

Brýlová optika: úvod, základy



Stručná osnova

jarní semestr

- základy geometrické optiky pro brýlovou optiku
- Gullstrandovo schematické oko, další modely oka
- fotoreceptory oka, vizus, optotypy
- myopie, hypermetropie, afakie a jejich korekce
- povaha axiální refrakce, velikost obrazu na sítnici

podzimní semestr

- akomodace
- presbyopie a její korekce
- brýlové čočky: výpočty a korekce vad
- prizmatický účinek, decentrace
- bifokální, trifokální a multifokální čočky
- oční astigmatismus a jeho korekce

Kontrola a hodnocení studia

Jarní semestr

- 2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)
- zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1x opravit)

Podzimní semestr

- 2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)
- zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1x opravit)
- zkouška (ústní, celkové hodnocení se odvozuje z výsledku ústní zkoušky a bodového výsledku všech 4 kontrolních prací)

Doporučená literatura

1. A. H. Tunnaclyffe: Introduction to Visual Optics. ABDO College, Canterbury 2004.
2. J. Polášek a kol.: Technický sborník oční optiky, 2. vyd. SNTL, Praha 1975.
3. R. Baštecký: Praktická brýlová optika. R+H optik, Praha 1997.
4. M. Rutrle: Brýlová optika. IDVPZ, Brno 1993.
5. E. Keprt: Teorie optických přístrojů III. Oko a jeho korekce. SPN, Praha 1966.
6. J. Schwiegerling: Field Guide to Visual and Ophthalmic Optics. SPIE, Bellingham 2004.
7. B. Havelka: Geometrická optika, I. a II. díl. NČAV, Praha 1955.

Též na www.opto.cz

Další informační příležitosti



<https://www.bvv.cz/opta>



<https://www.ceskaocnioptika.cz/>



<https://scoo.cz/>

Kontakt

prof. RNDr. Radim Chmelík, Ph.D.

Ústav fyzikálního inženýrství
Fakulta strojního inženýrství
& CEITEC VUT

Vysoké učení technické v Brně
e-mail: radim.chmelik@vut.cz

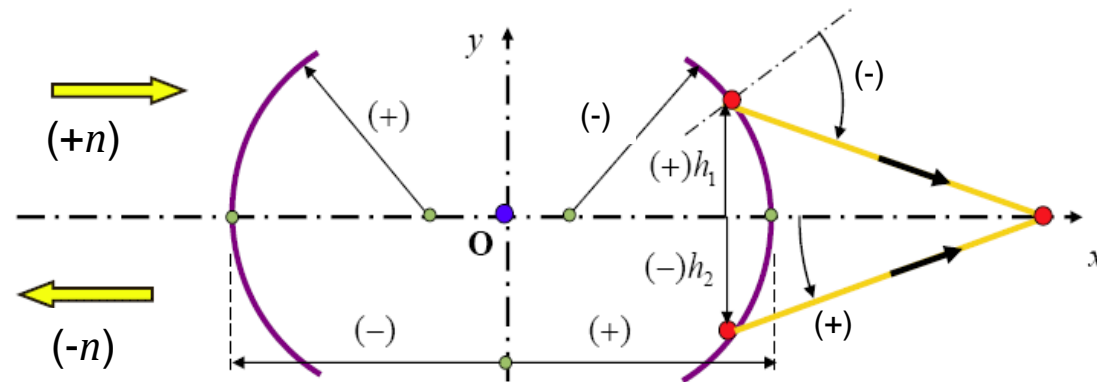


Předpokládané vstupní znalosti

1. zákony geometrické optiky, index lomu
2. disperze, Abbeovo číslo, základní vlastnosti optických materiálů
3. hranol, optický klín
4. zobrazení kulovou plochou obecně a v paraxiálním prostoru
5. základní (kardinální) body jedné kulové plochy
6. zobrazení soustavou kulových ploch, polohy základních (kardinálních) bodů soustavy, ohniskové vzdálenosti
7. zobrazovací rovnice (pro paraxiální prostor)
8. zobrazení tenkou čočkou, zobrazení tlustou čočkou
9. zobrazení soustavou čoček, trasování paprsků
10. omezení paprskových svazků v optické soustavě
11. zvětšení příčné, podélné, úhlové
12. základní optické vady

(Geometrická optika – 1. semestr)

Znaménková konvence a symboly



$X, X', (Y, Y')$... osový (mimoosový) předmětový a obrazový bod
s_H, s'_H	... sečná vzdálenost bodu H od první a poslední plochy soustavy
x, x'	... sečná předmětová a obrazová vzdálenost
a, a'	... předmětová a obrazová vzdálenost (od předmětové, obrazové hlavní roviny)
f, f'	... předmětová a obrazová ohnisková vzdálenost
h	... výška paprsku (vzdálenost od optické osy)
d	... vzdálenost elementů, rozměr
y, y'	... příčná souřadnice mimoosového bodu
n, n'	... index lomu (před a za lámavou plochou, zrcadlo: $n' = -n$)
φ', S'	... optická mohutnost, vrcholová lámavost

vergence se označují příslušnými velkými písmeny (A, S, X); pořadí lámavé plochy se značí číselným indexem

Lom kulovou plochou

Snellův zákon:

