Parametrické testy

Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
J. Jarkovský, L. Dušek

Parametrické testy

- Předpoklad: **normalita dat**
- *Studentův t-test* (testování rozdílů dvou středních hodnot)

  varianty t-testu:

  1. ***Jednovýběrový t-test*** (porovnání základního a výběrového souboru, známe střední hodnotu základního souboru)
  2. ***Dvouvýběrový t-test*** (porovnání dvou výběrových souborů, neznáme střední hodnotu základního souboru):

     - *párový* (závislé výběry)

     - *nepárový* (nezávislé výběry)

- *F-test* (testování rozdílů dvou rozptylů)

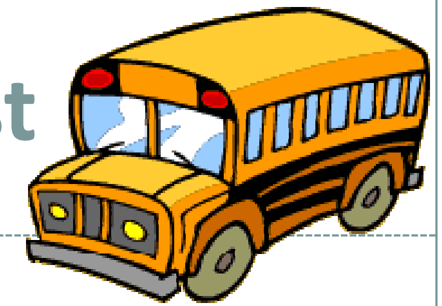
1. Statistické testy o parametrech jednoho výběru

Jednovýběrový t-test

Anotace

- Jednovýběrové statistické testy srovnávají některou popisnou statistiku vzorku (průměr, směrodatnou odchylku) s jediným číslem, jehož význam je ze statistického hlediska hodnota cílové populace
- Z hlediska statistické teorie jde o ověření, zda daný vzorek pochází z testované cílové populace.
- Pro parametrické testy musí mít datový soubor normální rozložení.

Příklad 1: Jednovýběrový t-test



- Určitá linka autobusové městské dopravy má v době dopravní špičky průměrnou rychlost 8 km/hod. Uvažovalo se o tom, zda změna trasy by vedla ke změně průměrné rychlosti. Nová trasa byla proto projeta v deseti náhodně vybraných dnech a byly zjištěny tyto průměrné rychlosti: 7,8 7,9 9,0 7,8 8,0 7,8 8,5 8,2 8,2 9,3. Rozhodněte, zda změna trasy vede ke změně průměrné rychlosti. Předpokládáme normální rozdělení a α=0,05.
- **Postup:**

1. **Na hladině významnosti 0,05 testujeme hypotézu H_0:** $\mu = 8$ **, proti H_A :** $\mu \neq 8$
2. **Vypočteme aritmetický průměr a rozptyl výběrového souboru.**
3. **Vypočteme testové kritérium t:**

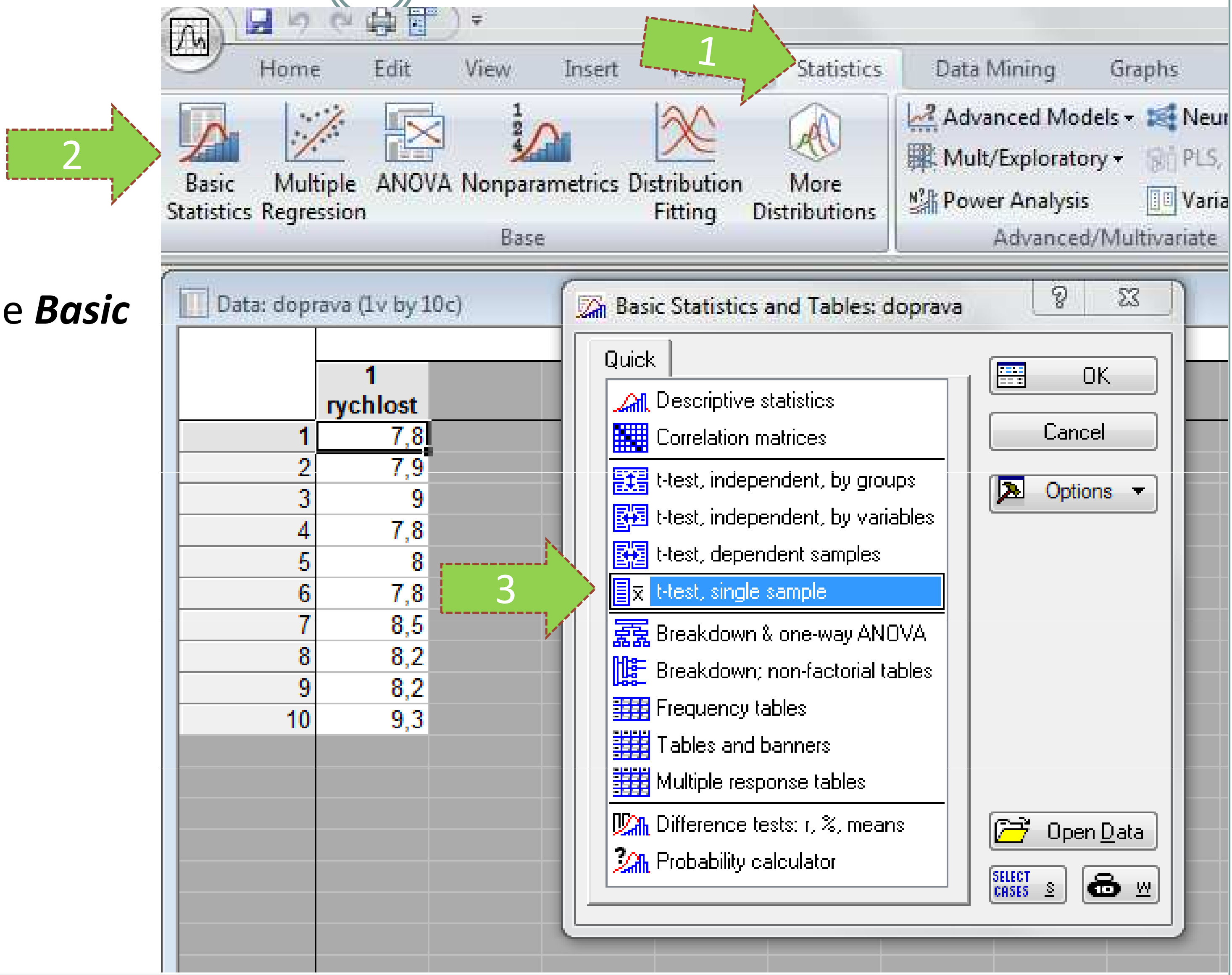
$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s}\sqrt{n} = \frac{8{,}25 - 8}{0{,}530}\sqrt{10} = 1{,}492$$

4. **Vypočtené t porovnáme s kritickou hodnotou $t_{1-\alpha/2(n-1)}$:** $t_{0{,}975}(9) = 2{,}262$

5. **Je-li $t \leq t_{1-\alpha/2(n-1)}$ statisticky nevýznamný rozdíl testovaných parametrů při zvolené** α; nulovou hypotézu nezamítáme, na hladině významnosti α=0,05 se nepodařilo prokázat, že by změna trasy měla za následek změnu průměrné rychlosti.

Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica I

• V menu ***Statistics*** zvolíme ***Basic statistics*** ,vybereme ***t-test,single sample***



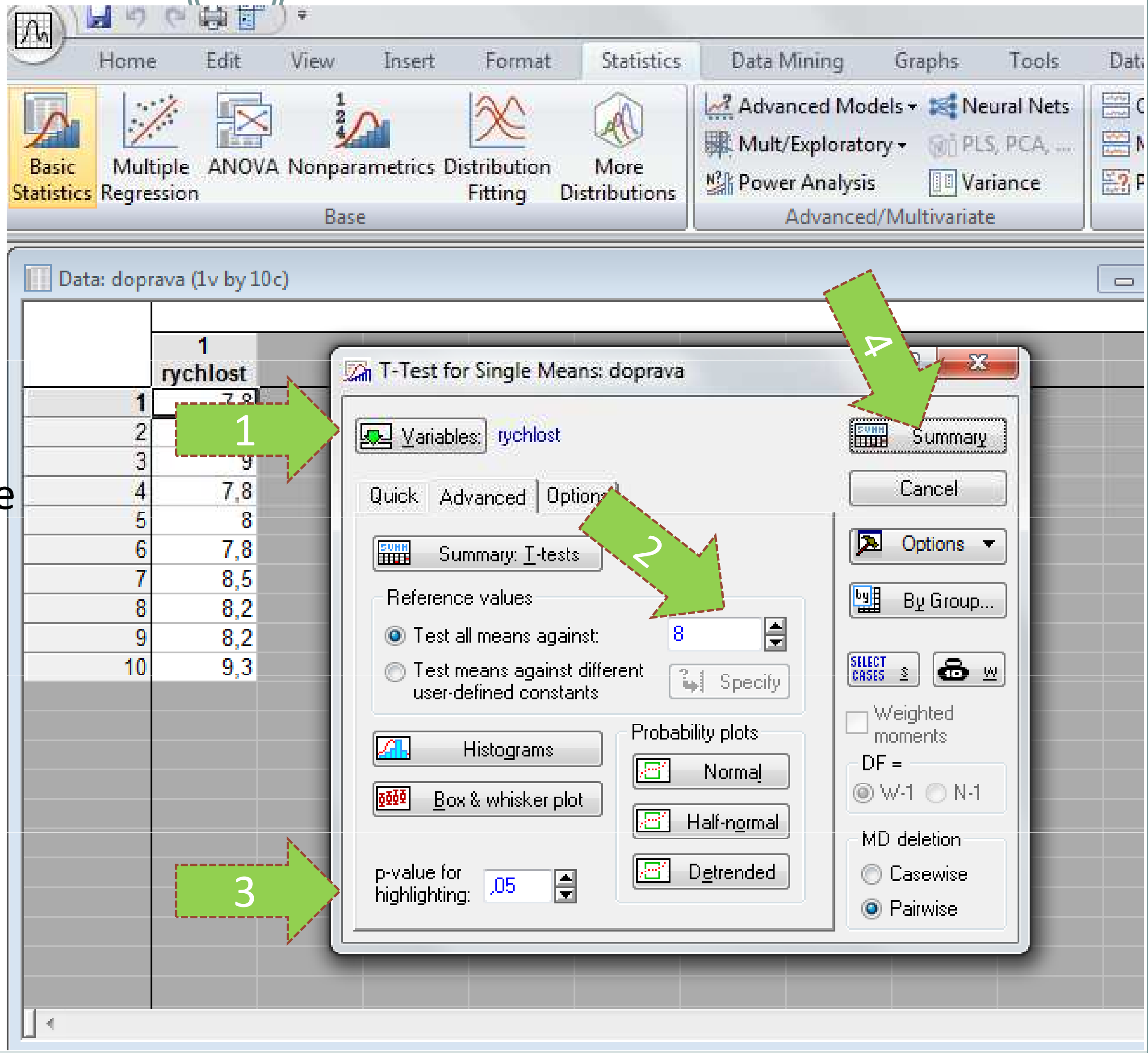
Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnnou, kterou chceme testovat

- Na kartě ***Advanced*** napíšeme do okénka ***Test all means against*** velikost střední hodnoty populace (lze také na kartě ***Quick, Options***)

- ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Summary t-test*** nebo na ***Summary*** získáme výstupy



Řešení v softwaru Statistica III

Rozsah výběru

Hodnota testovacího kritéria

Standardní chyba

Výběrový průměr stat. znaku

Stupeň volnosti

Test of means against reference constant (value) (doprava)

Variable	Mean	Std.Dv.	N	Std.Err.	Reference Constant	t-value	df	p
rychlost	8,250000	0,529675	10	0,167498	8,000000	1,492556	9	0,169753

Výběrová směrodatná odchylka stat.znaku

POZOR: Platí pro oboustranný test!!!

