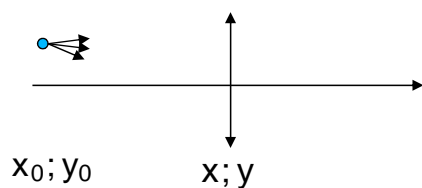


Zernikovy aberace

připomenutí: **vlnové aberace osově symetrického systému**



$$\vec{x}_0 = (x_0, y_0) \quad \vec{x} = (x, y)$$

bez újmy na obecnosti můžeme položit $y_0 = 0$

ze symetrie, otočení systému podél osy nesmí mít vliv:

mohou zůstat jen členy skalárních součinů $\vec{x}_0 \cdot \vec{x}_0, \vec{x} \cdot \vec{x}_0, \vec{x} \cdot \vec{x}$

rozdíl vlnového chodu: $H(x_0, y_0, x, y) \rightarrow H(x_0^2, x_0 x, x^2 + y^2)$ ($y_0 = 0$)

přechod k polárním souřadnicím $x = \rho \cos \vartheta$ $y = \rho \sin \vartheta$ (ρ představuje aperturu)

$$\begin{aligned} H(x_0^2, x_0 \rho \cos \vartheta, \rho^2) &= \sum_{k,l,m} W_{klm} x_0^k \rho^l \cos^m \vartheta = \\ &= \underline{W_{000}} + \underline{W_{200} x_0^2} + \underline{W_{111} x_0 \rho \cos \theta} + \underline{W_{002} \rho^2} + \\ &+ \underline{W_{400} x_0^4} + \underline{W_{040} \rho^4} + \underline{W_{131} x_0 \rho^3 \cos \theta} + \underline{W_{222} x_0^2 \rho^2 \cos^2 \theta} + \\ &+ \underline{W_{220} x_0^2 \rho^2} + \underline{W_{311} x_0^3 \rho \cos \theta} + \dots \end{aligned}$$

speciální případ: bodový zdroj na optické ose: $x_0 = 0$

připomenutí: **Seidelovy aberace** 1856

(osově symetrické systémy)

aplikovaná optika III

$$H = \frac{1}{8} S_I \rho^4 + \frac{1}{2} S_{II} x_0 \rho^3 \cos \vartheta + \frac{1}{2} S_{III} x_0^2 \rho^2 \cos^2 \vartheta + \frac{1}{4} (S_{III} + S_{IV}) x_0^2 \rho^2 + \frac{1}{2} S_V x_0^3 \rho \cos \vartheta$$

souhrnné označení pro členy nejnižšího aberačního (třetího) řádu:

sférická aberace S_I , **koma S_{II}** , **astigmatismus S_{III}** , **křivost S_{IV}** , **sklenutí pole S_V**

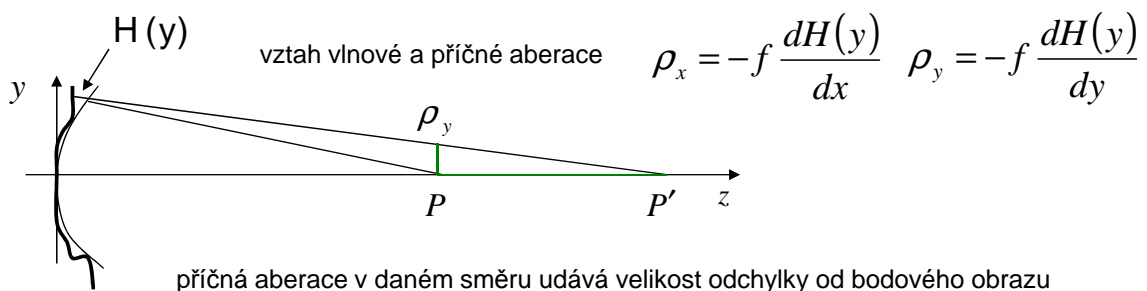
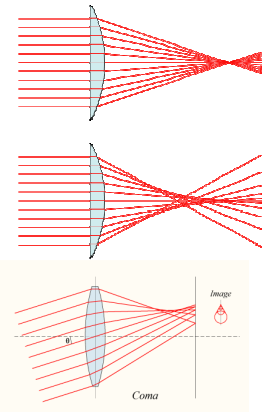
průměr (piston), náklon (tilt) a defokusace k nim nepatří

aberace vyšších řádů přinášejí mimo jiné další typy poruch (eliptická koma, ...)

výhoda Seidelových koeficientů:

celková aberace se dá určit jako součet aberací jednotlivých povrchů

čili $S_I = S_I^1 + S_I^2 + S_I^3 + S_I^4 + \dots$ apod.