$$n' \sin \sigma' = n \sin \sigma$$

$x, \alpha \rightarrow$

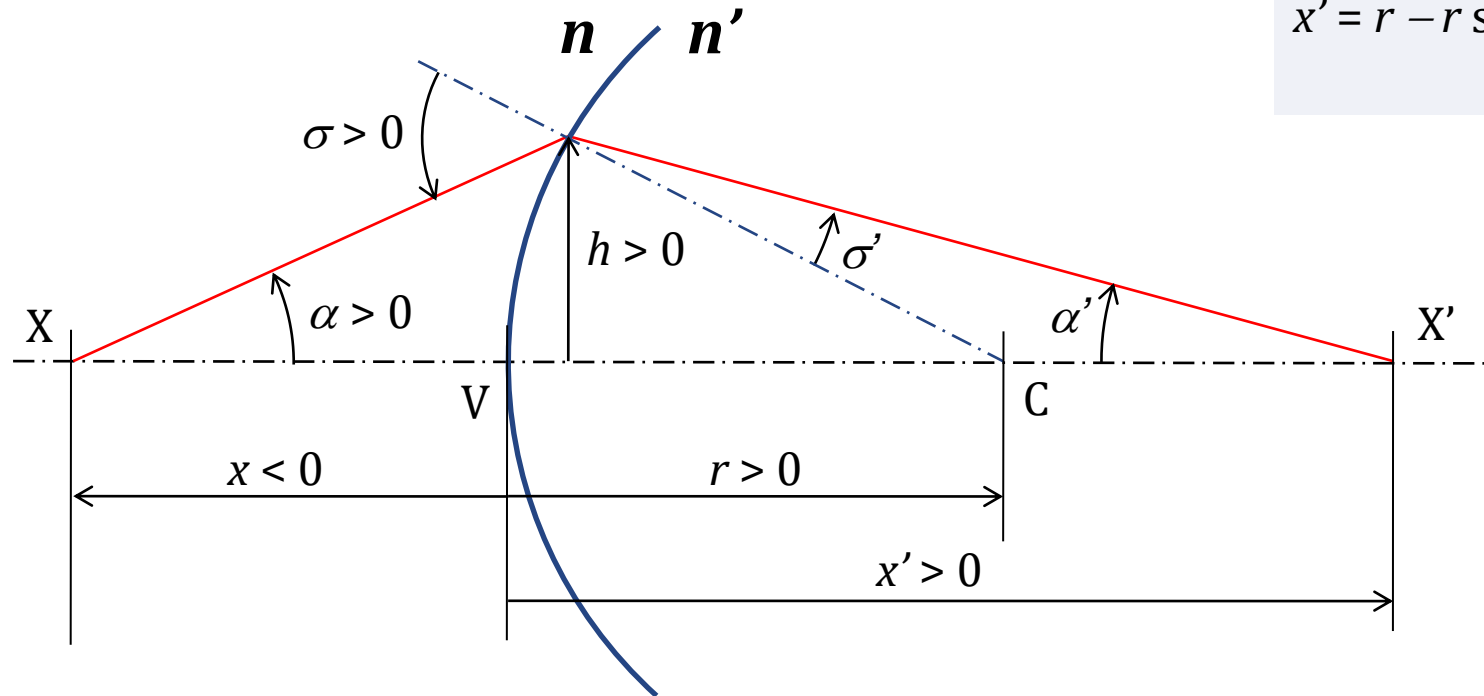
$$\sin \sigma = (r - x)/r \sin \alpha$$

$$\sin \sigma' = n/n' \sin \sigma$$

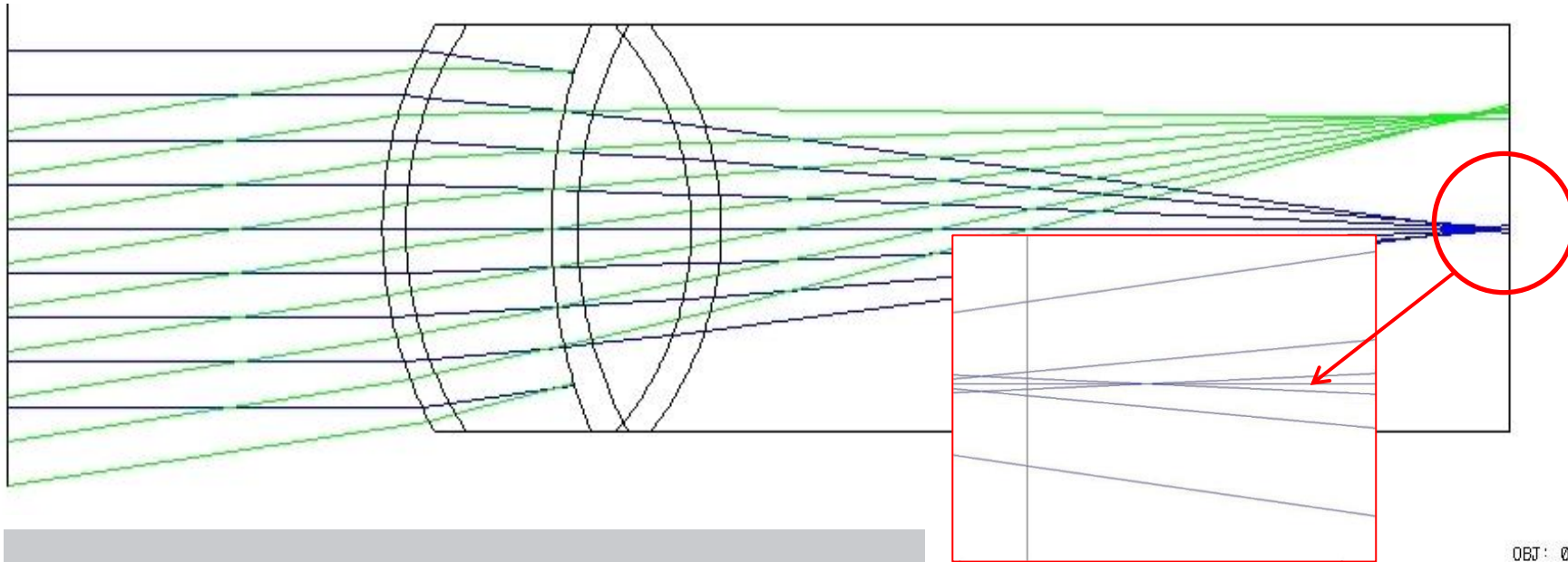
$$\alpha' = \alpha - \sigma + \sigma'$$

$$x' = r - r \sin \sigma' / \sin \alpha'$$

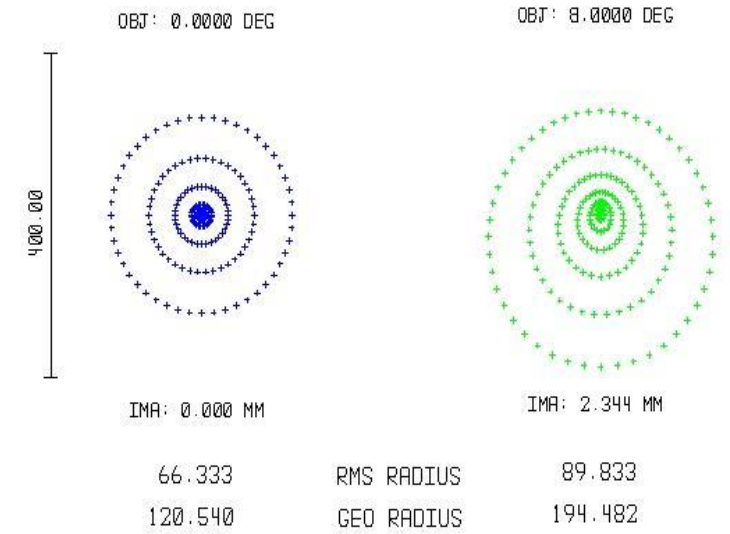
$\rightarrow x', \alpha'$



Trasování paprsků (ray tracing)



Plocha	Rádus (mm)	Tloušťka (mm)	Index lomu nD (-)
Objekt	nekonečno	nekonečno	1,0000
2	7,70	0,50	1,3771
3	6,80	3,10	1,3374
STO	10,00	0,55	1,3860
5	7,91	2,42	1,4060
6	-5,76	0,64	1,3860
7	-6,00	16,79	1,3360

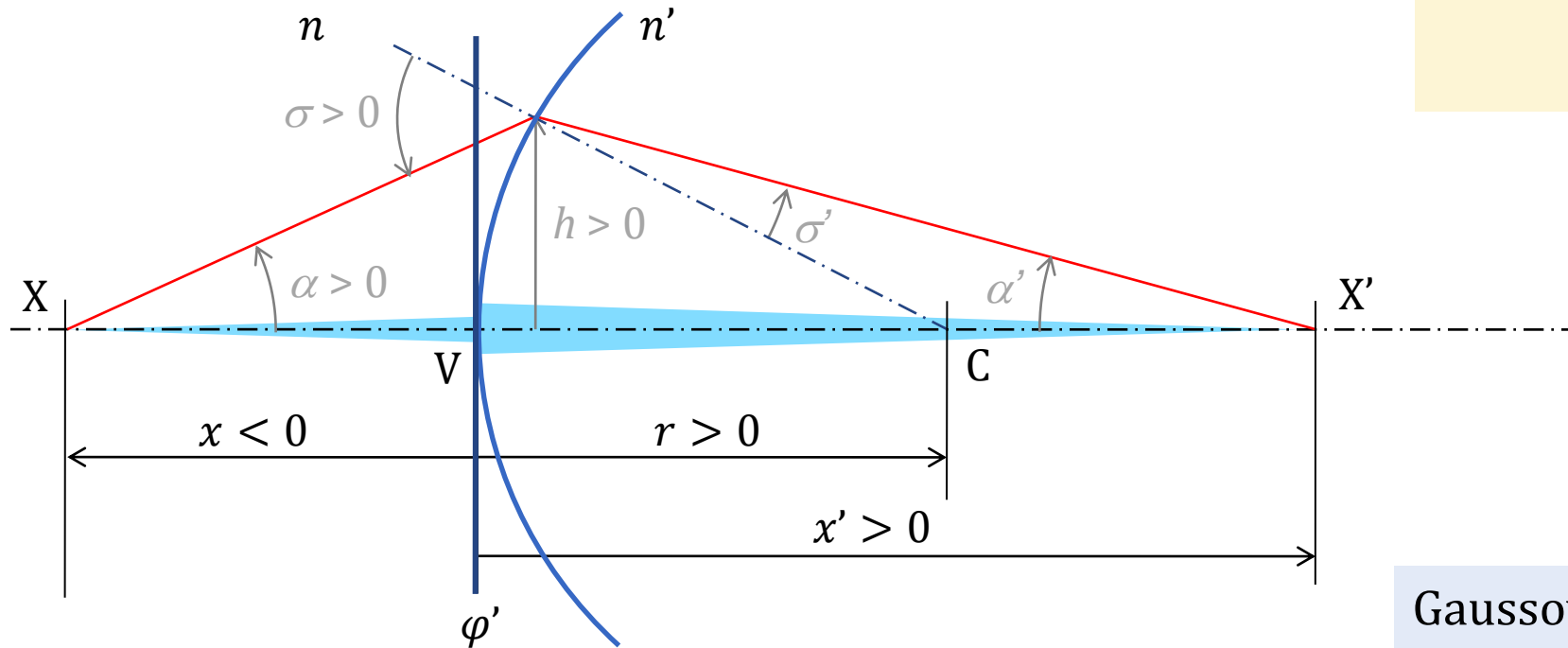


Gaussova zobrazovací rovnice

paraxiální aproximace (sklon paprsků menší než 5°)

optická mohutnost plochy:

$$\varphi' = \frac{n' - n}{r}$$



Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{n'}{x'} = \frac{n}{x} + \varphi'$$

Redukovaná vzdálenost a vergence

Redukovaná vzdálenost

$$\bar{x} = x/n$$

(Redukovaná) vergence

*křivost geometrické
vlnoplochy svazku v dané
rovině*

$$X = n/x$$

x ... vzdálenost ke středu
svazku

„dioptrická délka“

x (m) X ($\text{m}^{-1} = \text{D}$)