Referenční konstanta-předpokládaná velikost střední hodnoty

2. Statistické testy o parametrech dvou výběrů

Dvouvýběrový párový a nepárový t-test

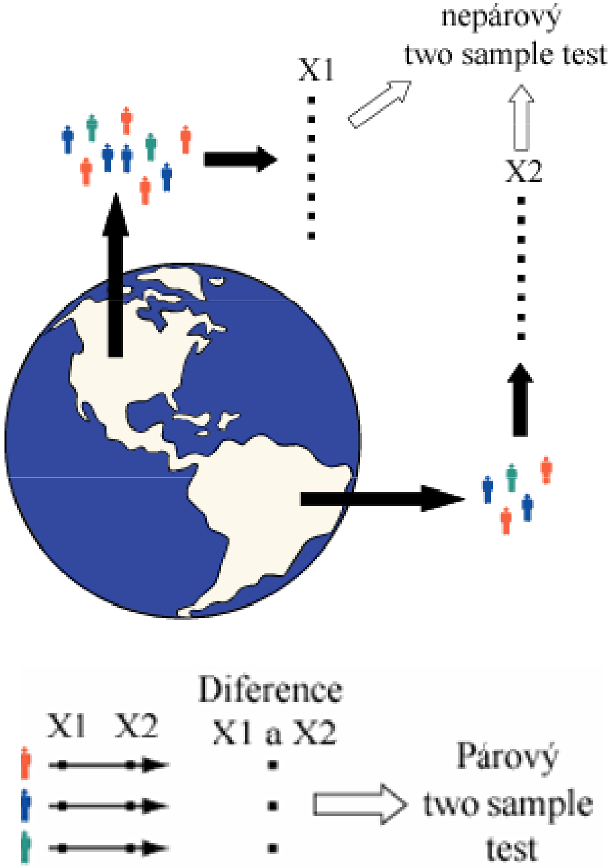
Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
J. Jarkovský, L. Dušek

Anotace

- Jedním z nejčastějších úkolů statistické analýzy dat je srovnání spojitých dat ve dvou skupinách pacientů. Na výběr je celá škála testů, výběr konkrétního testu se pak odvíjí od toho, zda je o srovnání párové nebo nepárové a zda je vhodné použít test parametrický (má předpoklady o rozložení dat) nebo neparametrický (nemá předpoklady o rozložení dat, nicméně má nižší vypovídací sílu).
- Nejznámějšími testy z této skupiny jsou tzv. t-testy používané pro srovnání průměrů dvou skupin hodnot

Dvouvýběrové testy: párové a nepárové I

- Při použití dvouvýběrových testů srovnáváme spolu dvě rozložení. Jejich základním dělením je podle designu experimentu na testy párové a nepárové.



- Základním testem pro srovnání dvou nezávislých rozložení spojitých čísel je **nepárový dvouvýběrový t-test**

- Základním testem pro srovnání dvou závislých rozložení spojitých čísel je **párový dvouvýběrový t-test**

Dvouvýběrové testy: párové a nepárové II

Data

X_1 X_2

Nezávislé uspořádání

X_1 X_2

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

n_1 n_2

$\bar{x}_1$ $\bar{x}_2$

s_1^2 s_2^2

Párové uspořádání

$X_1 - X_2 = D$

$H_0 : \bar{D} = 0$

n

$\bar{D}$

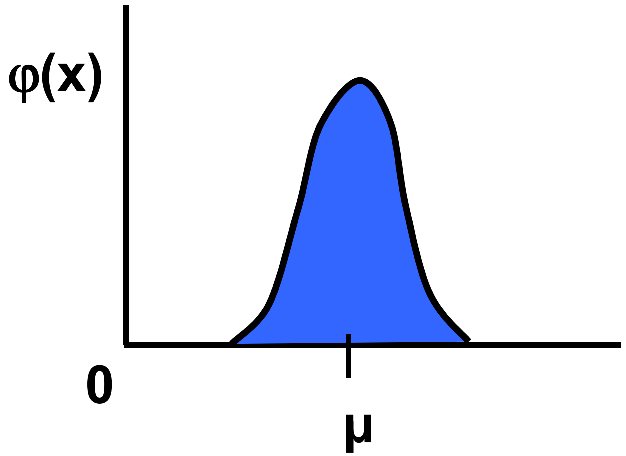
s_D^2

$(n = n_2 = n_1)$

Design uspořádání
zásadně ovlivňuje interpretaci parametrů

Předpoklady nepárového dvouvýběrového t-testu

- Náhodný výběr subjektů jednotlivých skupin z jejich cílových populací
- Nezávislost obou srovnávaných vzorků
- Přibližně **normální rozložení proměnné ve vzorcích**, drobné odchylky od normality ovšem nejsou kritické, test je robustní proti drobným odchylkám od tohoto předpokladu, normalita může být testována testy normality
- **Rozptyl v obou vzorcích by měl být přibližně shodný** (homoscedastic). Tento předpoklad je testován několika možnými testy – *Levenův test* nebo *F-test*.
- Vždy je vhodné prohlédnout histogramy proměnné v jednotlivých vzorcích pro okometrické srovnání a ověření předpokladů normality a homogenity rozptylu – nenahradí statistické testy, ale poskytne prvotní představu.



Nepárový dvouvýběrový t-test – výpočet

1. Nulová hypotéza: průměry obou skupin jsou shodné

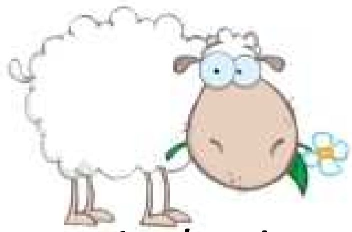
   Alternativní hypotéza je, že nejsou shodné.
2. Prohlédnout průběh dat, průměr, medián apod.

   Ověřit normalitu dat (např. Shapiro-Wilk test)

   Ověřit homogenitu rozptylů (F-test)

   - V případě ověření homogenity je testována hypotéza shody rozptylů; v případě shodných rozptylů je vše v pořádku a je možné pokračovat ve výpočtu t-testu, v opačném případě není vhodné test počítat.

3. Vypočítat hodnotu testové statistiky a p-hodnotu. Když je vypočítaná p-hodnota menší než 0,05, zamítáme nulovou hypotézu.



Příklad 2: Nepárový dvouvýběrový t-test

1. skupina, N=30

Průměrná hmotnost ovcí v čase páření byla srovnávána pro kontrolní skupinu a skupinu krmenou zvýšenou dávkou potravy. Kontrolní skupina obsahuje 30 ovcí, skupina se zvýšeným příjmem potravy pak 24 ovcí.

- Vlastní experiment byl prováděn tak, že na začátku máme 54 ovcí (ideálně stejného plemene, stejně staré atd.), které náhodně rozdělíme do dvou skupin (náhodné rozdělování objektů do pokusných skupin je objektem celého specializovaného odvětví statistiky nazývaného randomizace). Poté co experiment proběhne, musíme nejprve ověřit teoretický předpoklad pro využití nepárového t-testu. Pro obě proměnné jsou vykresleny grafy (můžeme též spočítat základní popisnou statistiku), na kterých můžeme posoudit normalitu a homogenitu rozptylu, kromě okometrického pohledu můžeme pro ověření normality použít testy normality, pro ověření homogenity rozptylu pak F-test
- Pokud platí všechny předpoklady Two sample nepárového t-testu, můžeme spočítat testovou charakteristiku, výsledné t je 2,43 s 52 stupni volnosti, podle tabulek je a $t_{0,975\,(52)}$= 2,01, tedy t> $t_{0,975\,(52)}$= a nulovou hypotézu můžeme zamítnout, skutečná pravděpodobnost je pak 0,018. Rozdíl mezi skupinami je 1,59 kg ve prospěch skupiny se zvýšeným příjmem.

$$t = \frac{Rozdíl\_průrůmě}{SE(rozdílprůo\ ěrů)} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \qquad s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \qquad \upsilon = n_1 + n_2 - 2$$

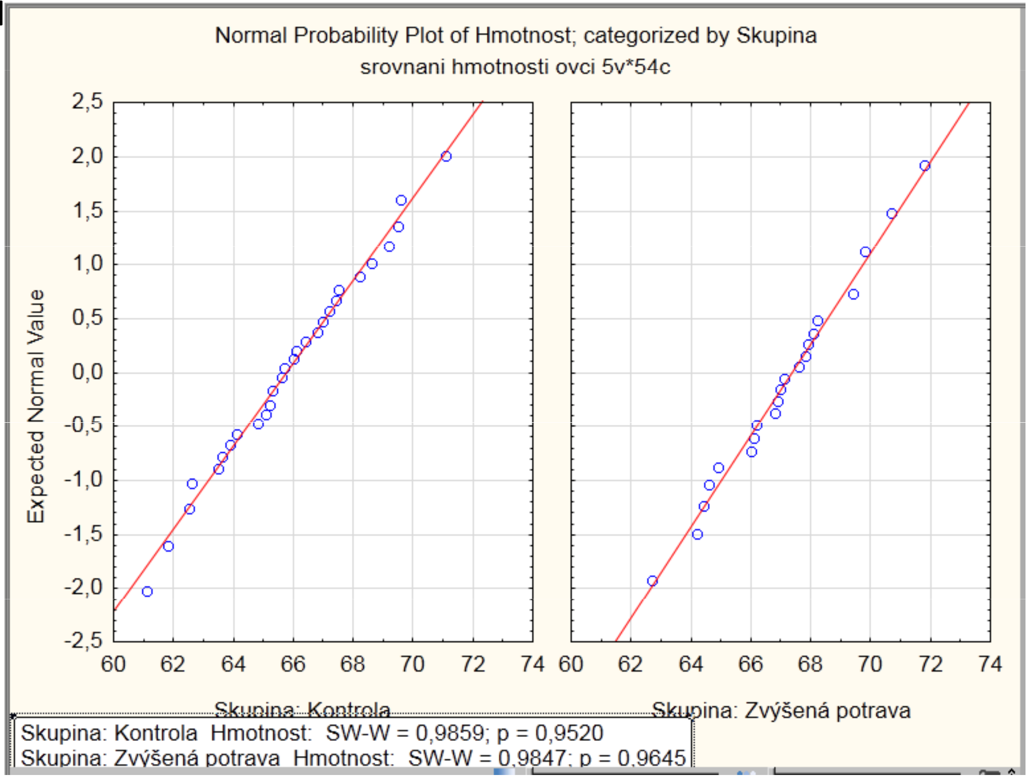
- Pro rozdíl mezi oběma soubory jsou spočítány 95% konfidenční intervaly jako 1,59±2.01*(0,655) kg, což odpovídá rozsahu 0,28 až 2,91 kg. To, že konfidenční interval nezahrnuje 0 je dalším potvrzením, že mezi skupinami je významný rozdíl – jde o další způsob testování významnosti rozdílů mezi skupinami dat – nulovou hypotézu o tom, že rozdíl průměrů dvou skupin dat je roven nějaké hodnotě zamítáme v případě, kdy 95% konfidenční interval rozdílu nezahrnuje tuto hodnotu (v tomto případě 0).

