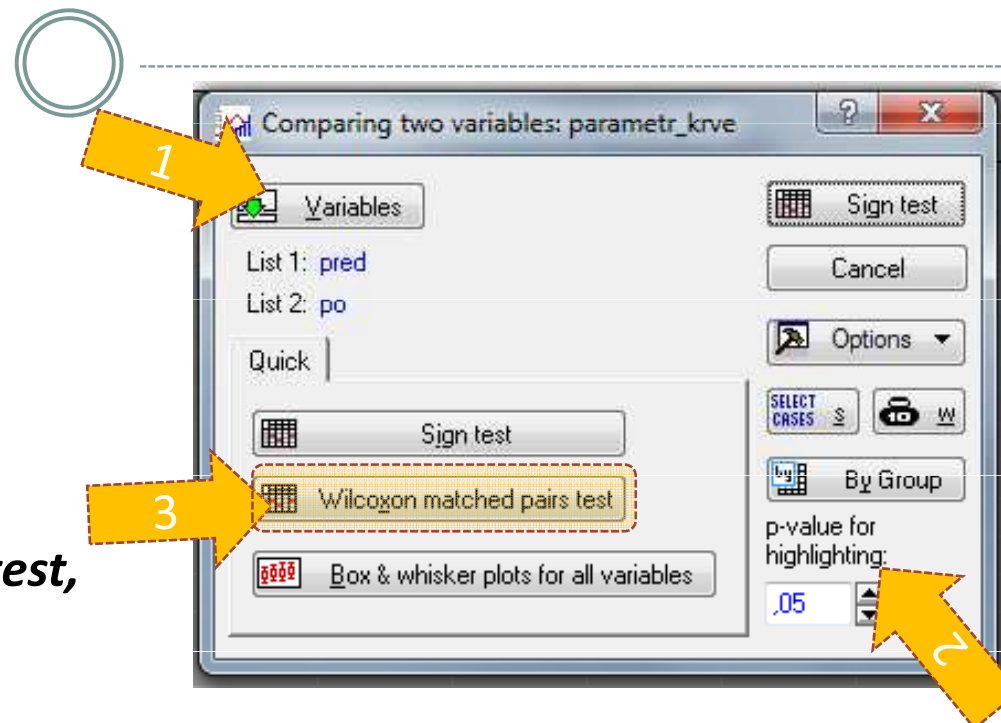
OK Cancel Options Open Data SELECT CASES

Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat

- ***p-value for highlighting*** – Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Wilcoxon matched pairs test***, získáme výstupy:



Rozsah výběru

		Wilcoxon Matched Pairs Test (parametr_krve)			
		Marked tests are significant at p < .05000			
Pair of Variables		Valid N	T	Z	p-value
pred	& po	10	4,000000	2,395342	0,016605

POZOR: podmínka pro použití asymptotické p-hodnoty je: $n \geq 30$

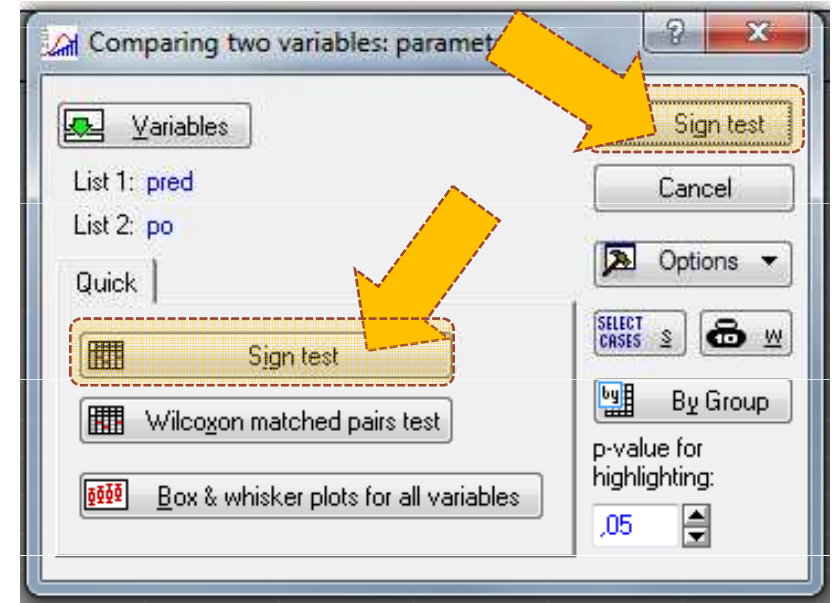
Hodnota testovací statistiky

Asymptotická p-hodnota

Hodnota asymptotické testové statistiky

Párový znaménkový test

- Vybereme proměnné, které chceme testovat
- *p-value for highlighting* - Úroveň p lze změnit
- Kliknutím na **Sign test (párový znaménkový test)** získáme výstupy:



Počet nenulových hodnot, z nich záporných je 20%.