-0,1 -10

-0,2 -5

-0,25 -4

-0,33 -3

-0,5 -2

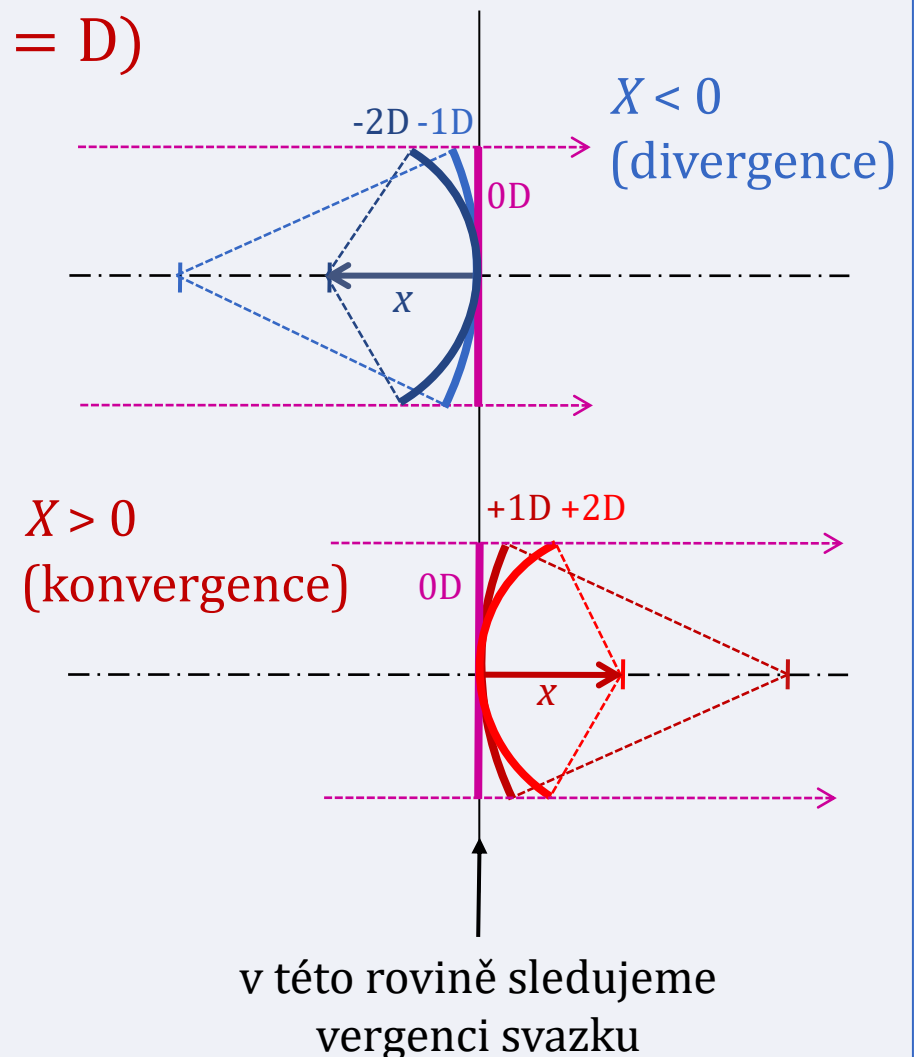
-1 -1

∞ 0

+1 +1

+0,5 +2

+0,1 +10



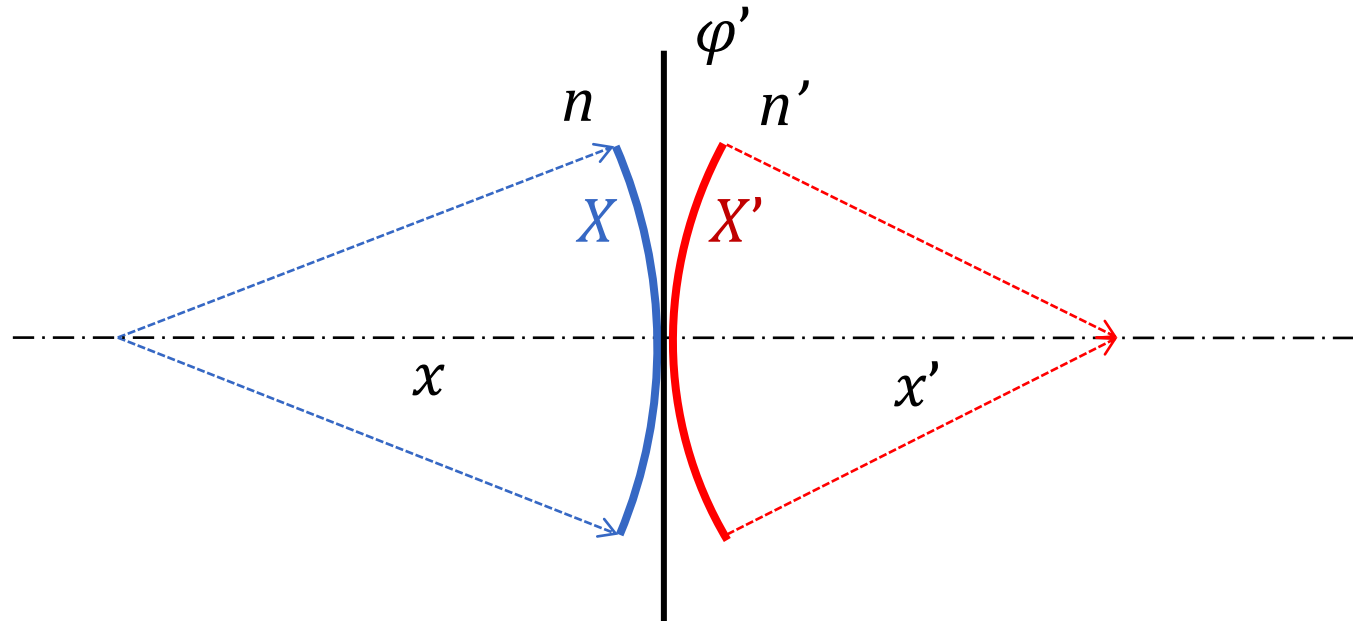
Lámavá plocha mění vergenci svazku

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{n}{x} + \varphi' = \frac{n'}{x'} \Rightarrow X + \varphi' = X'$$

optická mohutnost plochy:

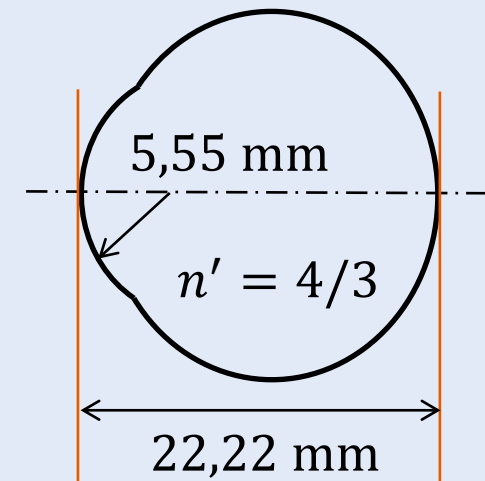
$$\varphi' = \frac{n' - n}{r}$$



Příklady:

1. Určete mohutnost lámavé plochy standardního redukovaného oka.
2. Předmětový bod leží 2 m před (za) lámavou plochou oka. V místě lámavé plochy určete vergenci svazku, který diverguje z (konverguje do) předmětového bodu.
3. Předmětový bod leží 5 m, příp. v nekonečnu před lámavou plochou. V jaké vzdálenosti leží obraz? (vypočtete vergenci X , vergenci X' , vzdálenost x')
4. Předmětový bod leží 50 cm před lámavou plochou. Jaká musí být mohutnost plochy, aby se zobrazil na sítnici?

standardní redukované oko



optická mohutnost plochy:

$$\varphi' = \frac{n' - n}{r}$$

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{n}{x} + \varphi' = \frac{n'}{x'} \Rightarrow X + \varphi' = X'$$

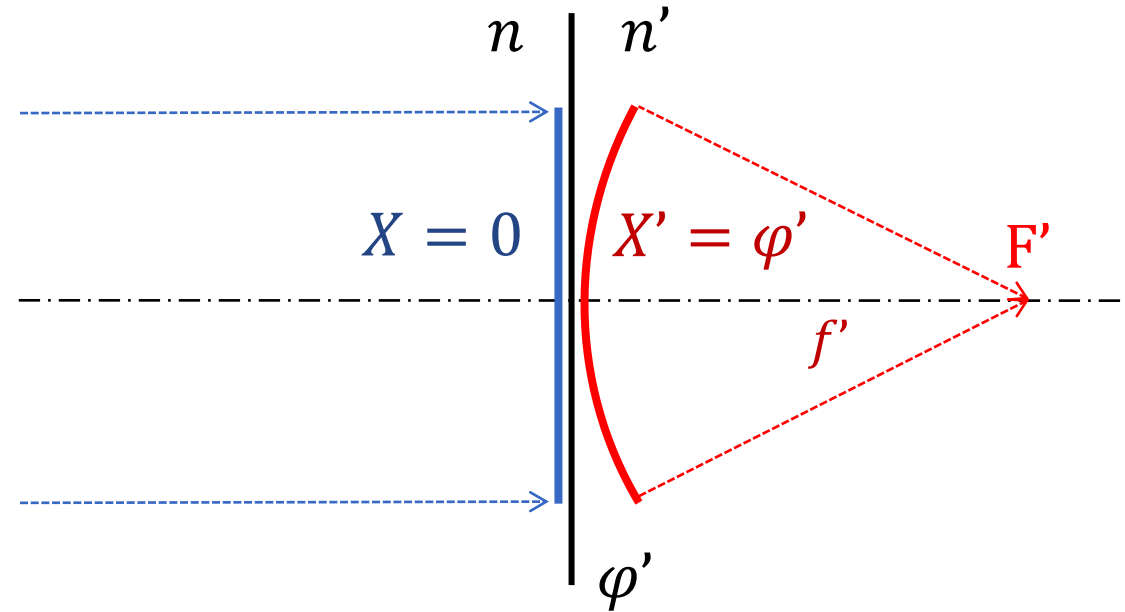
Optická mohutnost lámavé plochy avergence svazku

Gaussova rovnice:

$$X' = X + \varphi'$$

Svazek z nekonečna:

$$X = 0 \Rightarrow X' = \frac{n'}{f'} = 0 + \varphi'$$



Optická mohutnost lámavé plochy je rovna **vergenci svazku**, který konverguje do obrazového ohniska, v místě lámavé plochy.

$$\varphi' = X' = \frac{n'}{f'}$$

Optická mohutnost lámavé plochy avergence svazku

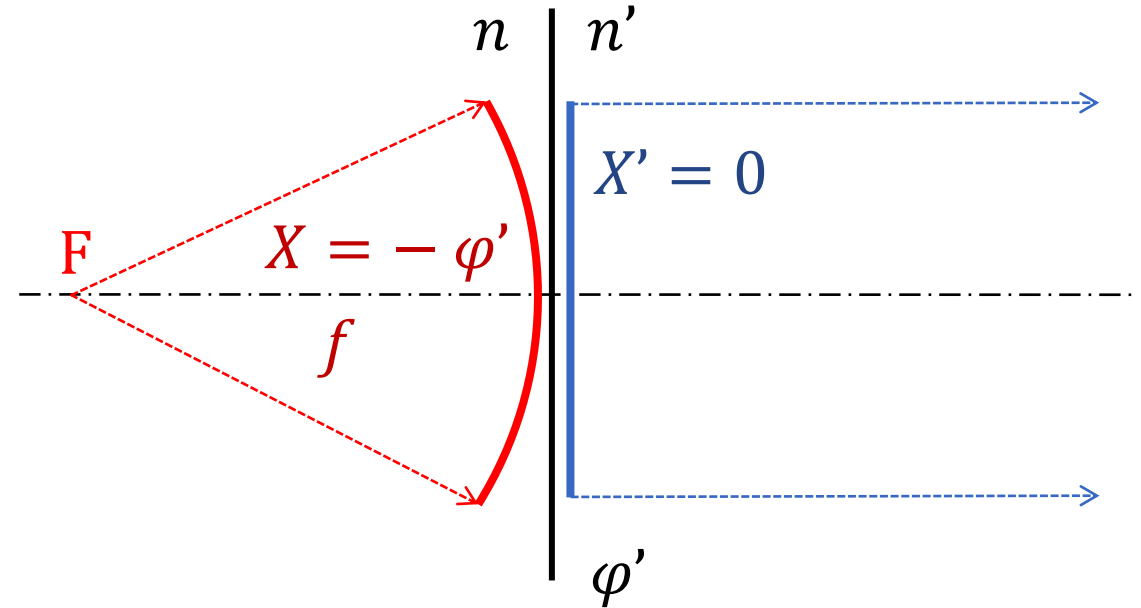
Gaussova rovnice:

$$X' = X + \varphi'$$

Svazek z předmětového ohniska:

$$X' = 0 \Rightarrow X = \frac{n}{f} = -\varphi'$$

Optická mohutnost lámavé plochy je (také) rovna záporně vzaté **vergenci svazku**, který diverguje z předmětového ohniska, v místě lámavé plochy.