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{0,975} SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{0,975}\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

2. skupina, N=24

Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica

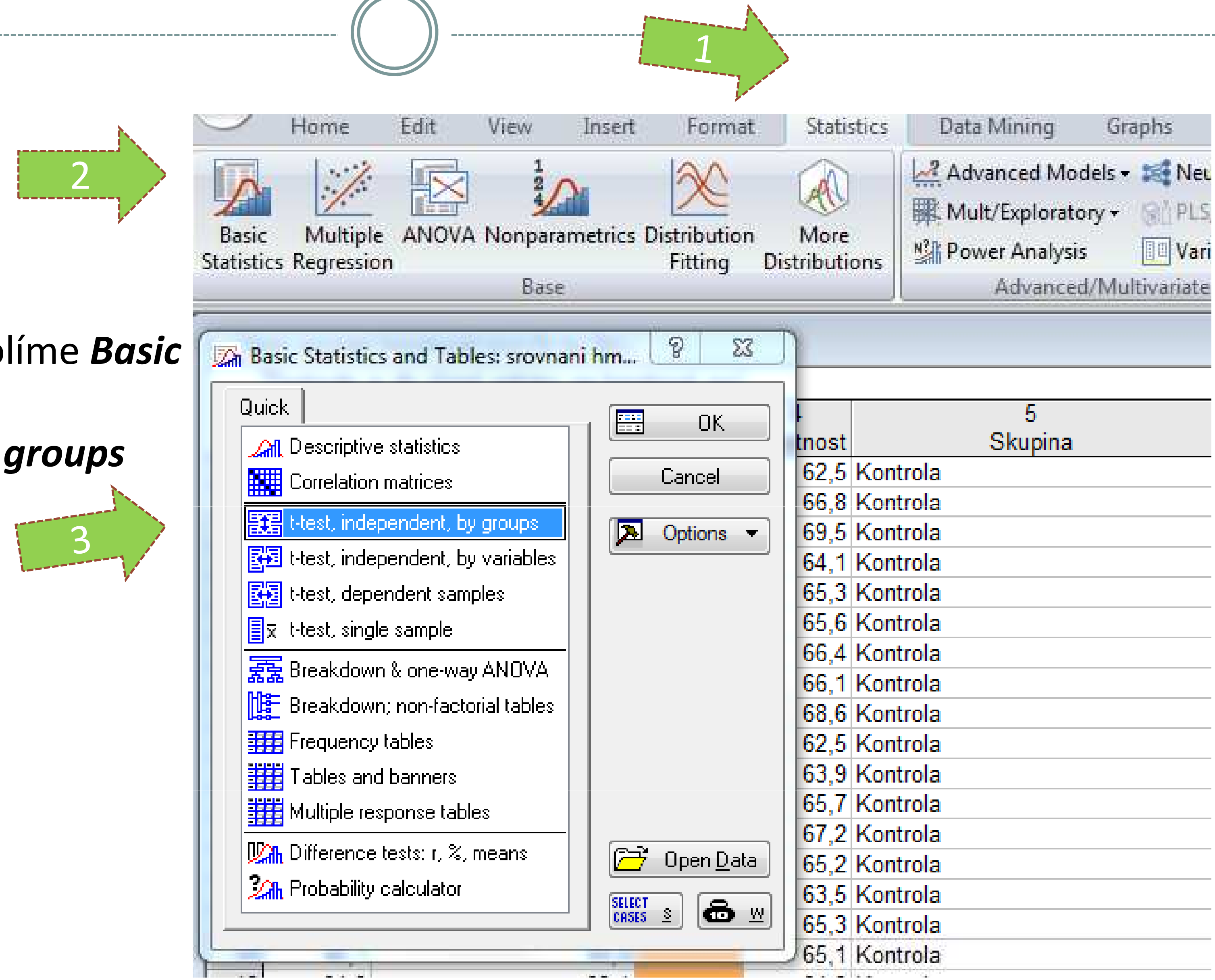
- Nejprve ověřte normalitu hmotnosti jednak ve skupině kontroly a ve skupině se zvýšenou potravou



- V obou případech se tečky odchylují od přímky jenom málo a p-hodnoty S-W testu převyšují 0,05. Předpoklad o normálním rozložení dat v obou skupinách je oprávněný.

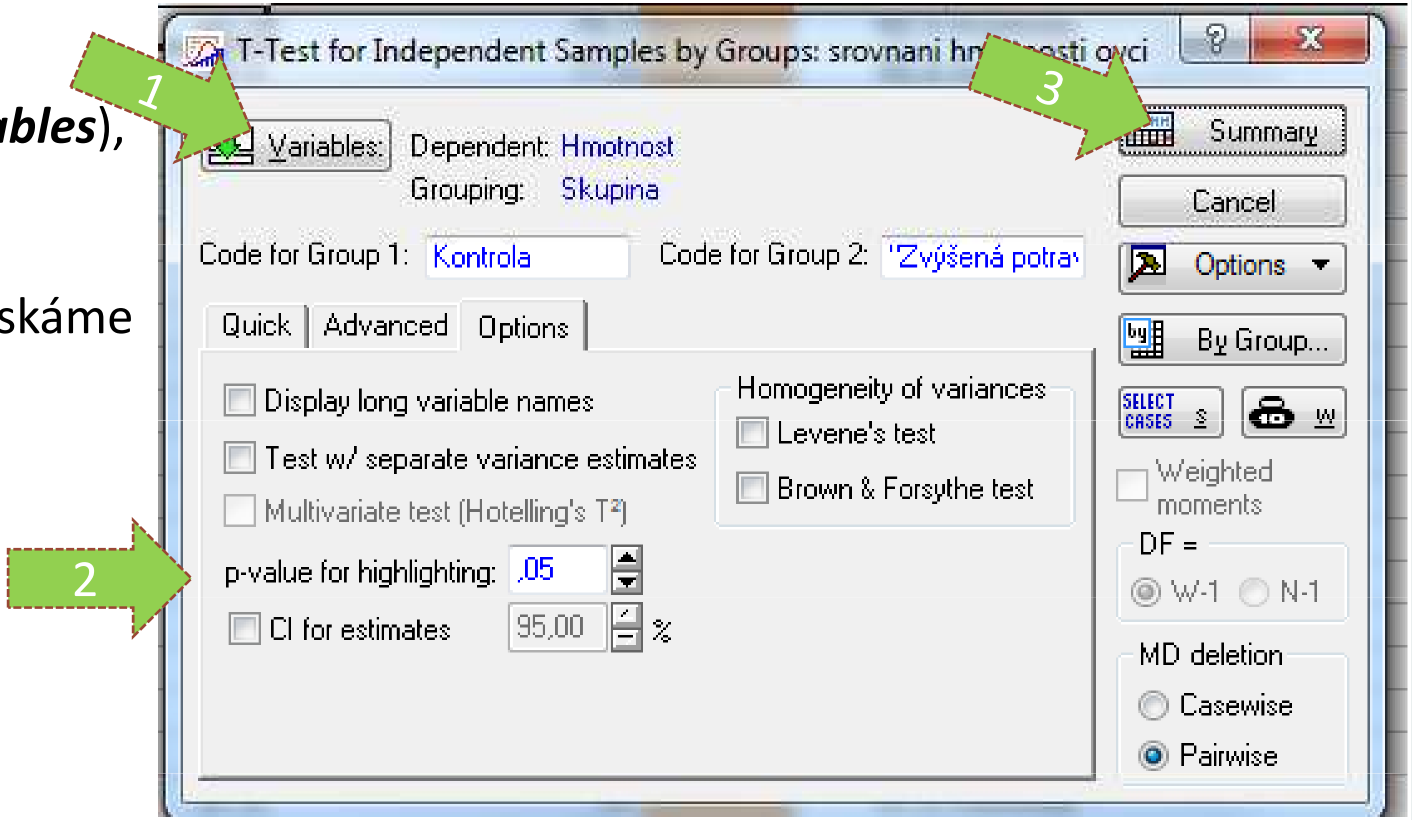
Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica I

- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Basic statistics*** ,vybereme ***t-test, independent, by groups***



Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica II

- Zvolíme proměnné (***Variables***),
- Kliknutím na ***Summary*** získáme výstupy



Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica III

•***POZOR: Výstupní tabulku vyhodnocujeme zezadu!!!***

Výběrový průměr u 1. skupiny

Výběrová směrodatná odchylka u 2. skupiny

Výběrový průměr u 2. skupiny

Rozsah výběru 1. skupiny

Rozsah výběru 2. skupiny

T-tests; Grouping: Skupina (srovnani hmotnosti ovci)
Group 1: Kontrola
Group 2: Zvýšená potrava

Variable	**Mean Kontrola**	Mean Zvýšená potrava	t-value	df	p	Valid N Kontrola	Valid N Zvýšená potrava	Std.Dev. Kontrola	Std.Dev. Zvýšená potrava	F-ratio Variances	p Variances
Hmotnost	65,77333	67,36667	-2,43226	52	0,018483	30	24	2,497162	2,252470	1,229066	0,617383

Hodnota testovacího kritéria
(pro test shody středních hodnot)

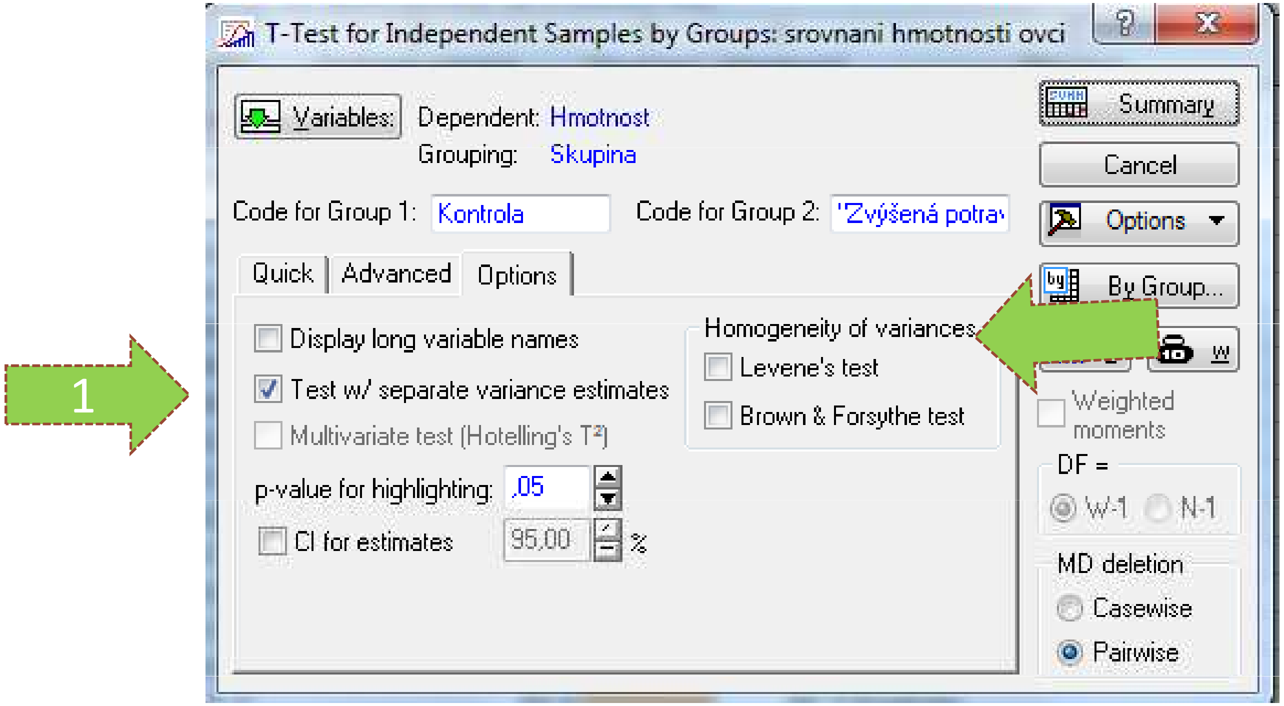
Počet stupňů volnosti

Testová statistika pro test shody rozptylů
(F-test)

Tyto sloupce lze interpretovat pouze
pokud rozdíl mezi rozptyly byl neprůkazný !!!

Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica IV, F-test

- Pokud F-test prokázal odlišnost rozptylů, je nutné na záložce ***Options*** odškrtnout ***Test w/separate variance estimates (t-test se samost. odhady rozptylů)***



- Chceme-li homogenitu rozptylů testovat ještě jiným testem, než F-testem, vybereme test z nabídky ***Homogeneity of variances***

Párové dvouvýběrové testy – předpoklady

- Skupiny dat jsou spojeny přes objekt měření, příkladem může být měření parametrů pacienta před léčbou a po léčbě (nemusí jít přímo o stejný objekt, dalším příkladem mohou být např. krysy ze stejné linie).
- Oba soubory musí mít shodný počet hodnot, protože všechna měření v jednom souboru musí být spárována s měřením v druhém souboru. Při vlastním výpočtu se potom počítá se změnou hodnot (diferencí) subjektů v obou souborech.
- Před párovým testem je vhodné ověřit si zda existuje vazba mezi oběma skupinami – vynesení do grafu, korelace.

Existuje několik možných designů experimentu, stručně lze sumarizovat:

1. pokus je párový a jako párový se projeví
2. párové provedení pokusu – párově se neprojeví
   - možná párovost není
   - špatně provedený pokus – malé n, velká variabilita, špatný výběr jedinců
3. čekali jsme nezávislé a jsou
4. čekali jsem nezávislé a nejsou
   - vazba
   - náhoda

Párový dvouvýběrový t-test

- Tento test nemá žádné předpoklady o rozložení vstupních dat, protože je počítán až na základě jejich diferencí.
- Tyto diference by měly být normálně rozloženy a otázkou v párovém t-testu je, zda se průměrná hodnota diferencí rovná nějakému číslu, typicky jde o srovnání s nulou jako důkaz neexistence změny mezi oběma spárovanými skupinami.
- V podstatě jde o jednovýběrový t-test, kde místo rozdílu průměru vzorku a cílové populace je uveden průměr diferencí a srovnávané číslo (0 v případě otázky, zda není rozdíl mezi vzorky).
- Pro srovnání s 0 (testovou statistikou je t rozložení): $t = \frac{\bar{D}}{s}\sqrt{n} \qquad \upsilon = n-1$
- Někdy je obtížné rozhodnout, zda jde nebo nejde o párové uspořádání, párový test by měl být použit pouze v případě, že můžeme potvrdit vazbu (korelace, vynesení do grafu), jedním z důvodů proč toto ověřovat je fakt, že v případě párového t-testu není nutné brát ohled na variabilitu původních dvou souborů, tento předpoklad však platí pouze v případě vazby mezi proměnnými. Výpočet obou typů testů se vlastně liší v použité s, jednou jde o s diferencí, v druhém případě o složený odhad rozptylu obou souborů.
- Zda je párové uspořádání efektivnější lze určit na základě:
  - Síly vazby
  - Je-li s_D výrazně menší než s_{x1-x2}
- Závislost je možné rozepsat pomocí kovariance Cov.

  v případě Cov=0 neexistuje vazba

Příklad 3: Párový dvouvýběrový t-test

Byl prováděn pokus s dietou u 18 diabetických krys, každá krysa byla vystavena dvěma dietám. Protože každá krysa absolvovala obě diety, jde o párové uspořádání, kdy hodnoty v obou pokusech jsou spojeny přes pokusné zvíře. Zjistěte, zda testovaná dieta způsobí změnu hmotnosti u krys.

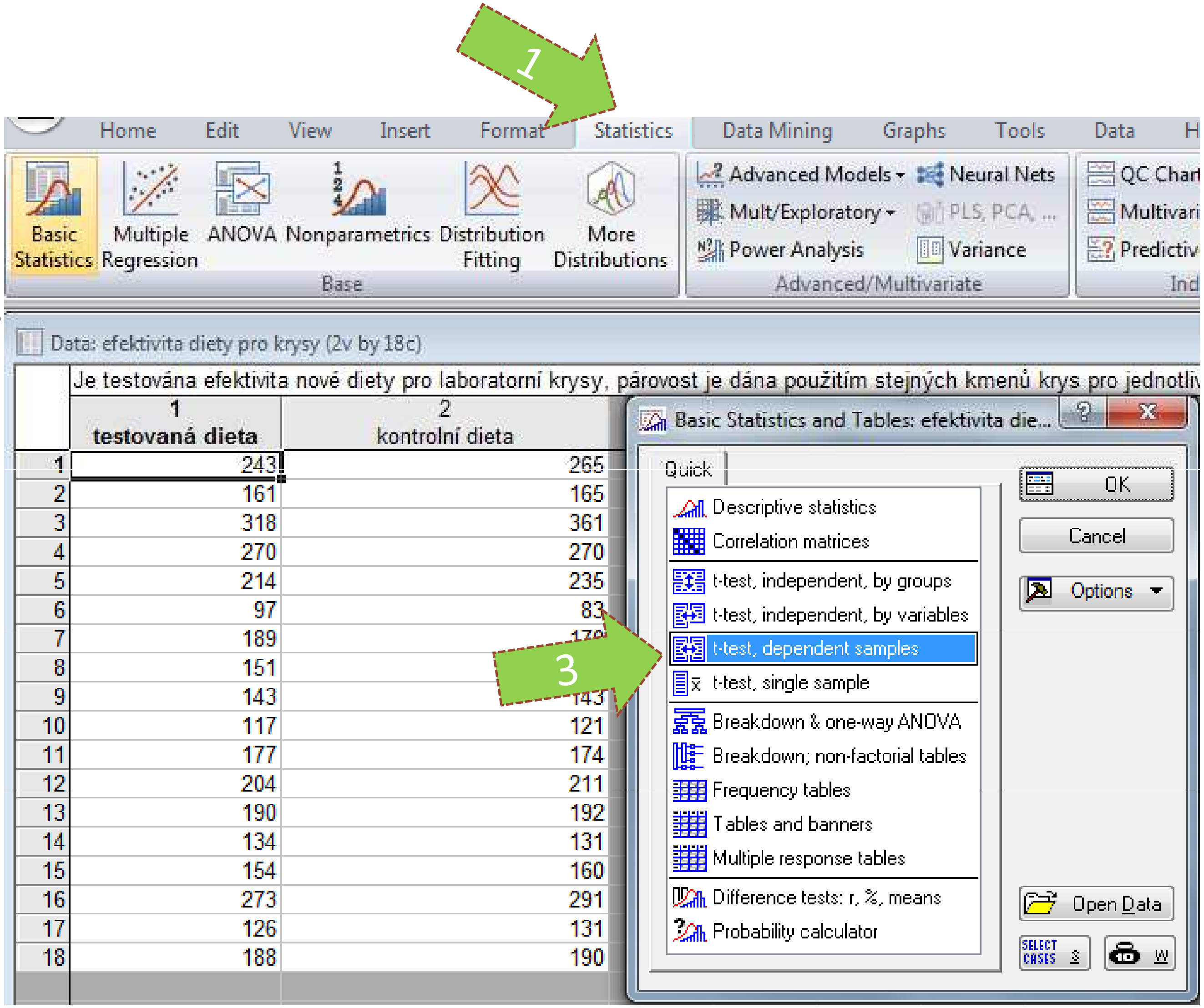
1. Nulová hypotéza zní, že skutečný průměrný rozdíl mezi oběma dietami je 0, alternativní hypotéza zní, že to není 0.
2. Pro každou krysu je spočítán rozdíl mezi hmotnosti při obou dietách a měly by být ověřeny předpoklady pro one sample t-test – tedy alespoň přibližně normální rozložení.
3. Je spočítána testová charakteristika, výpočet vlastně probíhá jako one-sample t-test, kde je zjišťována významnost průměru diferencí obou souborů jako rozdíl mezi touto hodnotou a nulou (nula je hodnota, kterou by průměrná diference měla nabývat, pokud platí nulová hypotéza). T=-1,72 s 17 stupni volnosti, skutečná hodnota p=0,102 a tedy na hladině p=0,05 nemůžeme nulovou hypotézu zamítnou

$$t = \frac{rozdíl\_průměru\_vzorku\_a\_populace}{SE(průměru)} = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\overline{x} - \mu}{s}\sqrt{n}$$

4. Závěrem můžeme říci, že nulová hypotéza neexistence rozdílu mezi oběma dietami nebyla zamítnuta, což znamená, že testovaná dieta nemá významný vliv na snížení hmotnosti.

Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica I

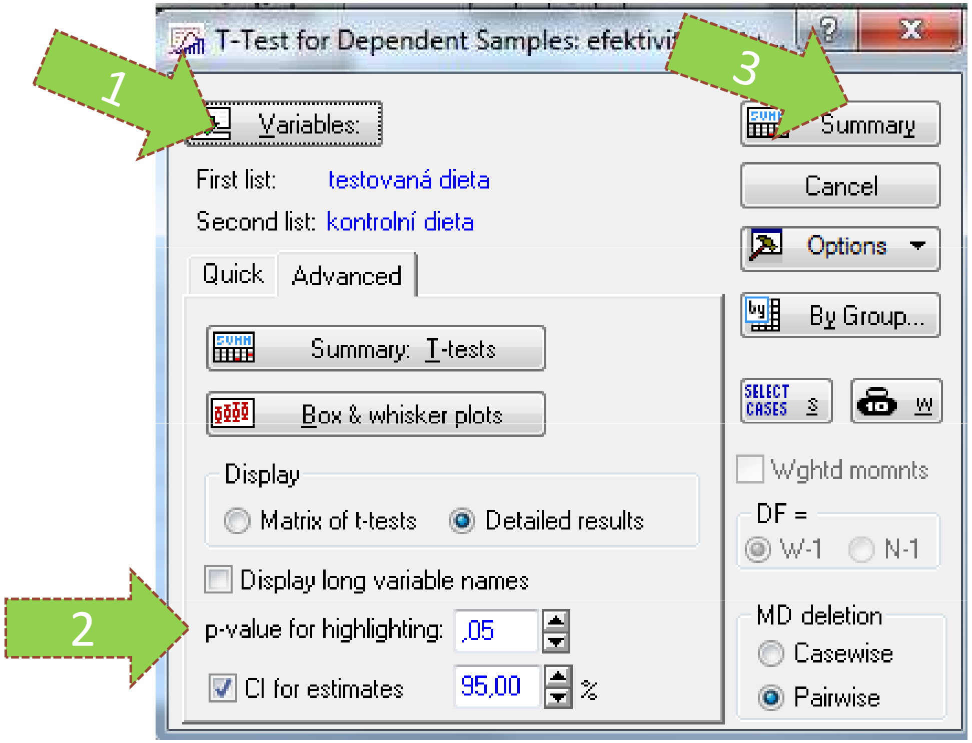
- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Basic statistics*** ,vybereme ***t-test, dependent samples***



Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica II

- Zvolíme proměnné (***Variables***),

- Kliknutím na ***Summary*** získáme výstupy



Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica III

Výběrový průměr

Výběrová směrodatná odchylka

Počet pozorování

T-test for Dependent Samples (efektivita diety pro krysy)
Marked differences are significant at p < ,05000

Variable	Mean	Std.Dv.	N	Diff.	Std.Dv. Diff.	t	df	p
testovaná dieta	186,0556	59,52011						
kontrolní dieta	191,7222	69,65022	18	-5,66667	13,91994	-1,72714	17	0,102266

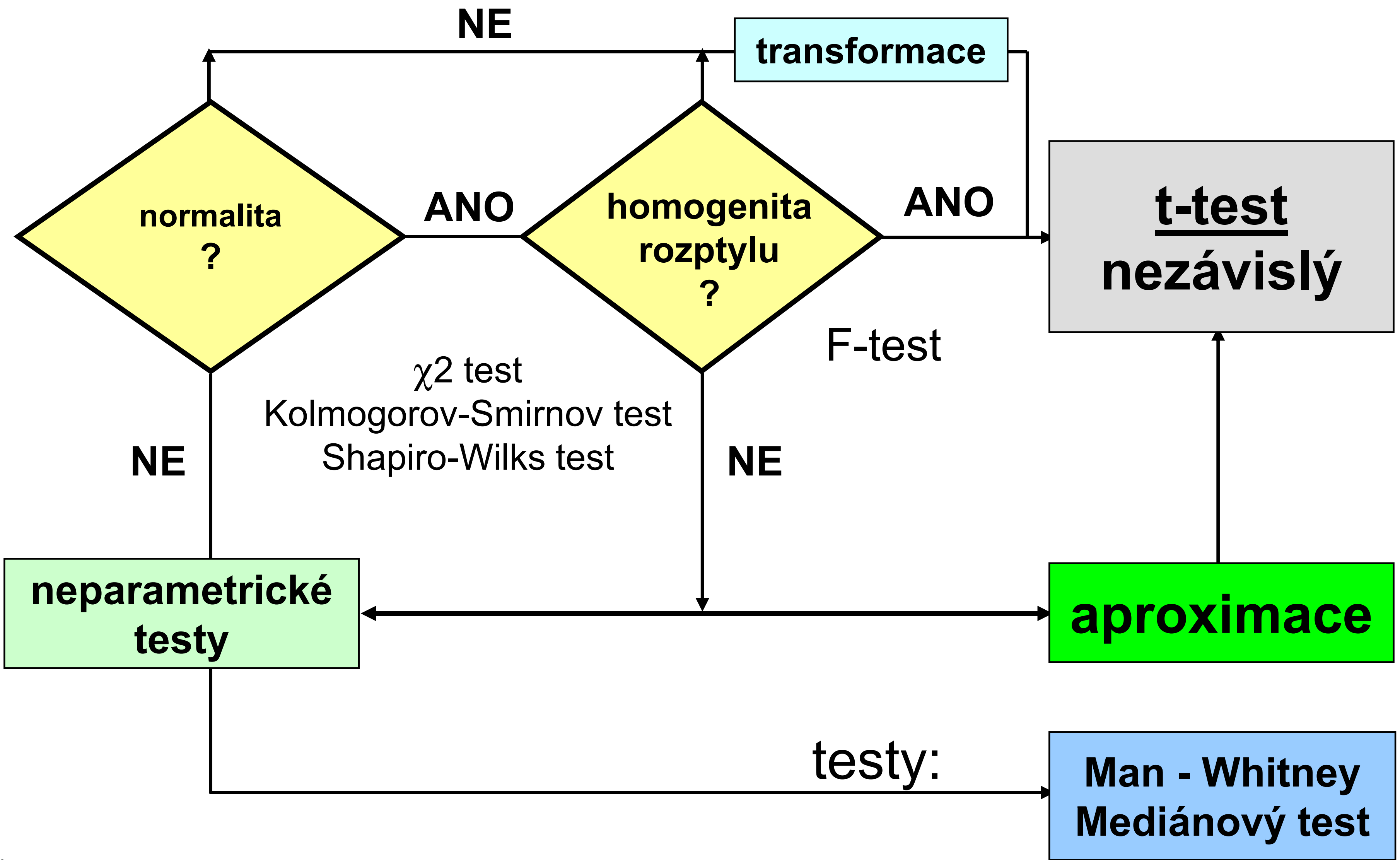
Hodnota testovacího kritéria

Průměrná hodnota diferencí

Výběrová směrodatná odchylka diferencí

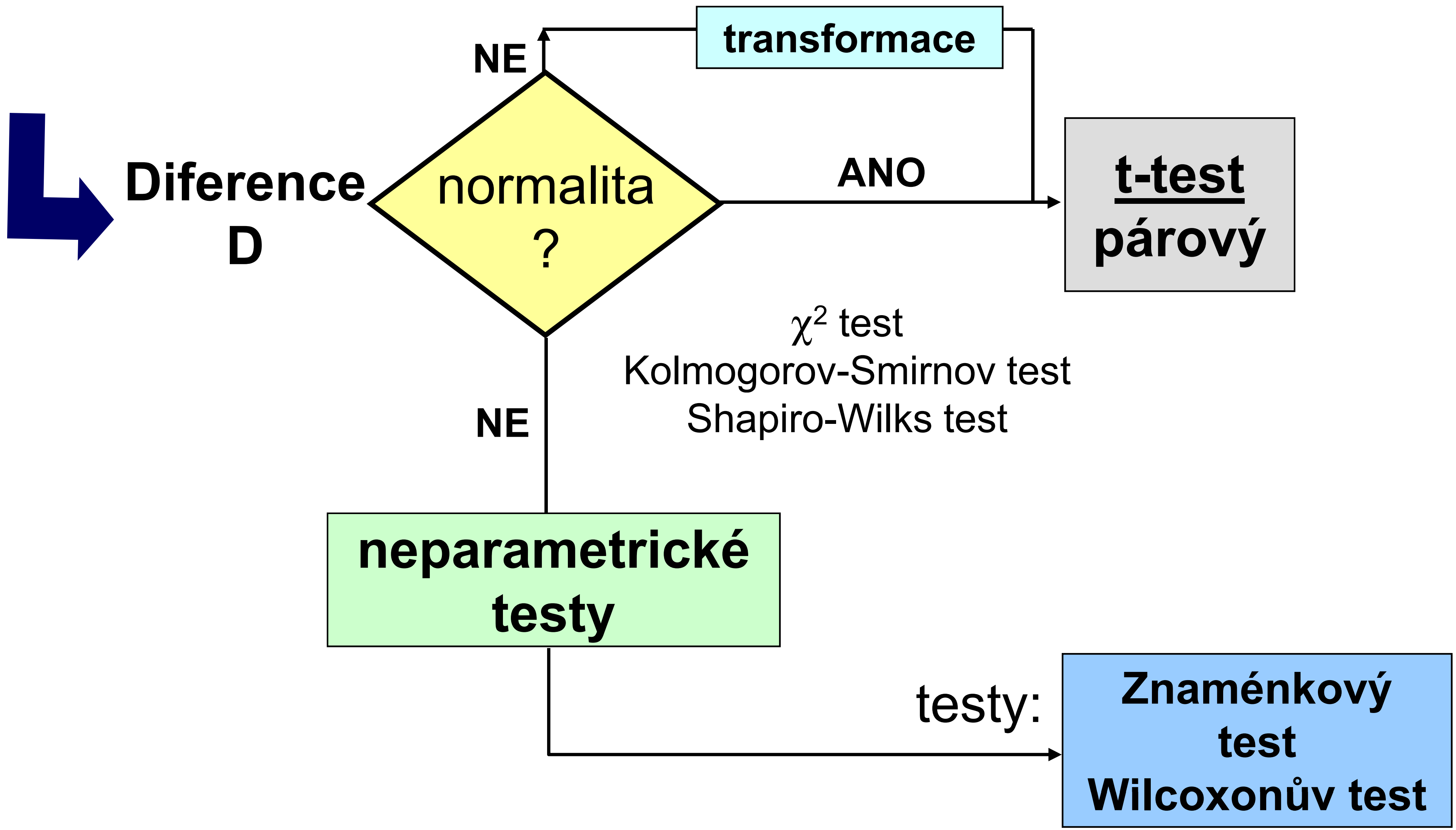
Dvouvýběrové testy: schéma analýzy

Nezávislé uspořádání



Dvouvýběrové testy: schéma analýzy

Párové uspořádání



Neparametrické testy

Parametrické vs. neparametrické testy

Parametrické testy

- Mají předpoklady o rozložení vstupujících dat (např. normální rozložení..)
- Při stejném N a dodržení předpokladů mají vyšší sílu testu než testy neparametrické
- Pokud nejsou dodrženy předpoklady parametrických testů, potom jejich síla testu prudce klesá a výsledek testu může být zcela chybný a nesmyslný

Neparametrické testy

- Nemají předpoklady o rozložení vstupujících dat, lze je tedy použít i při asymetrickém rozložení, odlehlých hodnotách, či nedetekovatelném rozložení
- Snížená síla těchto testů je způsobena redukcí informační hodnoty původních dat, kdy neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich **pořadí**

Statistické testy a normalita dat

- **Normalita dat je jedním z předpokladů tzv. parametrických testů (testů založených na předpokladu nějakého rozložení) – např.** *t*-testy
- **Pokud data nejsou normální, neodpovídají ani modelovému rozložení, které je použito pro výpočet (*t*-rozložení) a test tak může lhát**

- **Řešením je tedy:**
  - Transformace dat **za účelem dosažení normality jejich rozložení**
  - Neparametrické testy **– tyto testy nemají žádné předpoklady o rozložení dat**

Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
2 skupiny dat nepárově:	Nepárový t-test	Mannův Whitneyho test
2 skupiny dat párově:	Párový t-test	Wilcoxonův test, znaménkový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskalův- Wallisův test
Korelace:	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient

Neparametrické alternativy nepárového t-testu

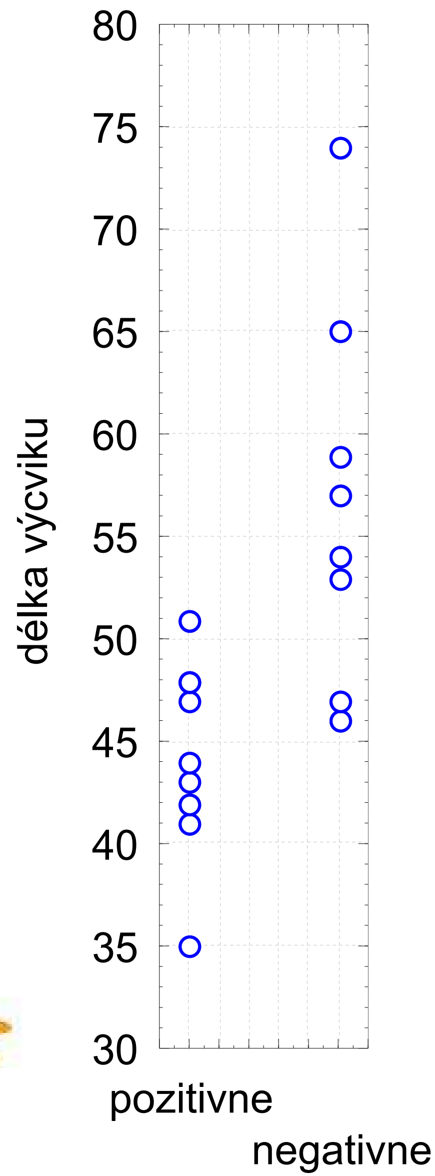
X1	X2	ALL	Rank ALL	X1 rank	X2 rank
27	25	25	5	6	5
35	29	29	7,5	11	7,5
38	31	31	9	13	9
37	23	23	4	12	4
39	18	18	2	14	2
29	17	17	1	7,5	1
41	32	32	10	15	10
	19	19	3		3
		27	6		
		35	11		
		38	13		
		37	12		
		39	14		
		29	7,5		
		41	15		

Mann Whitney U-test

- Stejně jako řada jiných neparametrických testů počítá i tento test s pořadím dat v souborech namísto s originálními daty. Jde o neparametrickou obdobu nepárového t-testu a z těchto neparametrických testů má nejvyšší sílu testu (95% párového t-testu).
- V případě Mann-Whitney testu jsou nejprve čísla obou souborů sloučena a je vytvořeno jejich pořadí v tomto sloučeném souboru, pak jsou hodnoty vráceny do původních souborů a nadále se pracuje již jen s jejich pořadím.
- Pro oba soubory je tedy vytvořen součet pořadí a menší z obou součtů je porovnán s kritickou hodnotou testu, pokud je tato hodnota menší než kritická hodnota testu, zamítáme nulovou hypotézu shody distribučních funkcí obou skupin.
- Podobným způsobem je počítán i **Wilcoxon rank sum test** (pozor, existuje ještě Wilcoxnův párový test!!!)

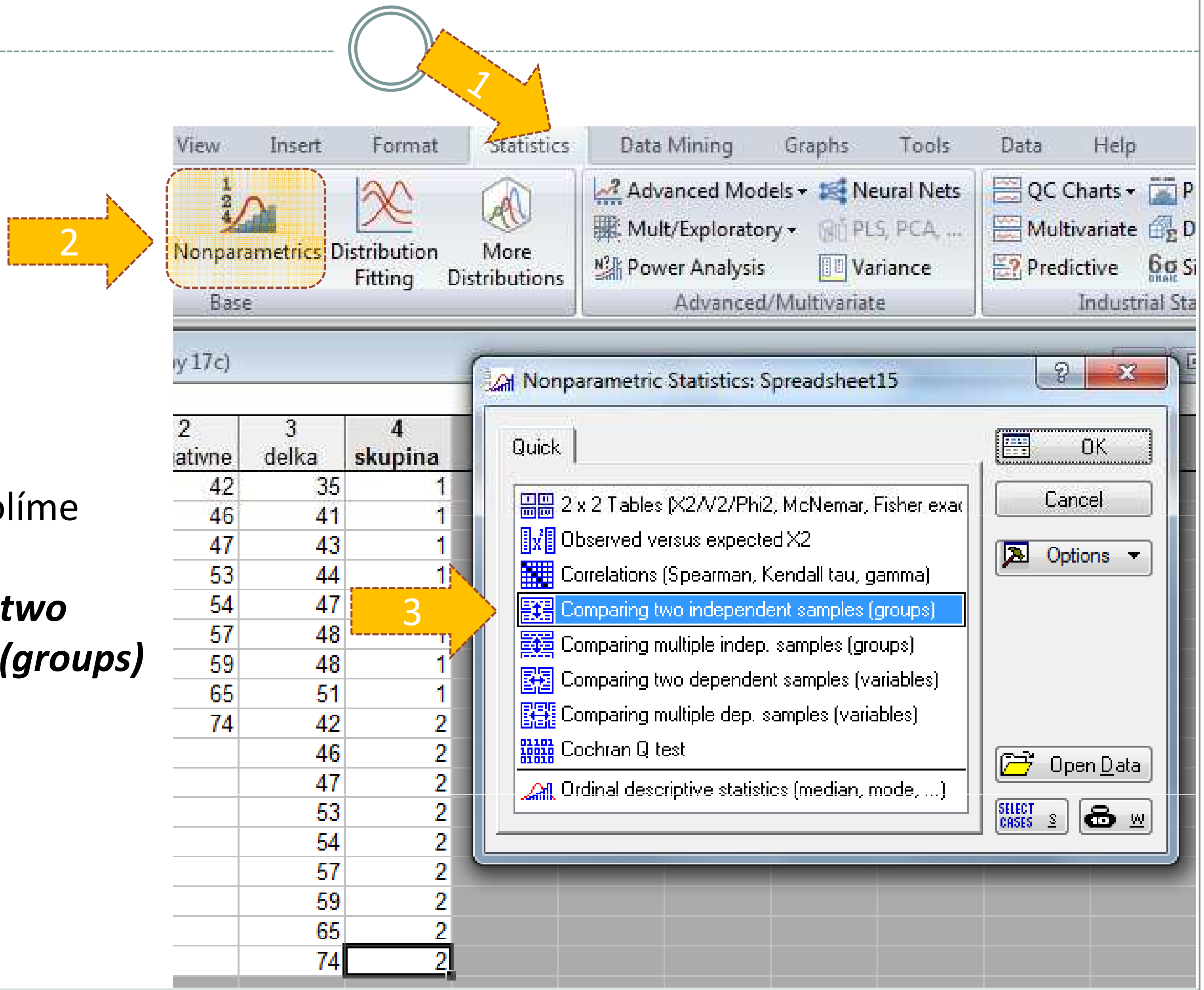
Příklad 1: Mann – Whitney U test

- 17 štěňat bylo trénováno v chození na záchod metodou pozitivního posilování (pochvala, když jde na záchod venku) nebo negativního (trest, když jde na záchod doma). Jako parametr bylo měřeno, za kolik dní je štěně vycvičeno.
- nulová hypotéza je, že není rozdíl v metodách tréninku, tedy, že oběma metodami je štěně vycvičeno za stejnou dobu.
- po srovnání rozložení + malý počet hodnot je vhodné použít neparametrický test
- je vytvořeno pořadí sloučených hodnot
- pořadí hodnot v jednotlivých skupinách dat je sečteno a menší ze součtů je použit pro srovnání s kritickou hodnotou testu
- výsledkem testu je $p<\alpha$, nulovou hypotézu tedy zamítáme a výsledkem testu je, že pozitivní působení při výcviku štěňat dává lepší výsledky



Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica I

- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Nonparametrics ,*** vybereme ***Comparing two independent samples (groups)***

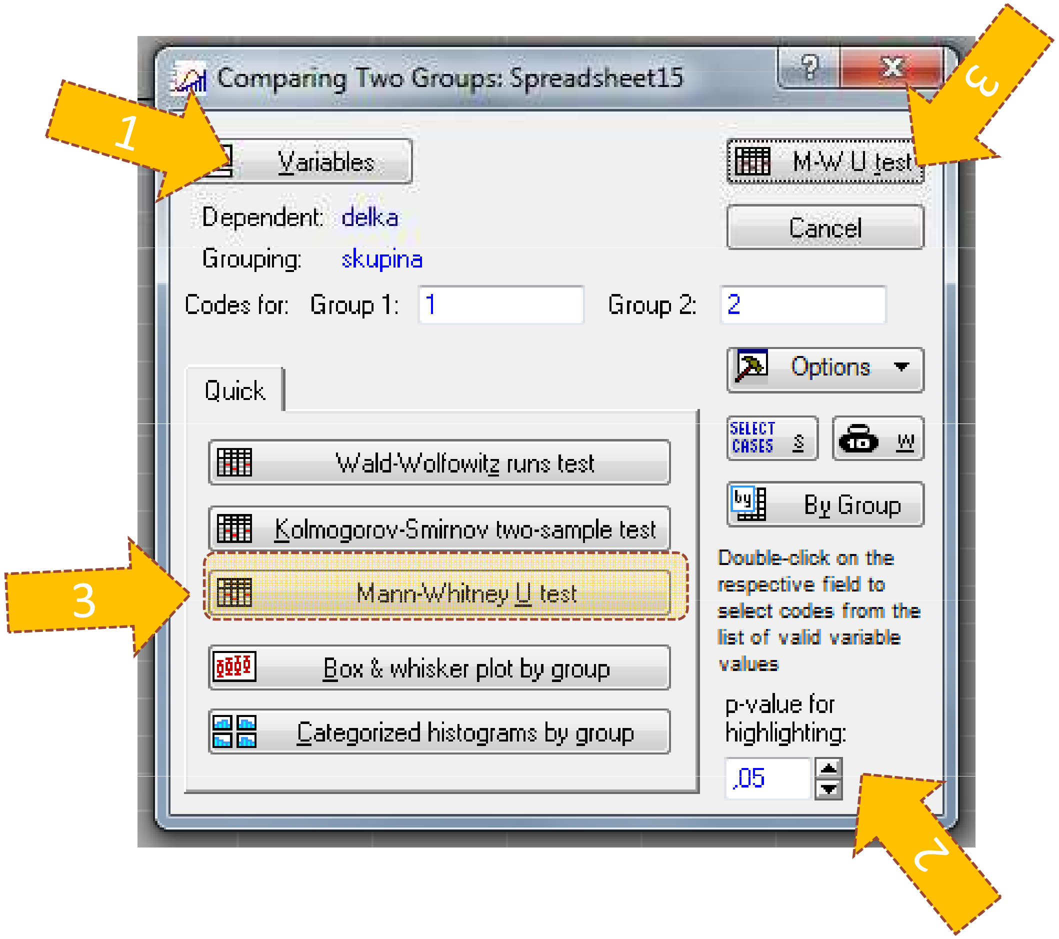


Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica II

• Vybereme proměnné, které chceme testovat

• ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

• Kliknutím na ***Mann-Whitney U test,*** nebo na M-W U test získáme výstupy:



Řešení: Mann-Whitney test v Statistica III

Součet pořadí T_1

Součet pořadí T_2

Hodnota asymptotické testové statistiky

Mann-Whitney U Test (Spreadsheet15)
By variable skupina
Marked tests are significant at p <,05000

variable	Rank Sum Group 1	Rank Sum Group 2	U	Z	p-value	Z adjusted	p-value	Valid N Group 1	Valid N Group 2	2*1sided exact p
delka	49,50000	103,5000	13,50000	-2,11695	0,034265	-2,11955	0,034045	8	9	0,027396

Hodnota testové statistiky

Asymptotická p- hodnota

Přesná p- hodnota
(označení 2*1sided exact p- použít, jestliže rozsah výběru je menší než 30)

Neparametrická obdoba párového t-testu

Párový Wilcoxonův test

- Jsou vytvořeny diference mezi soubory, je vytvořeno jejich pořadí bez ohledu na znaménko a poté je sečteno pořadí kladných a pořadí záporných rozdílů. Menší z těchto dvou hodnot je srovnána s kritickou hodnotou testu a pokud je menší než kritická hodnota testu, pak zamítáme hypotézu shody obou souborů hodnot. Pro test existuje aproximace na normální rozložení, ale pouze pro velká n>25.