aplikovaná optika III

aberace lidského oka

motivace: potřeba preciznější analýzy rohovky a/nebo čočky než keratografem

u oka je vhodné nezohledňovat příliš rotační symetrii
naopak je dobré využít kruhovost zornice

Zernikovy polynomy 1934 (osově nesymetrické systémy)

hodí se dobře k popisu aberací oka, k popisu jiných systémů mohou být nepoužitelné (prostředí s turbulencí, vady broušení briliantů)

vycházejí z polárního popisu vlnoplochy $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$ v rovině výstupní apertury
mají dobře oddělenou radiální a úhlové části:

$$H(\rho, \theta) = \sum_{n=1}^k \sum_{m=-n}^n W_n^m Z_n^m \quad Z_n^m = R_n^m(\rho) \Phi_n^m(\theta)$$

nevýhoda: je potlačena informace o poloze zdroje –
k úplnému aberačnímu rozvoji by bylo třeba několik měření

výhoda: žádné dva členy se vzájemně nekompensují: přidáním dalšího se aberace vždy zhorší
jeden Zernikův polynom může obsahovat kombinaci Seidelovských aberací a naopak

Zernikovy polynomy

$$H(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n W_n^m Z_n^m$$

$$Z_n^m : \begin{cases} -N_n^m R_n^{|m|} \sin(m\theta) & m < 0 \\ N_n^0 R_n^0 & m = 0 \\ N_n^m R_n^{|m|} \cos(m\theta) & m > 0 \end{cases}$$

Používá se bezrozměrná proměnná $r = \rho / R$, kde R je poloměr zornice

normalizační faktor $N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1 + \delta_{m0}}} \begin{cases} \delta_{kl} = 1 & k = l \\ \delta_{kl} = 0 & k \neq l \end{cases}$

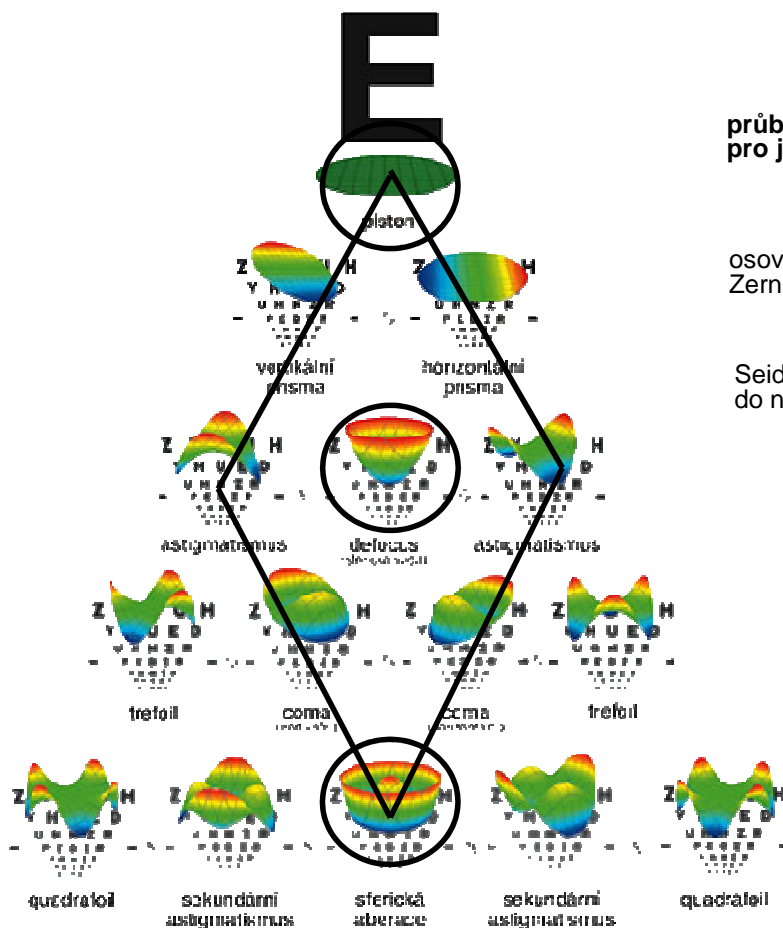
radiální část $R_n^{|m|}(r) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left[\frac{n+|m|}{2} - s \right]! \left[\frac{n-|m|}{2} - s \right]!} r^{n-2s}$

pro běžné použití není tento zápis praktický, obvykle se uvádí několik prvních členů explicitně