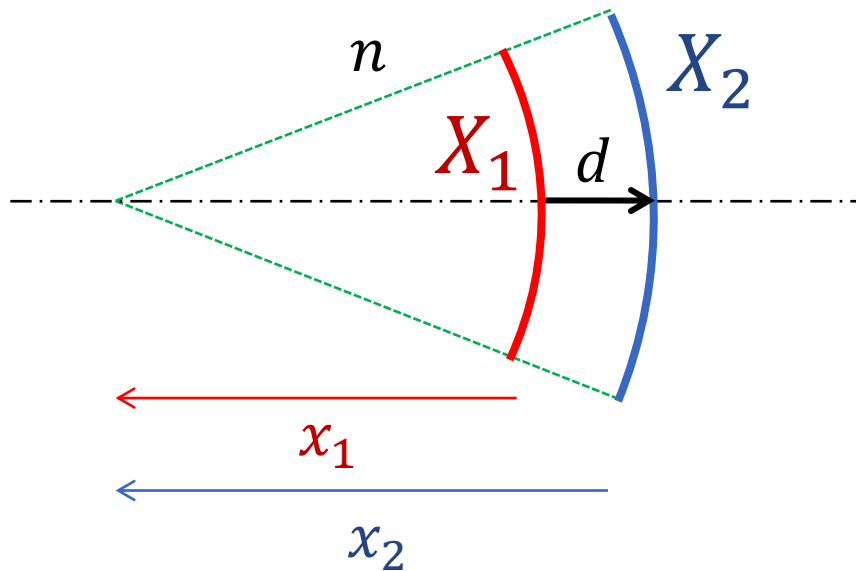
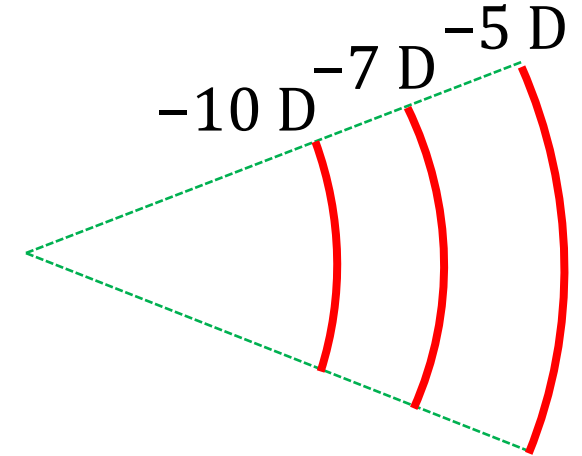
$$\varphi' = -X = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \Rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

Změna vergence při šíření svazku (propagace vergence)

$$x_2 = x_1 - d$$

$$X_2 = \frac{n}{x_2} = \frac{n}{x_1 - d} = \frac{\frac{n}{x_1}}{1 - \frac{d}{x_1}} = \frac{\frac{n}{x_1}}{1 - \frac{d}{x_1} \frac{n}{n}} = \frac{X_1}{1 - \bar{d}X_1}$$

$$\bar{d} = d/n$$



Propagace vergence
vpřed:

$$X_2 = \frac{X_1}{1 - \bar{d}X_1}$$

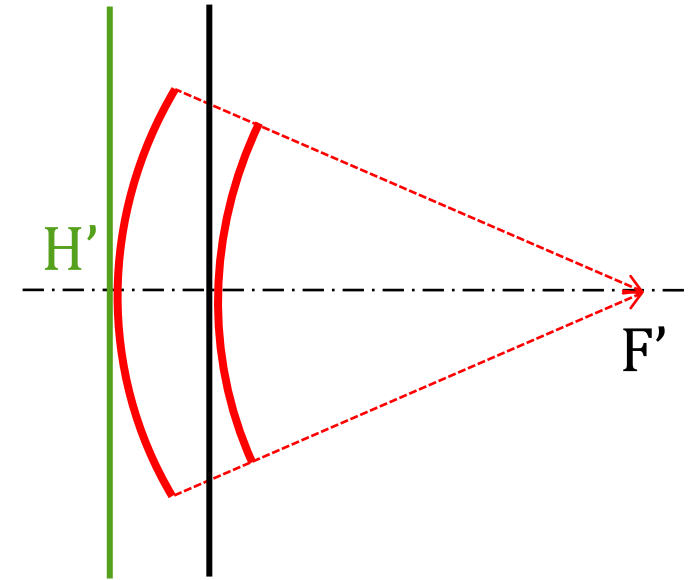
zpět:

$$X_1 = \frac{X_2}{1 + \bar{d}X_2}$$

Příklad:

Obrazový hlavní bod optické soustavy leží 25 mm před její poslední lámavou plochou. Z poslední plochy optické soustavy vychází svazek s vergencí +10 D.

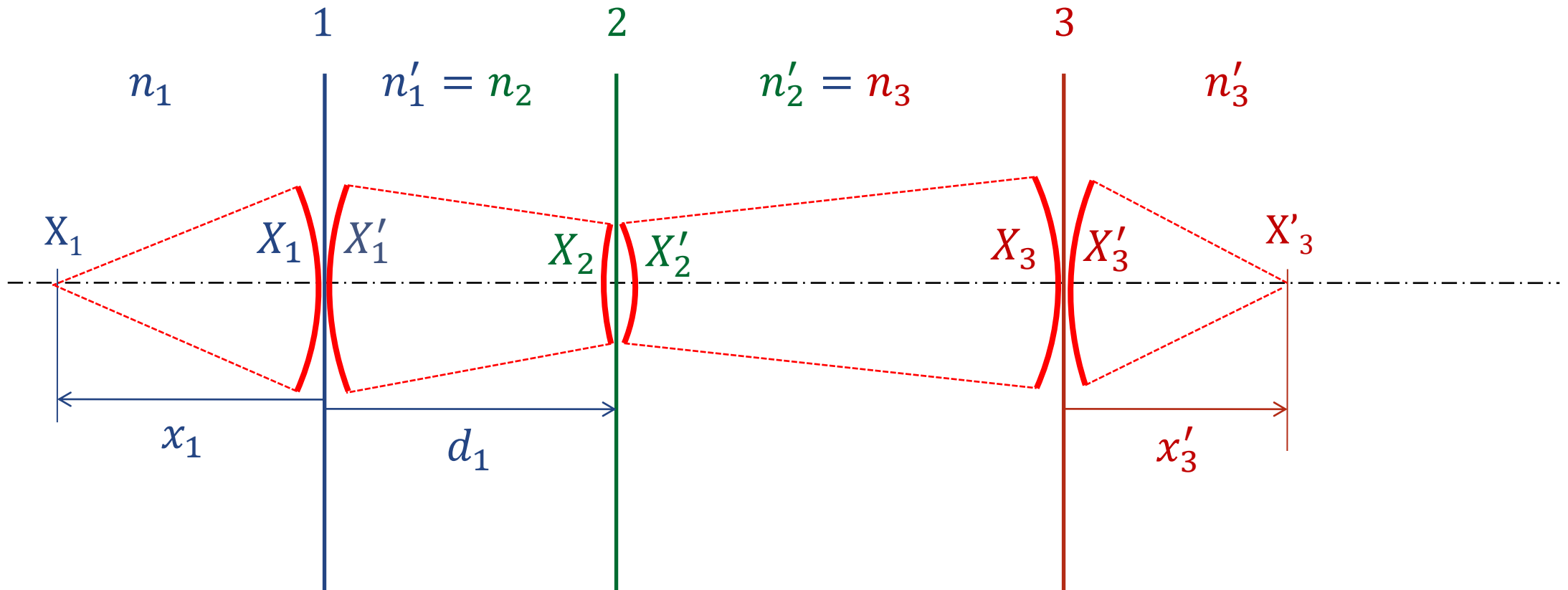
1. Vypočtete vergenci tohoto svazku na obrazové hlavní rovině soustavy pomocí vztahu pro vergence (nepřepočítávejte na vzdálenosti středů svazků).
2. Vypočtete vergenci tohoto svazku na obrazové hlavní rovině soustavy pomocí vzdáleností ploch od středu svazku.
3. Pokud tento svazek konverguje do obrazového ohniska, určete obrazovou ohniskovou vzdálenost soustavy a sečnou obrazovou ohniskovou vzdálenost soustavy.
4. Určete optickou mohutnost soustavy.