Před zásahem	Po zásahu	Změna	Absolutní pořadí
6	2	4	10
2,5	3	-0,5	1,5
6,3	5	1,3	6
8,1	9	-0,9	5
1,5	2	-0,5	1,5
3,4	4	-0,6	3
2,5	1	1,5	8
1,11	2	0,89	4
2,6	4	-1,4	7
1	3	-2	9

Příklad 2: Wilcoxonův párový test

člověk	A	B	diference	pořadí
1	142	138	4	4,5
2	140	136	4	4,5
3	144	147	-3	3
4	144	139	5	7
5	142	143	-1	1
6	146	141	5	7
7	149	143	6	9,5
8	150	145	5	7
9	142	136	6	9,5
10	148	146	2	2

A…….parametr krve před podáním léku

B…….parametr krve po podání léku

$\mathbf{W_+}$ …..součet pořadí přes kladné hodnoty rozdílů = 51

$\mathbf{W_-}$ …..součet pořadí přes záporné hodnoty rozdílů = 4

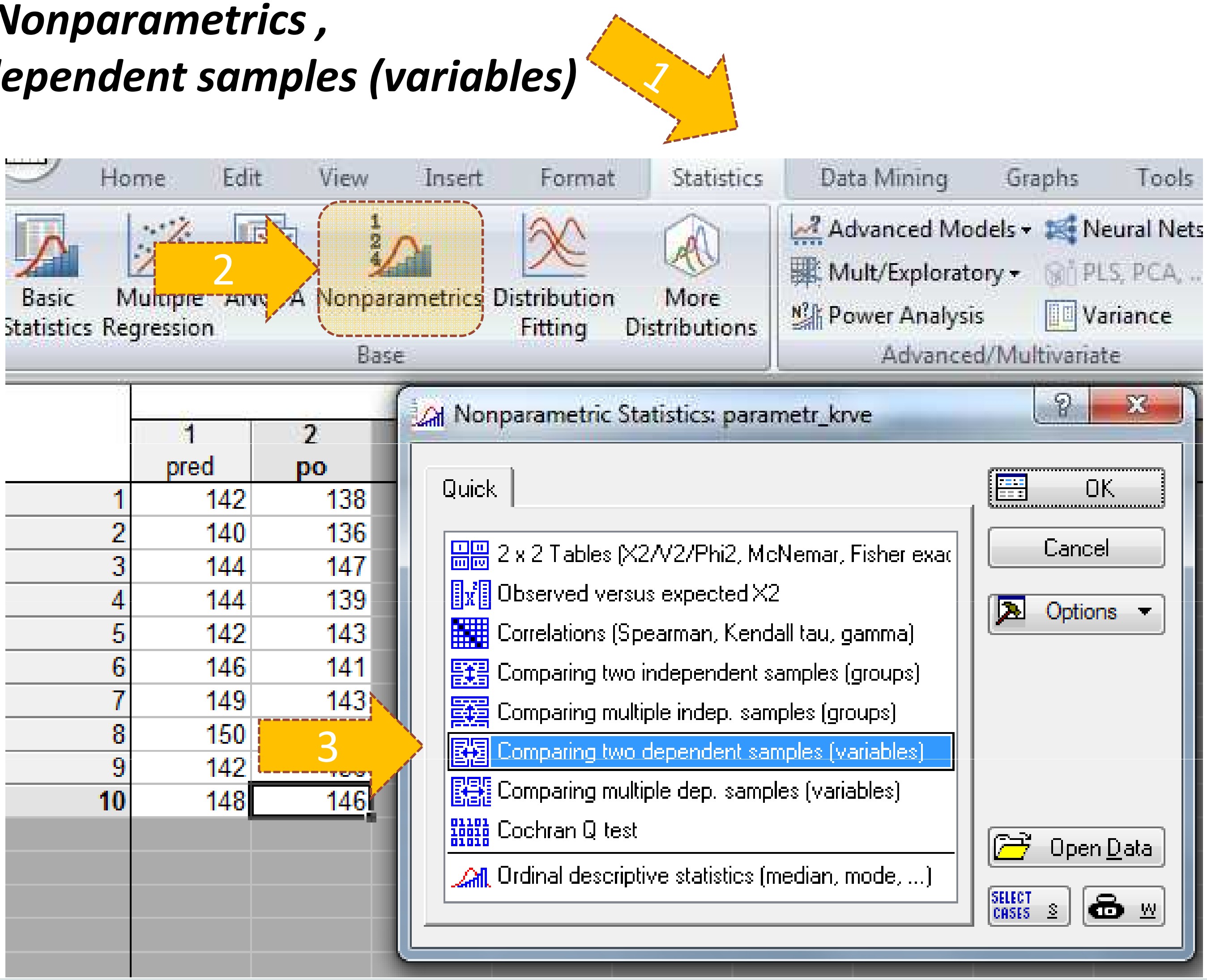
W = min(W₊;W₋) = 4

počet párů = n = 10

Pokud je **W** menší než kritická hodnota testu, pak zamítáme hypotézu shody distribučních funkcí obou skupin.

Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica I

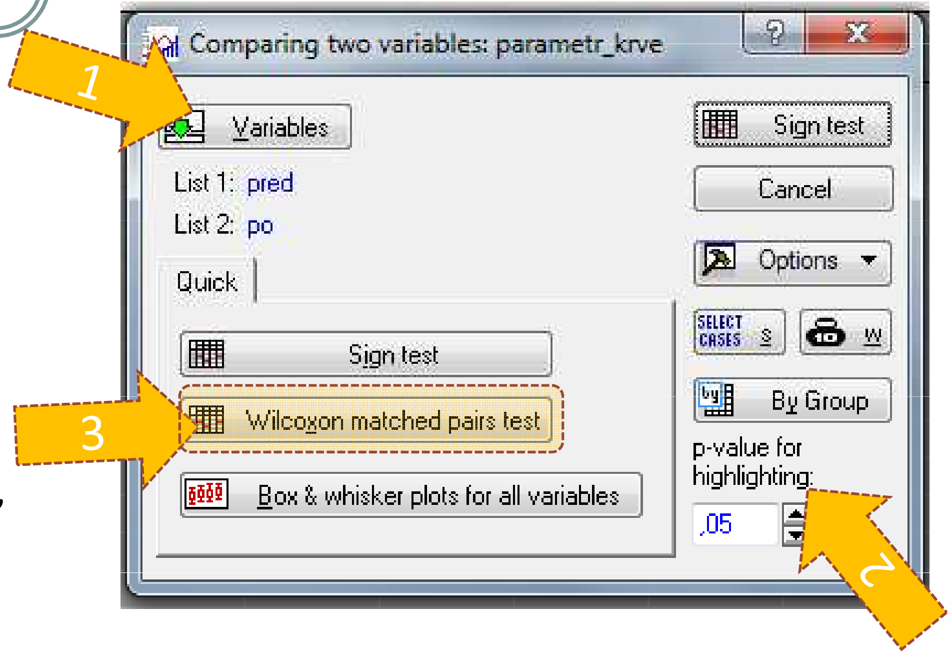
- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Nonparametrics ,*** vybereme ***Comparing two dependent samples (variables)***



Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica II

• Vybereme proměnné, které chceme testovat

• ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit



• Kliknutím na ***Wilcoxon matched pairs test,*** získáme výstupy:

Rozsah výběru

Pair of Variables	Valid N	T	Z	p-value
pred & po	10	4,000000	2,395342	0,016605

Wilcoxon Matched Pairs Test (parametr_krve)
Marked tests are significant at p <,05000

POZOR: podmínka pro použití asymptotické p-hodnoty je: n≥ 30

Hodnota testovací statistiky

<u>Asymptotická p-hodnota</u>

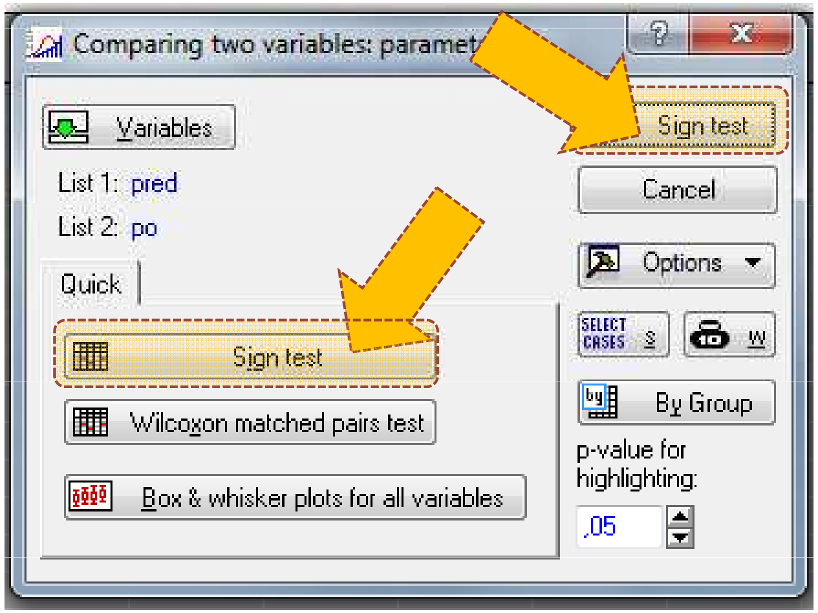
Hodnota asymptotické testové statistiky

Párový znaménkový test

- Vybereme proměnné, které chceme testovat

- ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Sign test (párový znaménkový test)*** získáme výstupy:



Počet nenulových hodnot, z nich záporných je 20%.