explicitní tvar Zernikových polynomů

| j | n | m | $Z_n^m(\rho, \theta)$ | |
|----------|----------|----------|---|---------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | -1 | $2\rho \sin(\theta)$ | |
| 2 | 1 | 1 | $2\rho \cos(\theta)$ | |
| 3 | 2 | -2 | $\sqrt{6}\rho^2 \sin(2\theta)$ | |
| 4 | 2 | 0 | $\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$ | |
| 5 | 2 | 2 | $\sqrt{6}\rho^2 \cos(2\theta)$ | nižší aberace |
| 6 | 3 | -3 | $\sqrt{8}\rho^3 \sin(3\theta)$ | |
| 7 | 3 | -1 | $\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin(\theta)$ | vyšší aberace |
| 8 | 3 | 1 | $\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos(\theta)$ | |
| 9 | 3 | 3 | $\sqrt{8}\rho^3 \cos(3\theta)$ | |
| 10 | 4 | -4 | $\sqrt{10}\rho^4 \sin(4\theta)$ | |
| 11 | 4 | -2 | $\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin(2\theta)$ | |
| 12 | 4 | 0 | $\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$ | |
| 13 | 4 | 2 | $\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos(2\theta)$ | |
| 14 | 4 | 4 | $\sqrt{10}\rho^4 \cos(4\theta)$ | |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | |

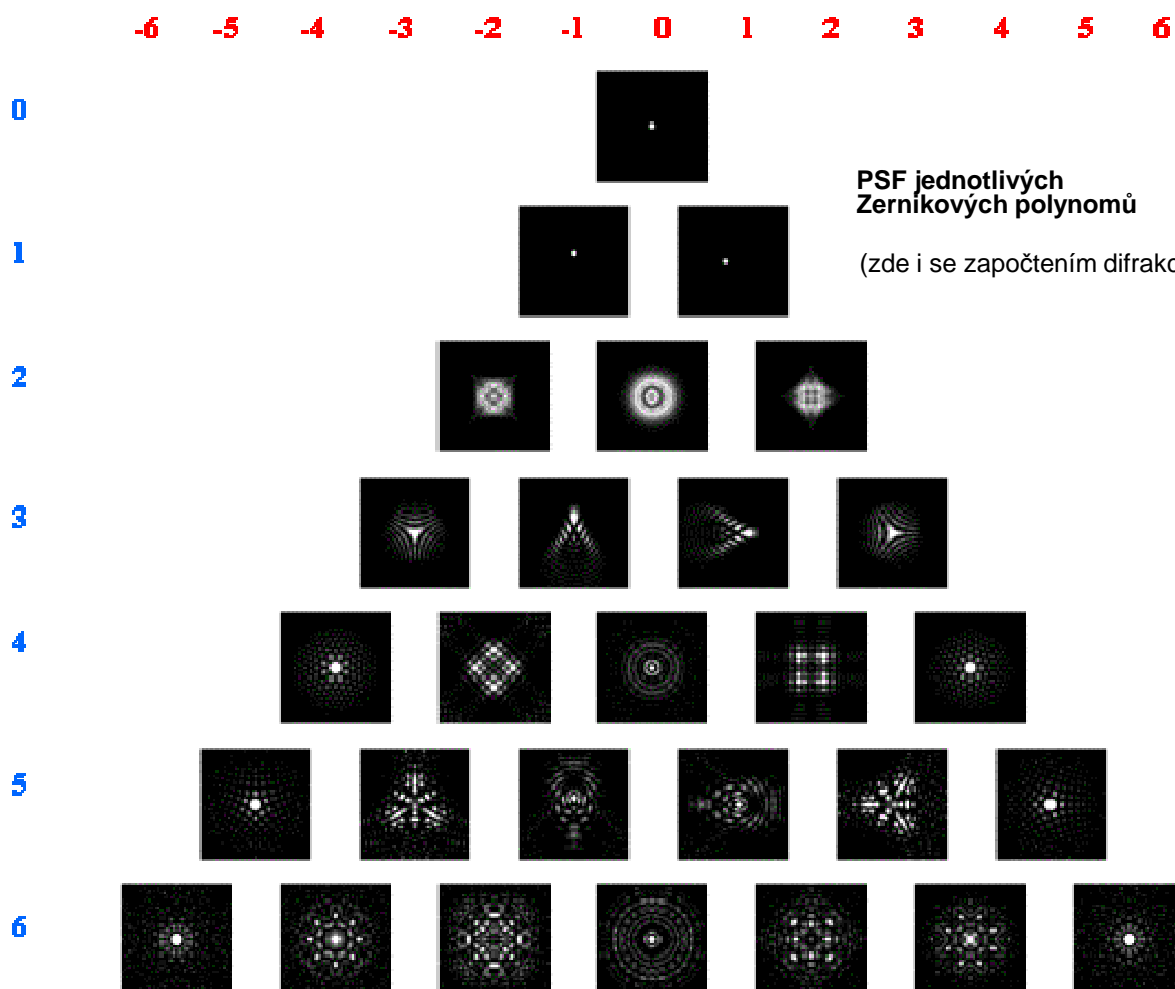
přečíslování



průběhy chybové vlnoplochy pro jednotlivé Zernikovy polynomy

osově souměrné aberace leží na ose Zernikova trojúhelníku

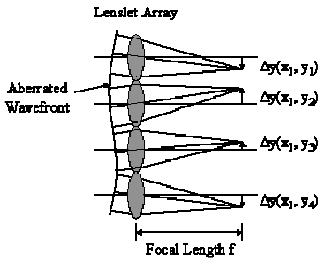
Seidelovy aberace tvoří diamant zasahující do několika řádů trojúhelníku



PSF jednotlivých Zernikových polynomů

(zde i se započtením difrakce)

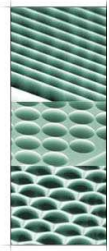
Hartmannův-Shackův senzor



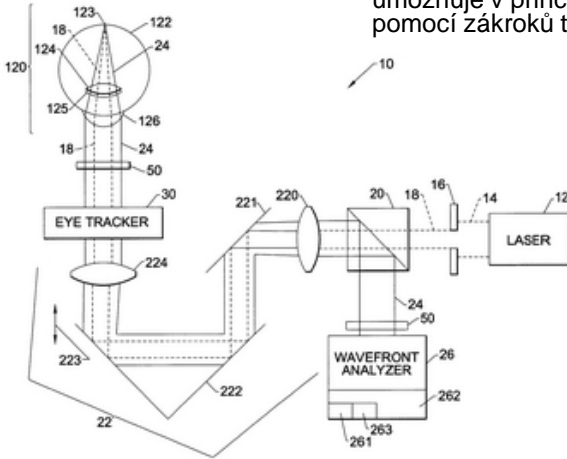
rošíření oproti vyšetření pomocí sferocylindrických čoček

buď ve formě dvou zkřížených lineárních lamel, nebo přímo vyleptané mikročočky (*lenslet array*)

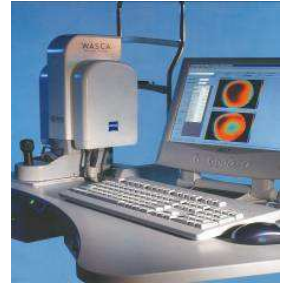
parametry používaných senzorů: 15-1000 μm/čočka, přesnost ohniska + - 3%, podkladová destička (Si, Ge, ZnS) 1-6 mm



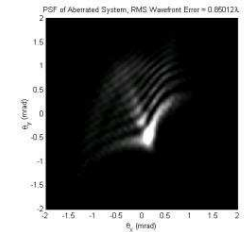
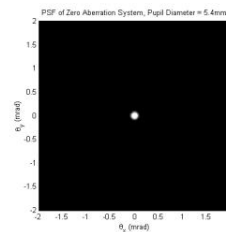
WASCA (Wave Aberration SCAnner)



umožňuje v principu opravy vad do dvacátého řádu pomocí zákroků typu LASIK



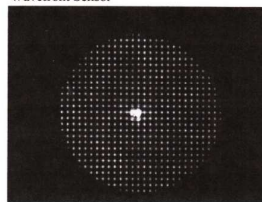
PSP (Point Spread Function): reakce na bodový podmět



Time of Measurement: 4/2/2008 12:30:30 PM

OD

Name: Martin
Patient ID: 8009300000
Pupil Diameter: 5.82 mm
Wavefront Sensor



Total Aberrations

ZEISS

| Seidel | Sphere | Cylinder | Axis |
|-------------|--------|----------|---------------------|
| | -7.85 | -0.93 | x 12° |
| Chroma: 555 | | | Spectacle Plane: 13 |

| Zernike Polynomials | |
|---------------------|------------|
| Zernike Term | Value |
| analysis diameter | 5.50 mm |
| Z(2,-2) | 0.584 μm |
| Z(2,0) | -14.059 μm |
| Z(2,2) | -1.315 μm |
| Z(3,-3) | -0.079 μm |
| Z(3,-1) | 0.029 μm |
| Z(3,1) | -0.018 μm |
| Z(3,3) | 0.057 μm |
| Z(4,-4) | -0.099 μm |
| Z(4,-2) | 0.013 μm |
| Z(4,0) | 0.044 μm |
| Z(4,2) | 0.176 μm |
| Z(4,4) | 0.139 μm |

High Order Aberrations