$$X_2 = \frac{X_1}{1 - \bar{d}X_1}$$

$$X_1 = \frac{X_2}{1 + \bar{d}X_2}$$

Zobrazení soustavou lámavých ploch



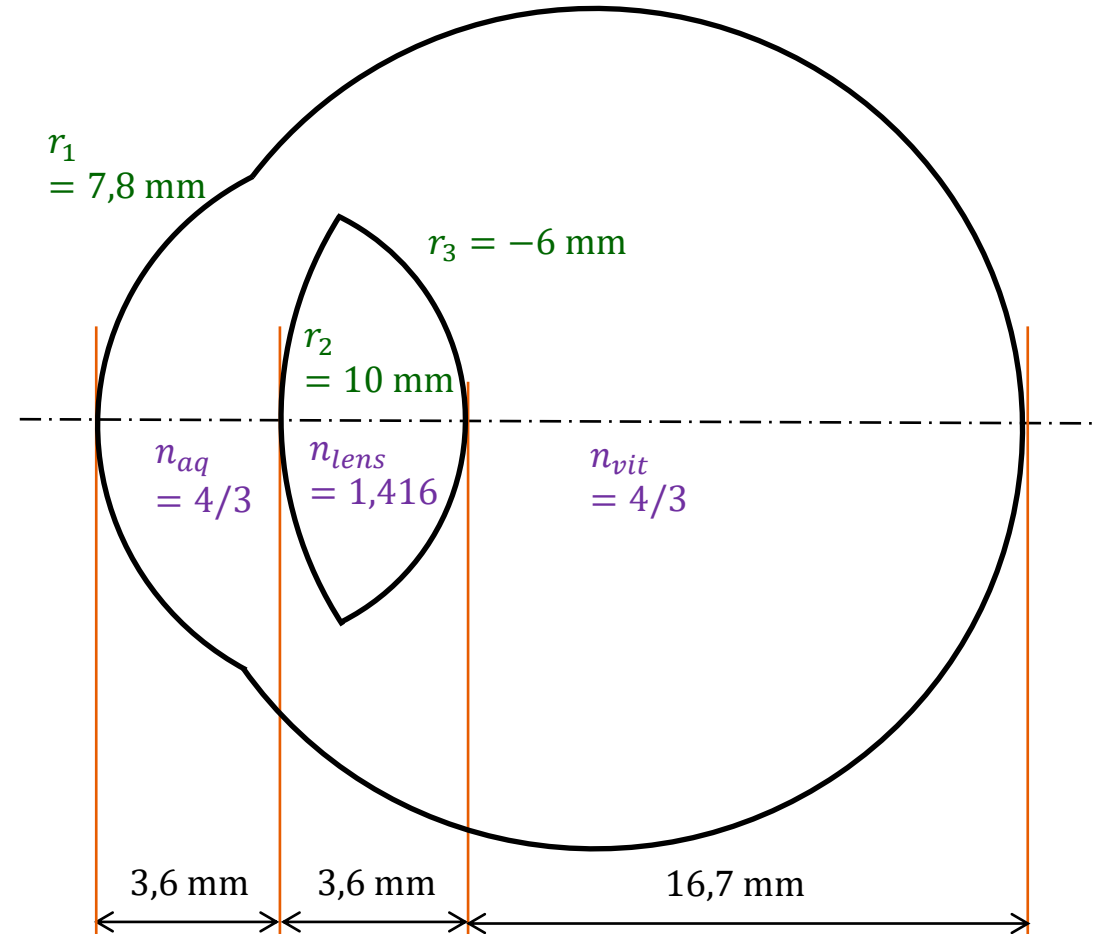
$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

$$X'_i = X_i + \varphi'_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X'_i}{1 - \bar{d}_i X'_i} \quad (\bar{d}_i = \frac{d_i}{n'_i})$$

Příklad: Zobrazení Emsleyovým schematickým okem

1. Určete mohutnosti lámavých ploch Emsleyova schematického oka (ESO).
2. Předmětový bod leží 1 m, příp. 10 m před první lámavou plochou oka. Určete v obou případech polohu obrazového bodu. Bude ležet na sítnici?
3. Určete polohu obrazového (předmětového) ohniska ESO, tj. jeho vzdálenost od poslední (první) lámavé plochy oka.
4. Předmětový bod leží 15 cm před první lámavou plochou ESO. Jaký musí být poloměr křivosti druhé plochy ESO, aby se tento bod zobrazil ostře na sítnici?



Příklad: Zobrazení Emsleyovým schematickým okem

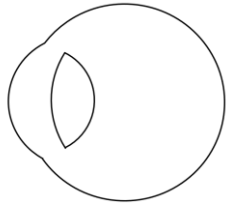
plocha č.	1	2	3	
n	1,0000	1,3333	1,4160	... index lomu před lámavou plochou
n'	1,3333	1,4160	1,3333	... index lomu za lámavou plochou
r (m)	0,0078	0,0100	-0,0060	... poloměr lámavé plochy
d (m)	0,0036	0,0036		... vzdálenost od l. plochy k následující l. ploše
x (m)	-1,0000			... vzdálenost předmětového bodu od l. plochy
$X = n/x$ (D)	-1,0000	47,0352	64,3492	... vergence svazku těsně před lám. plochou
$\varphi' = (n' - n)/r$ (D)	42,7350	8,2667	13,7778	... optická mohutnost lámavé plochy
$X' = X + \varphi'$ (D)	41,7350	55,3019	78,1270	... vergence svazku těsně za lámavou plochou
$p = 1/(1 - X'd/n')$	1,1270	1,1636		... propagační faktor (pro šíření svazku)
$pX' = X_{i+1}$ (D)	47,0352	64,3492		... vergence svazku před následující l. plochou
$x' = n'/X'$ (m)			0,0171	... vzdálenost obrazového bodu od lám. plochy

$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

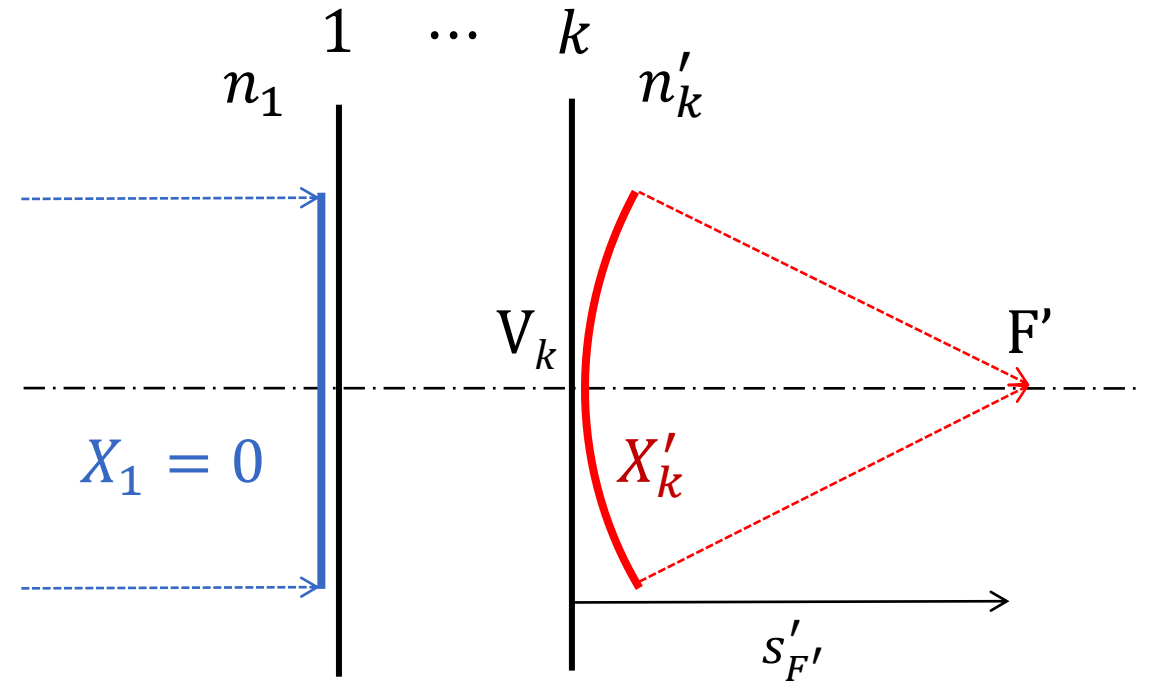
$$X'_i = X_i + \varphi'_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X'_i}{1 - \bar{d}_i X'_i} = \frac{1}{1 - \bar{d}_i X'_i} X'_i = p_i X'_i \quad (\bar{d}_i = \frac{d_i}{n'_i})$$

Příklad: Obrazové ohnisko ESO

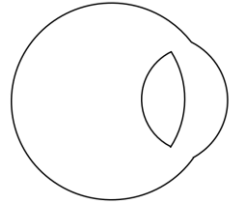


plocha č.	1	2	3
n	1,0000	1,3333	1,4160
n'	1,3333	1,4160	1,3333
r (m)	0,0078	0,0100	-0,0060
d (m)	0,0036	0,0036	
x (m)	9999999		
$X = n/x$ (D)	0,0000	48,3092	66,0807
$\varphi' = (n' - n)/r$ (D)	42,7350	8,2667	13,7778
$X' = X + \varphi'$ (D)	42,7350	56,5758	79,8585
$p = 1/(1 - X'd/n')$	1,1304	1,1680	
$pX' = X_{i+1}$ (D)	48,3092	66,0807	
$x' = n'/X'$ (m)			0,0167