Sign Test (parametr_krve)
Marked tests are significant at p <,05000

Pair of Variables	No. of Non-ties	Percent v < V	Z	p-value
pred & po	10	20,00000	1,581139	0,113846

POZOR: podmínka pro použití asymptotické p-hodnoty je: n > 20

Hodnota asymptotické testové statistiky

<u>Asymptotická p-hodnota</u>

Znaménkový test – příklad I

Párově uspořádaný experiment pro nominální data

I. Dva preparáty, každý na ½ listu

- sledovaná veličina: počet skvrn (hodnoceno pouze jako rozdíl)

	Počet skvrn									
A	V	V	M	V	V	M	M	V	V	V
B	M	M	V	M	M	V	V	M	M	M

V – větší; M – menší

n = 10 listů s rozdílnými výsledky

jev

A je větší: + $n_+ = 7$

B je menší: - $n_- = 3$

$\min(n_+; n_-) = 3$

II. dvě protilátky z různých zdrojů (A;B)

– aplikované na vzorek s antigenem

n = 10

A	+	+	-	+	-	+	-	+	+	-
B	-	-	+	-	+	+	-	-	+	-

n – nenulových rozdílů: 6

A: $n_+ = 4$

A: $n_- = 2$

$\min(n_+; n_-) = 2$

Neparametrická obdoba analýzy rozptylu

Kruskalův – Wallisův test

- K dispozici jsou alespoň 3 nezávislé náhodné výběry
- Nulová hypotéza tvrdí, že všechny tyto výběry pocházejí z téhož rozložení
- Nejprve všechny hodnoty uspořádáme a určíme pořadí každé hodnoty, poté pro každý výběr sečteme pořadí hodnot (T_j), které do něj patří. Testová statistika má tvar: $$Q = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{r} \frac{T_j^2}{n_j} - 3(n+1)$$
- V případě zamítnutí nulové hypotézy, se ptáme, které dvojice náhodných výběrů se liší, k tomuto účelu je vhodné použít ***metody mnohonásobného porovnávání***

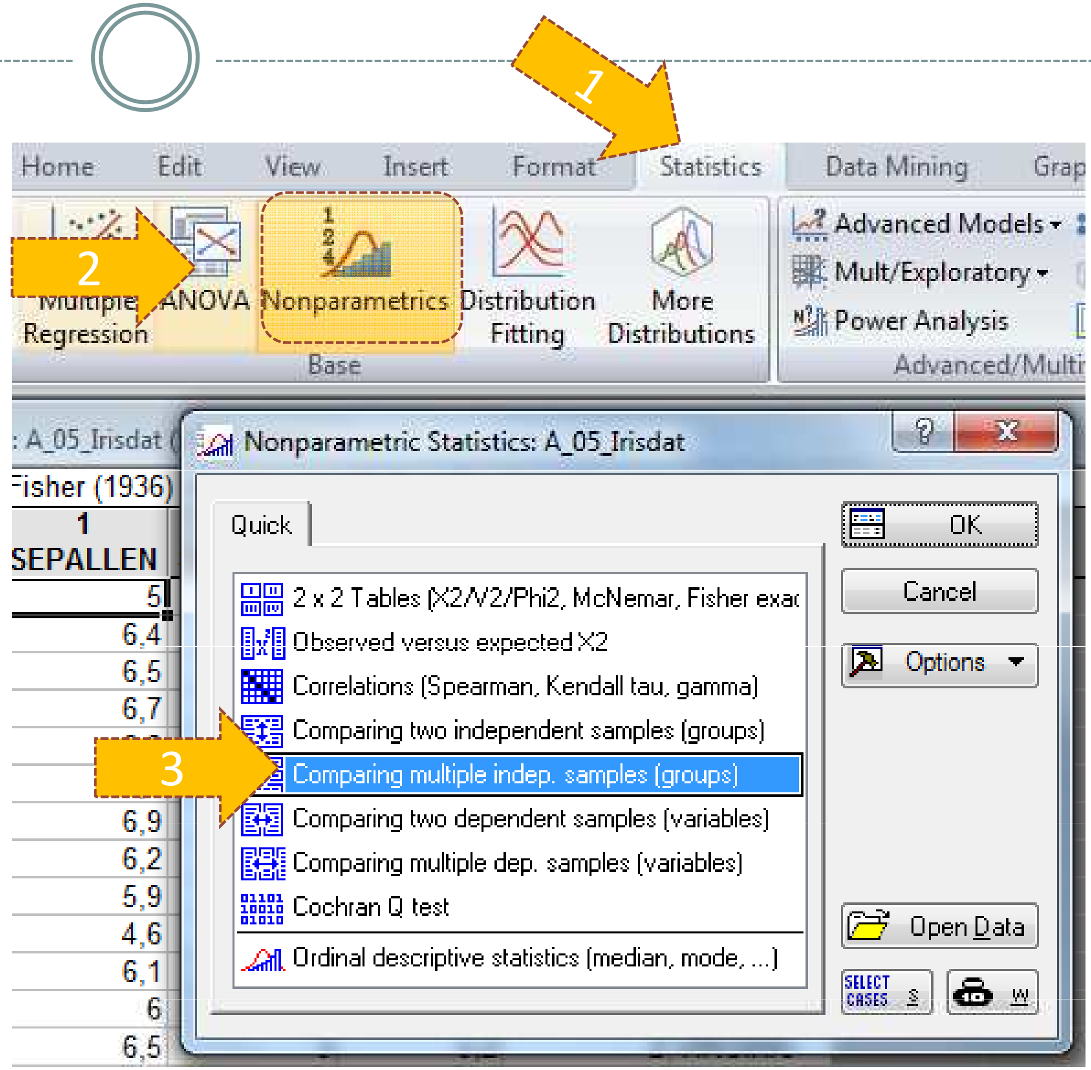
Příklad 3: Kruskalův- Wallisův test

- Bylo získáno 150 kosatců pocházejících ze tří základních tříd: iris setosa, iris versicolor, iris virginica. Z botaniky je známo že iris versicolor je hybridem zbývajících dvou druhů. U květů byly měřeny následující údaje: délka a šířka kališních lístků, délka a šířka korunních plátků.
- Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že délka kališních lístků u třech tříd kosatců se neliší. Pokud zamítnete nulovou hypotézu, zjistěte, které dvojice tříd se od sebe liší.

Iris virginica Iris versicolor Iris setosa

Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica I

- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Nonparametrics ,*** vybereme ***Comparing multiple Indep. samples (groups)***

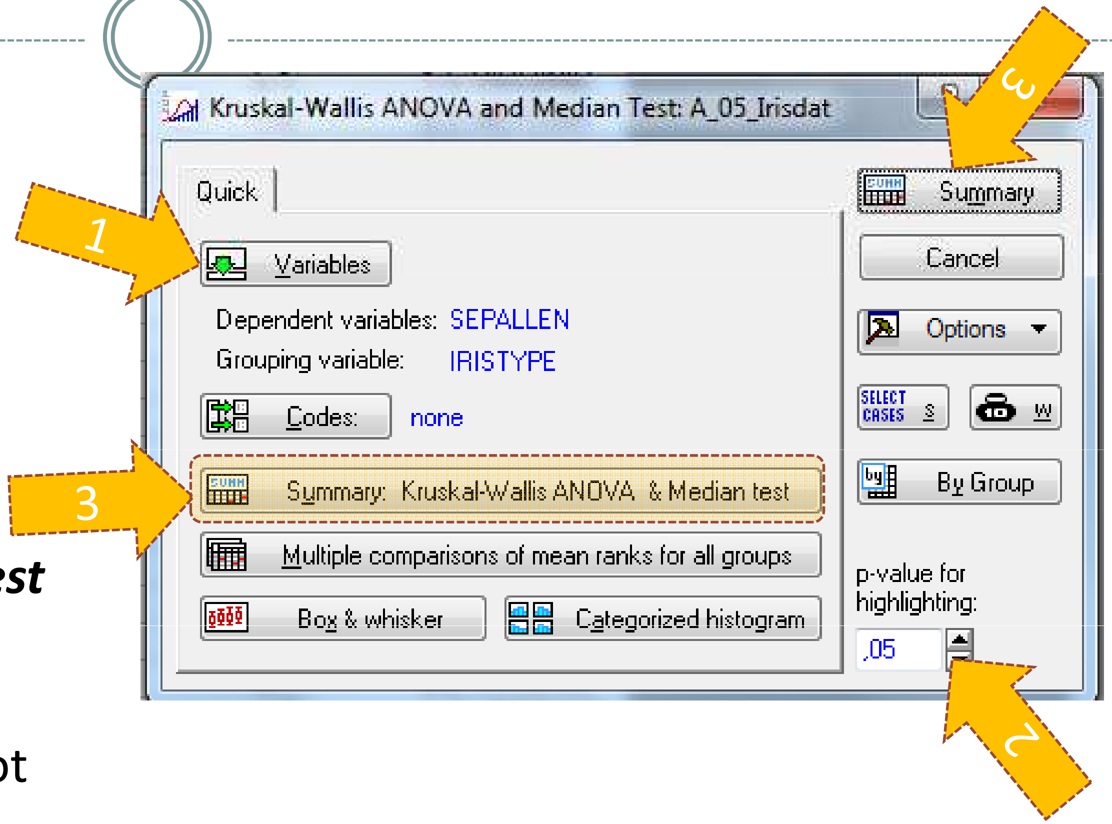


Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat

- ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Summary: Kruskal-Wallis ANOVA & Median test*** získáme výstupy.



Počet hodnot v každém výběru

Součet pořadí hodnot

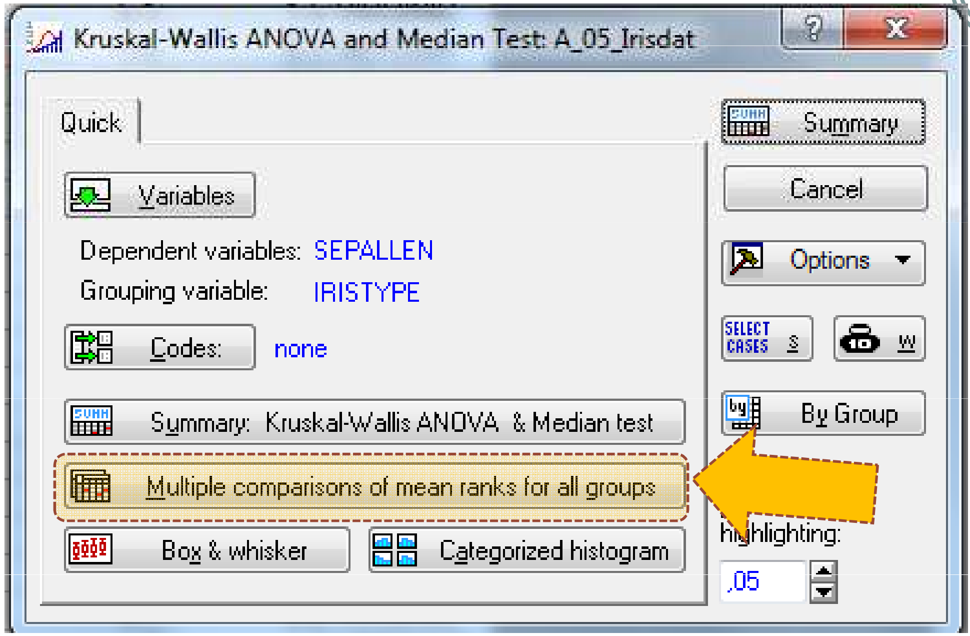
Depend.: SEPALLEN	Code	Valid N	Sum of Ranks	Mean Rank
	Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; SEPALLEN (A_05_Irisdat) Independent (grouping) variable: IRISTYPE Kruskal-Wallis test: H (2, N= 150) =96,93744 p =0,000			
SETOSA	1	50	1482,000	29,6400
VERSICOL	2	50	4132,500	82,6500
VIRGINIC	3	50	5710,500	114,2100

Hodnota testové statistiky

p-hodnota,

Je– li rozdíl mezi středními hodnotami průkazný (p< 0,05), musíme provést **testy mnohonásobného porovnání**.

Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica III



<u>Testy mnohonásobného porovnávání</u>

- Kliknutímna ***Multiple comparisons of mean ranks for all groups***

Multiple Comparisons p values (2-tailed); SEPALLEN (A_05_Irisdat)
Independent (grouping) variable: IRISTYPE
Kruskal-Wallis test: H (2, N= 150) =96,93744 p =0,000

Depend.: SEPALLEN	SETOSA R:29,640	VERSICOL R:82,650	VIRGINIC R:114,21
SETOSA		0,000000	0,000000
VERSICOL	0,000000		0,000843
VIRGINIC	0,000000	0,000843	

<u>p-hodnoty</u>