Pair of Variables		No. of Non-ties	Percent $v < V$	Z	p-value
pred	& po	10	20,00000	1,581139	0,113846

POZOR: podmínka pro použití asymptotické p-hodnoty je: $n > 20$

Hodnota asymptotické testové statistiky

Asymptotická p-hodnota

Znaménkový test – příklad I



Párově uspořádaný experiment pro nominální data

I. Dva preparáty, každý na 1/2 listu

- sledovaná veličina: počet skvrn (hodnoceno pouze jako rozdíl)

	Počet skvrn									
A	V	V	M	V	V	M	M	V	V	V
B	M	M	V	M	M	V	V	M	M	M

V – větší; M – menší

n = 10 listů s rozdílnými výsledky

jev → A je větší: + $n_+ = 7$

jev → B je menší: - $n_- = 3$

$$\min(n_+, n_-) = 3$$

II. dvě protilátky z různých zdrojů (A;B)

- aplikované na vzorek s antigenem

n = 10

A	+	+	-	+	-	+	-	+	+	-
B	-	-	+	-	+	+	-	-	+	-

n – nenulových rozdílů: 6 → A: $n_+ = 4$

→ A: $n_- = 2$

$$\min(n_+, n_-) = 2$$

Neparametrická obdoba analýzy rozptylu



Kruskalův – Wallisův test

- K dispozici jsou alespoň 3 nezávislé náhodné výběry
- Nulová hypotéza tvrdí, že všechny tyto výběry pocházejí z téhož rozložení
- Nejprve všechny hodnoty uspořádáme a určíme pořadí každé hodnoty, poté pro každý výběr sečteme pořadí hodnot (T_j), které do něj patří. Testová statistika má

tvar:
$$Q = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^r \frac{T_j^2}{n_j} - 3(n+1)$$

- V případě zamítnutí nulové hypotézy, se ptáme, které dvojice náhodných výběrů se liší, k tomuto účelu je vhodné použít **metody mnohonásobného porovnávání**

Příklad 3: Kruskalův- Wallisův test



- Bylo získáno 150 kosatců pocházejících ze tří základních tříd: iris setosa, iris versicolor, iris virginica. Z botaniky je známo že iris versicolor je hybridem zbývajících dvou druhů. U květů byly měřeny následující údaje: délka a šířka kališních lístků, délka a šířka korunních plátků.
- Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že délka kališních lístků u třech tříd kosatců se neliší. Pokud zamítnete nulovou hypotézu, zjistěte, které dvojice tříd se od sebe liší.



Iris virginica

Iris versicolor

Iris setosa

Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica I

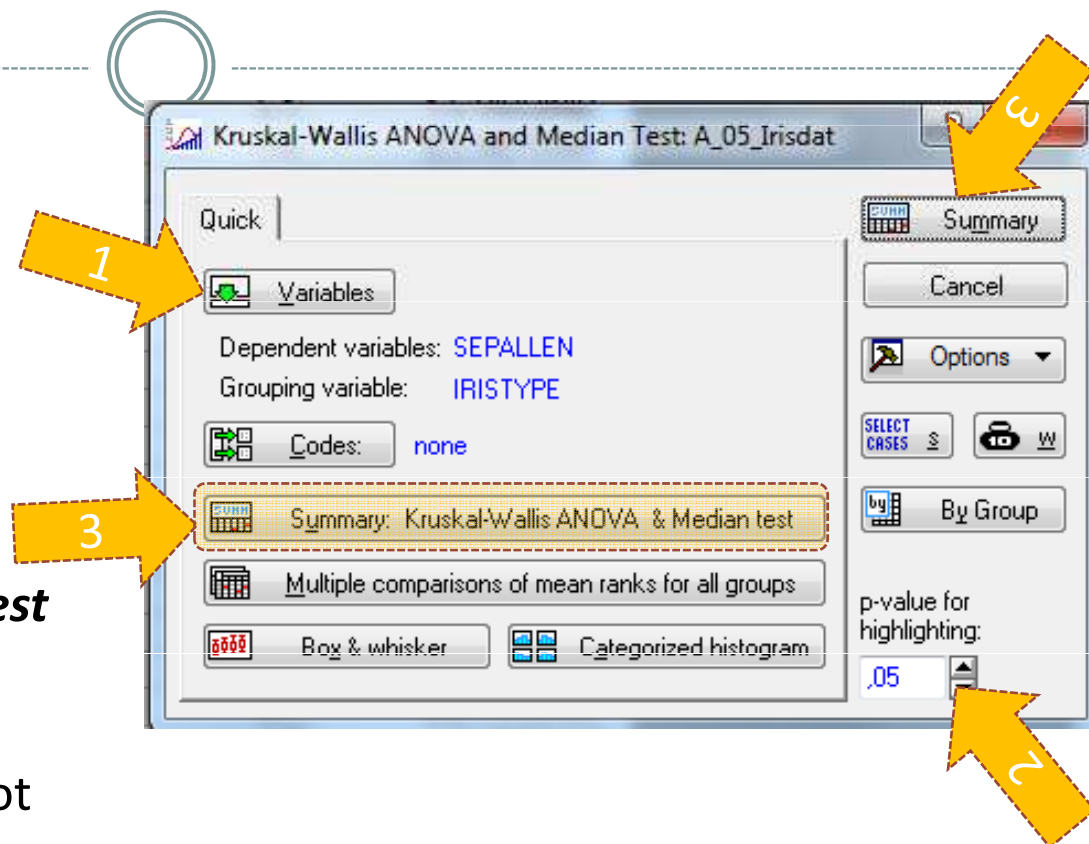
The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Nonparametrics' option is highlighted with a yellow arrow labeled '2'. The 'Nonparametric Statistics: A_05_Irisdat' dialog box is open, and the 'Comparing multiple indep. samples (groups)' option is highlighted with a yellow arrow labeled '3'. A yellow arrow labeled '1' points to the 'Statistics' menu. The background shows a data table with columns 'Fisher (1936)' and 'SEPALLEN'.