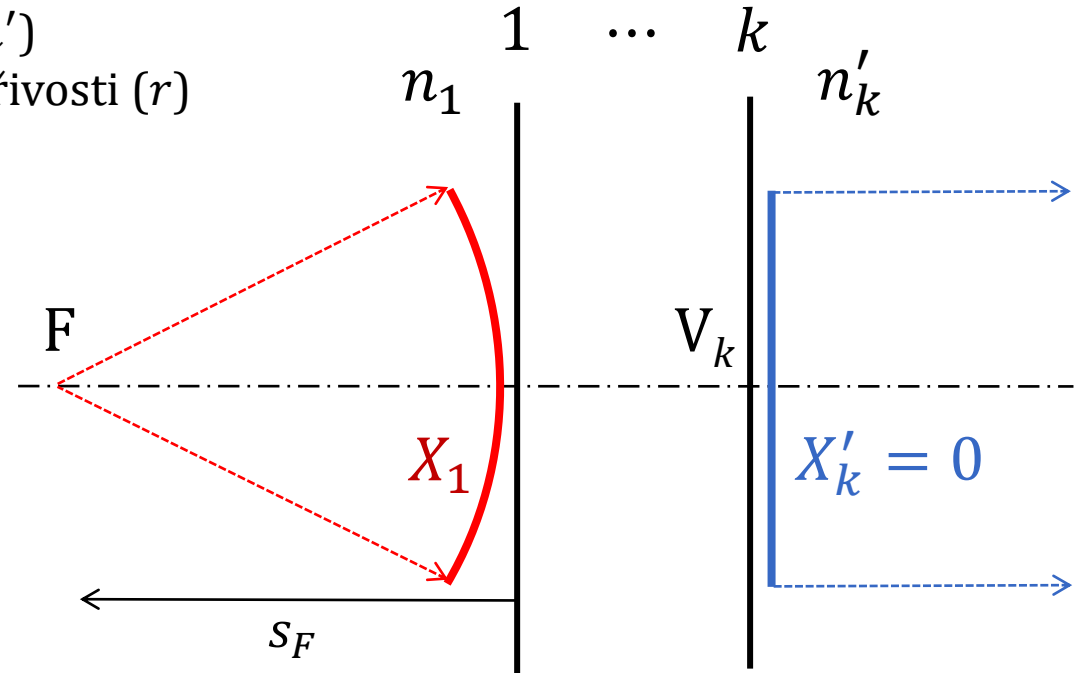
leží-li předmětový bod (prakticky) v nekonečnu, zobrazí se do **obrazového ohniska** a zde vychází **sečná obrazová ohnisková vzdálenost**

Příklad: Předmětové ohnisko ESO



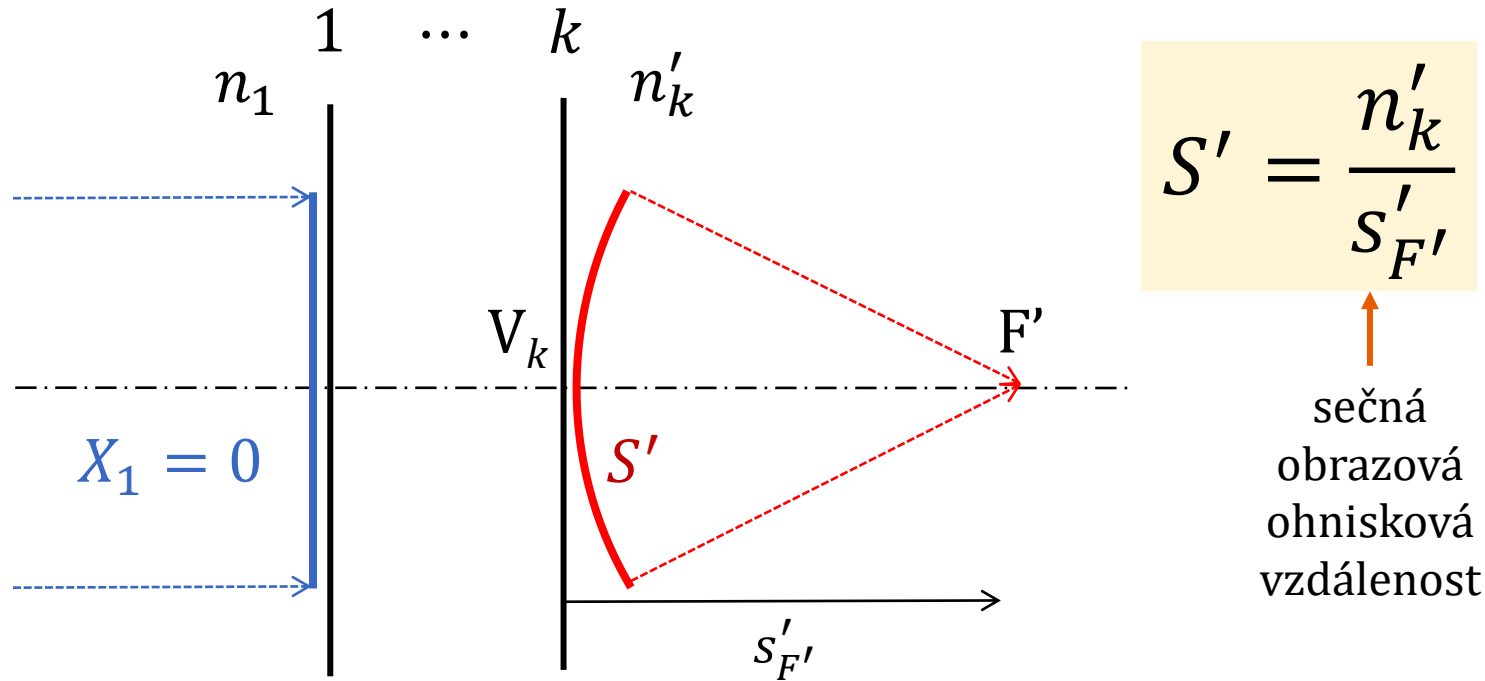
- opačné pořadí optických prostředí (n, n')
- opačné pořadí a znaménka poloměrů křivosti (r)
- opačné pořadí vzdáleností ploch (d)

plocha č.	1	2	3
n	1,3333	1,4160	1,3333
n'	1,4160	1,3333	1,0000
r (m)	0,0060	-0,0100	-0,0078
d (m)	0,0036	0,0036	
x (m)	9999999		
$X = n/x$ (D)	0,0000	14,2779	24,0058
$\varphi' = (n' - n)/r$ (D)	13,7778	8,2667	42,7350
$X' = X + \varphi'$ (D)	13,7778	22,5446	66,7409
$p = 1/(1 - X'd/n')$	1,0363	1,0648	
$pX' = X_{i+1}$ (D)	14,2779	24,0058	
$x' = n'/X'$ (m)			0,0150



leží-li předmětový bod (prakticky) v nekonečnu, zobrazí se do **obrazového ohniska** a zde vychází **sečná předmětová ohnisková vzdálenost s opačným znaménkem**

(Zadní) vrcholová lámavost soustavy



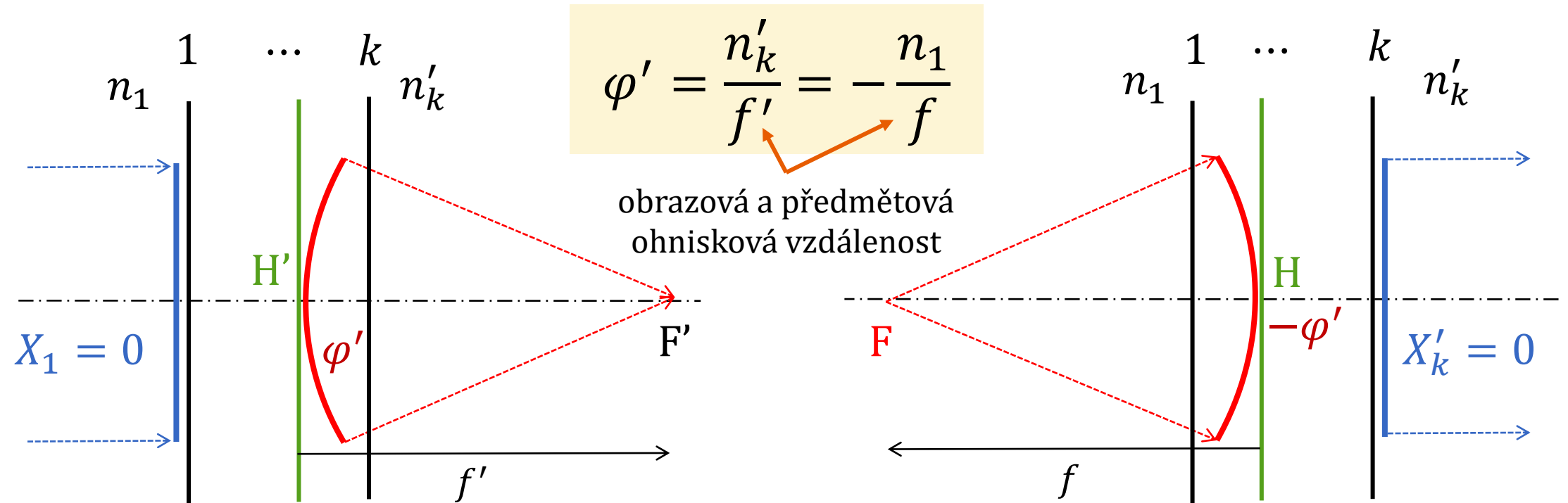
$$S' = \frac{n'_k}{S'_{F'}}$$

↑
sečná
obrazová
ohnisková
vzdálenost

(Zadní) vrcholová lámavost optické soustavy je rovna **vergenci svazku**, který konverguje do obrazového ohniska, v místě **poslední plochy** soustavy.

n		
n'		
r		
d		
x	∞	
X	0	
φ'		
X'		S'
p		
pX'		
x'		$S'_{F'}$

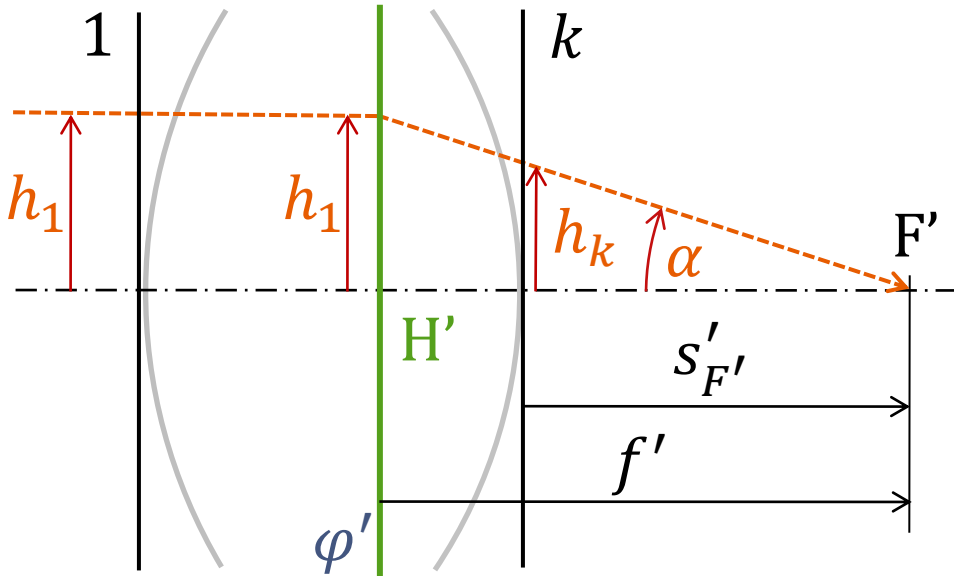
(Ekvivalentní, celková) optická mohutnost soustavy



(Ekvivalentní, celková) **optická mohutnost** optické soustavy je rovna **vergenci svazku**, který konverguje do obrazového ohniska, v místě **obrazové hlavní roviny** soustavy (případně záporně vzaté vergenci svazku, který diverguje z předmětového ohniska, v místě předmětové hlavní roviny soustavy).

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

Vztah optické mohutnosti a vrcholové lámavosti soustavy



Platí:

$$-\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1}{f'} = \frac{h_k}{S'_{F'}} \rightarrow f' = \frac{h_1}{h_k} S'_{F'}$$

$$f' = \frac{h_1}{h_k} S'_{F'} = \frac{h_1 h_2 \dots h_{k-1}}{h_2 h_3 \dots h_k} S'_{F'} = \frac{X_2 X_3 \dots X_k}{X'_1 X'_2 \dots X'_{k-1}} S'_{F'} = p_1 p_2 \dots p_{k-1} S'_{F'}$$

$$\varphi' = \frac{n'_k}{f'} = \frac{1}{p_1 p_2 \dots p_{k-1}} \frac{n'_k}{S'_{F'}} = \frac{1}{p_1 p_2 \dots p_{k-1}} S'$$

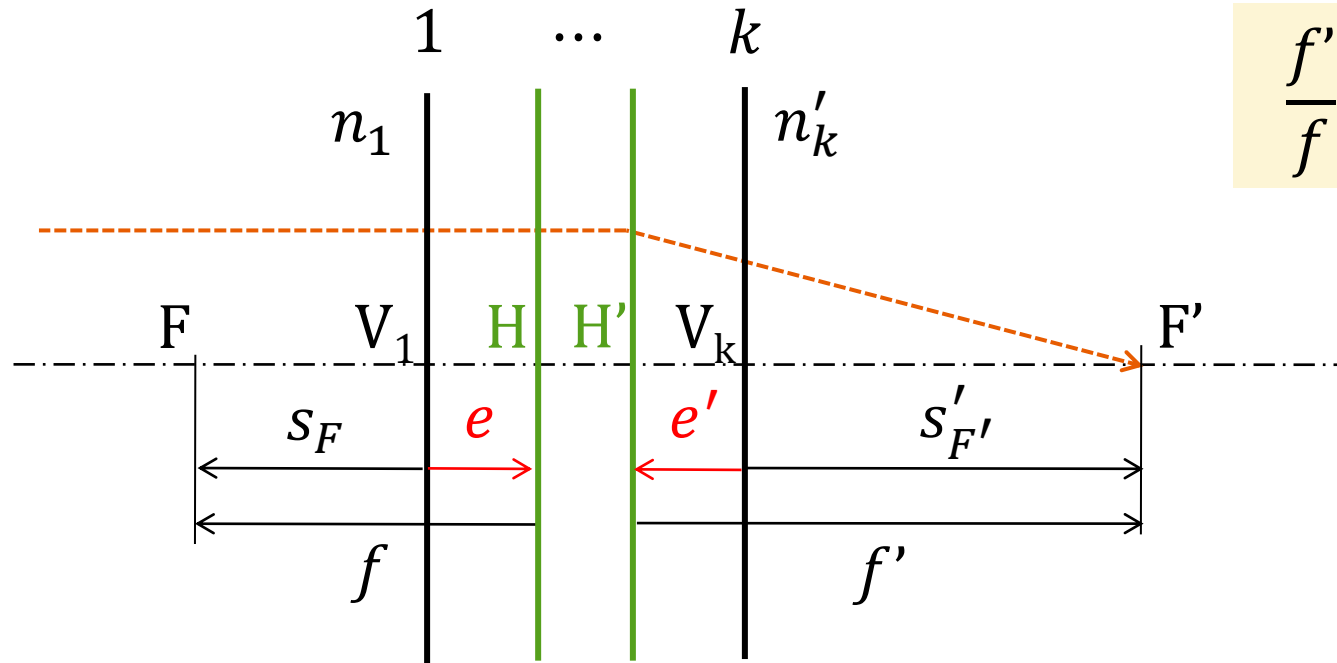
například pro 3 plochy pomocí tabulky:

$X' = X + \varphi'$			S'
$p = 1/(1 - X'd/n')$	p_1	p_2	
pX'			
$x' = n'/X'$			$S'_{F'}$

$$\rightarrow S' / p_1 p_2 = \varphi'$$

$$\rightarrow p_1 p_2 S'_{F'} = f'$$

Poloha hlavních bodů soustavy



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

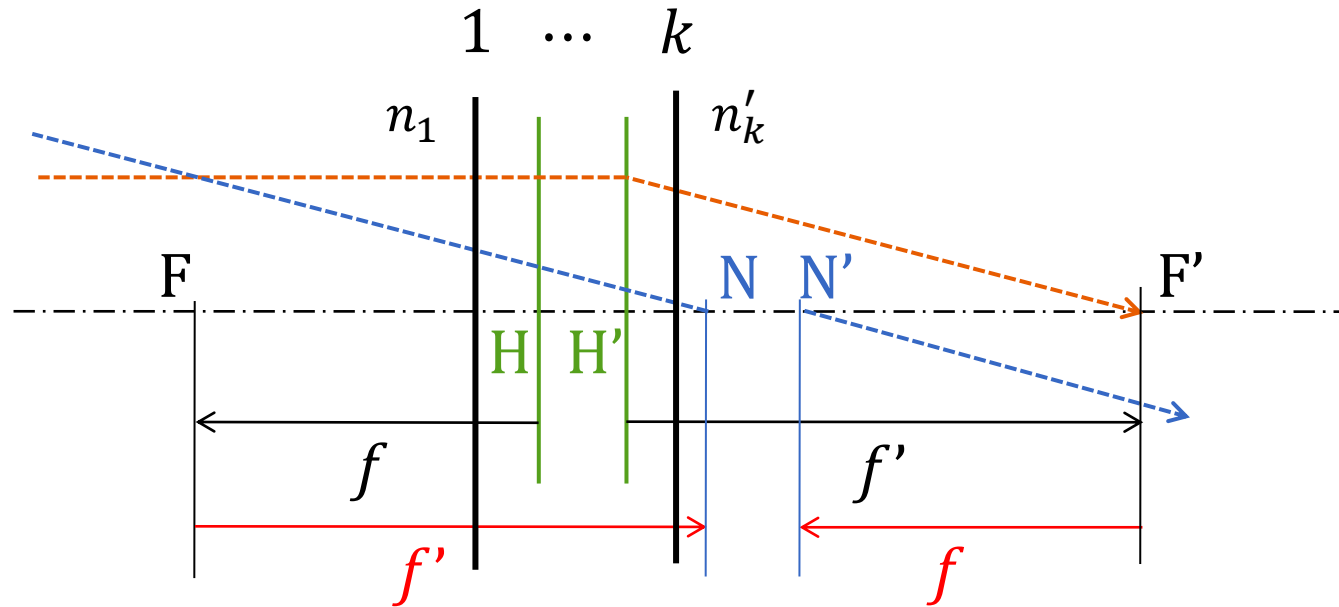
sečná vzdálenost od vrcholu plochy 1

$$s_H = e = s_F - f$$

sečná vzdálenost od vrcholu plochy k

$$s'_{H'} = e' = s'_{F'} - f'$$

Poloha uzlových bodů soustavy



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

sečné vzdálenosti od vrcholu plochy 1

$$s_N = s_F + f'$$

$$s_H = s_F - f$$

$$s_N = s_H + f' + f = s_H + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right)$$