Fisher (1936)	SEPALLEN
1	5
6,4	
6,5	
6,7	
6,9	
6,2	
5,9	
4,6	
6,1	
6	
6,5	

- V menu **Statistics** zvolíme **Nonparametrics**, vybereme **Comparing multiple Indep. samples (groups)**

Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat
- *p-value for highlighting*- Úroveň p lze změnit
- Kliknutím na **Summary: Kruskal-Wallis ANOVA & Median test** získáme výstupy.



Počet hodnot v každém výběru Součet pořadí hodnot

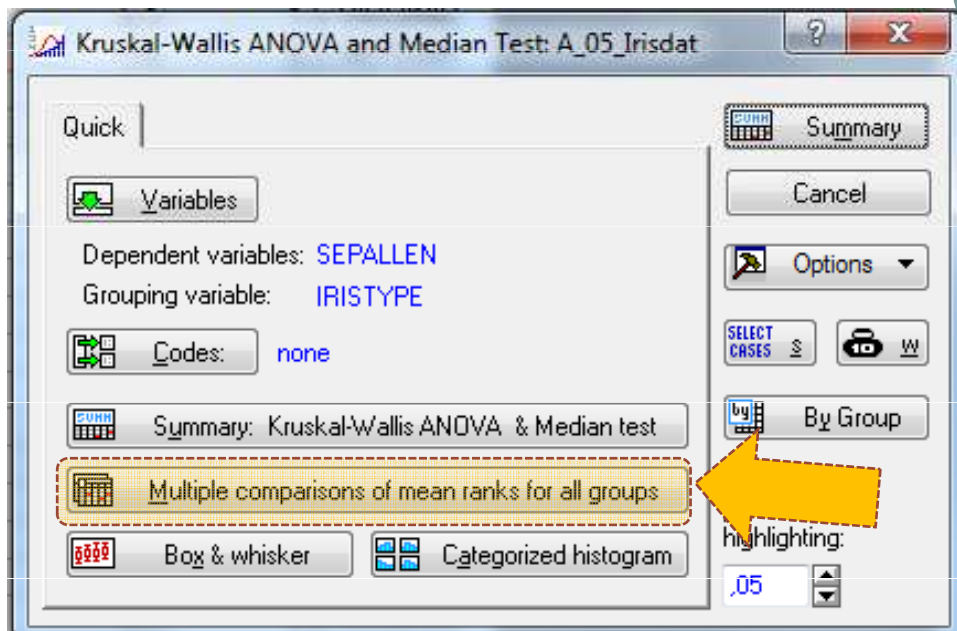
Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; SEPALLEN (A_05_Irisdat)
Independent (grouping) variable: IRISTYPE
Kruskal-Wallis test: $H(2, N=150) = 96,93744$ $p = 0,000$

Depend.:	Code	Valid N	Sum of Ranks	Mean Rank	
SEPALLEN					
SETOSA	1	50	1482,000	29,6400	Hodnota testové statistiky
VERSICOL	2	50	4132,500	82,6500	
VIRGINIC	3	50	5710,500	114,2100	

p-hodnota,

Je-li rozdíl mezi středními hodnotami průkazný ($p < 0,05$), musíme provést **testy mnohonásobného porovnání.**

Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica III



Testy mnohonásobného porovnávání

- Kliknutím na ***Multiple comparisons of mean ranks for all groups***

Multiple Comparisons p values (2-tailed); SEPALLEN (A_05_Irisdat)
Independent (grouping) variable: IRISTYPE
Kruskal-Wallis test: $H(2, N=150) = 96,93744$ $p = 0,000$

Depend.:	SETOSA	VERSICOL	VIRGINIC				
SEPALLEN	R:29,640	R:82,650	R:114,21				
SETOSA		0,000000	0,000000				
VERSICOL	0,000000		0,000843				
VIRGINIC	0,000000	0,000843					

p-hodnoty