sečné vzdálenosti od vrcholu plochy k

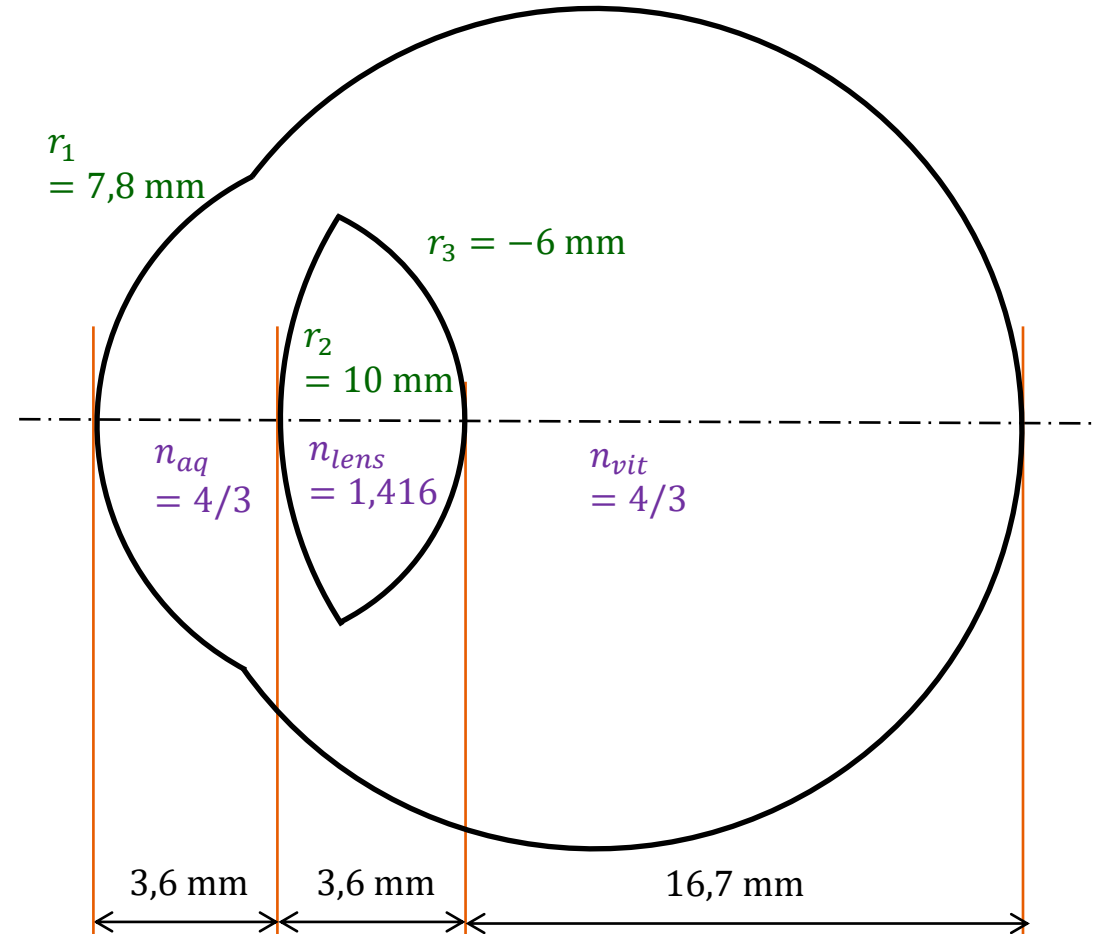
$$s'_{N'} = s'_{F'} + f$$

$$s'_{H'} = s'_{F'} - f'$$

$$s'_{N'} = s'_{H'} + f' + f = s'_{H'} + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right)$$

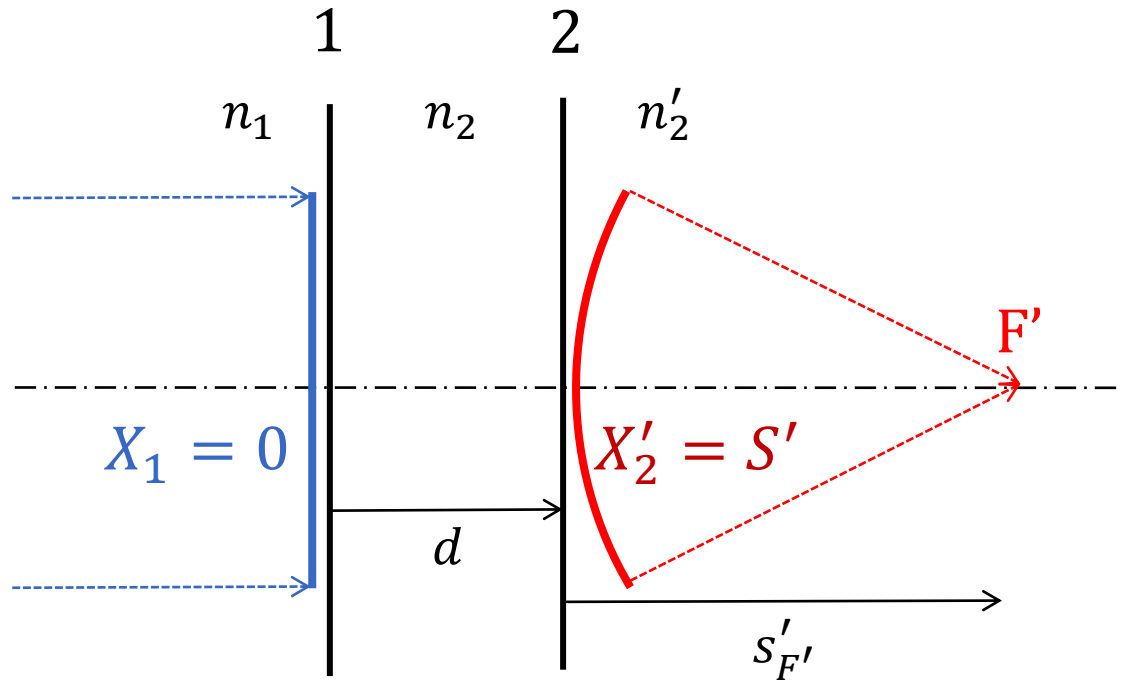
Příklad: Parametry Emsleyova schematického oka

1. Určete (zadní) vrcholovou lámavost optické soustavy Emsleyova schematického oka (ESO).
2. Určete celkovou (ekvivalentní) optickou mohutnost ESO.
3. Určete obrazovou a předmětovou ohniskovou vzdálenost ESO.
4. Určete polohy hlavních bodů ESO vzhledem k první lámavé ploše.
5. Určete polohy uzlových bodů ESO vzhledem k první lámavé ploše.
6. Jak se změní všechny tyto parametry ESO, pokud ostře zobrazuje bod ležící 15 cm před první lámavou plochou ESO? (použijte příslušný poloměr křivosti druhé lámavé plochy ESO)



Mohutnost a vrcholová lámavost pro 2 plochy

celková mohutnost soustavy se 2 plochami: $\varphi'_c = \varphi'_1 + \varphi'_2 - \bar{d}\varphi'_1\varphi'_2$



$$X'_1 = X_1 + \varphi'_1 = 0 + \varphi'_1 = \varphi'_1$$

$$X_2 = \frac{X'_1}{1 - \bar{d}X'_1} = \frac{\varphi'_1}{1 - \bar{d}\varphi'_1}$$

$$S' = X'_2 = X_2 + \varphi'_2 = \frac{\varphi'_1}{1 - \bar{d}\varphi'_1} + \varphi'_2$$

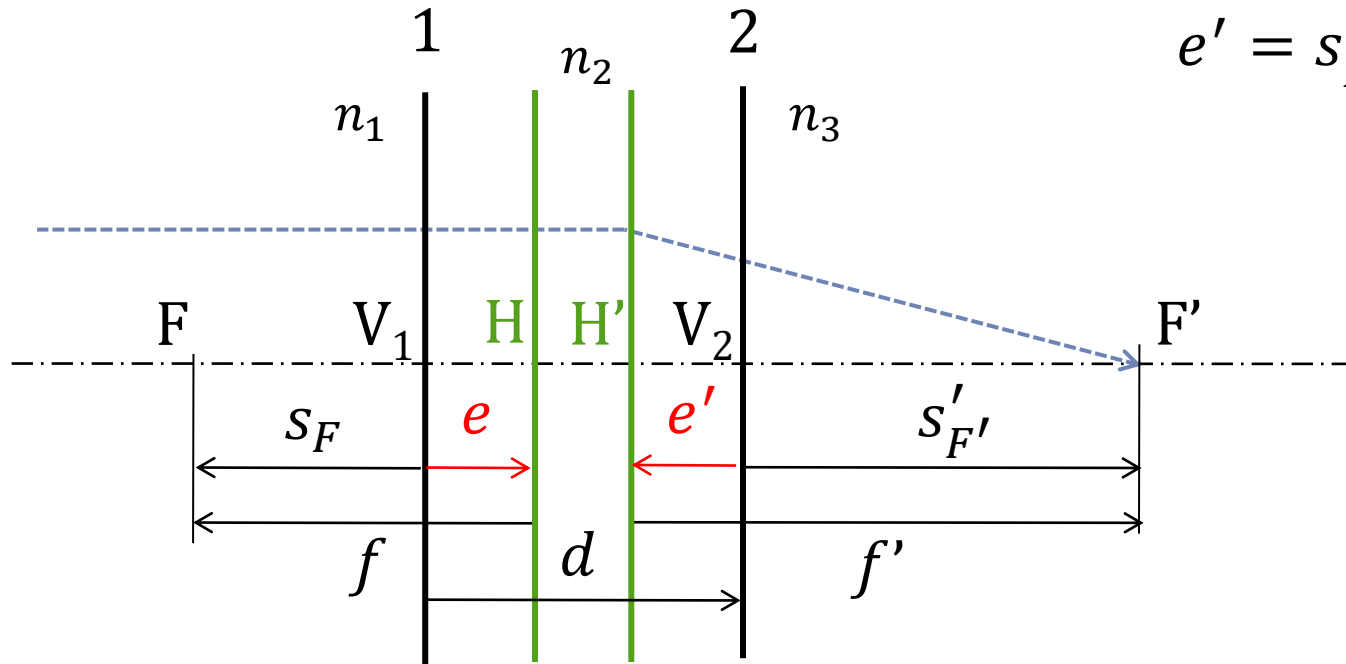
$$\left(\bar{d} = \frac{d}{n_2}\right)$$

vlastní
zvětšení

celková
optická
mohutnost

$$S' = \frac{n'_2}{S'_{F'}} = \frac{\varphi'_1 + \varphi'_2 - \bar{d}\varphi'_1\varphi'_2}{1 - \bar{d}\varphi'_1} = \frac{\varphi'_c}{1 - \bar{d}\varphi'_1} = \Gamma' \varphi'_c$$

Poloha hlavních bodů pro 2 plochy



$$\begin{aligned}
 e' &= s'_{F'} - f' = \frac{n_3}{S'} - \frac{n_3}{\varphi'_c} = \\
 &= \frac{n_3}{\frac{\varphi'_c}{1 - \bar{d}\varphi'_1}} - \frac{n_3}{\varphi'_c} = \\
 &= \frac{n_3(1 - \bar{d}\varphi'_1)}{\varphi'_c} - \frac{n_3}{\varphi'_c} = \\
 &= e' = -n_3\bar{d}\frac{\varphi'_1}{\varphi'_c}
 \end{aligned}$$

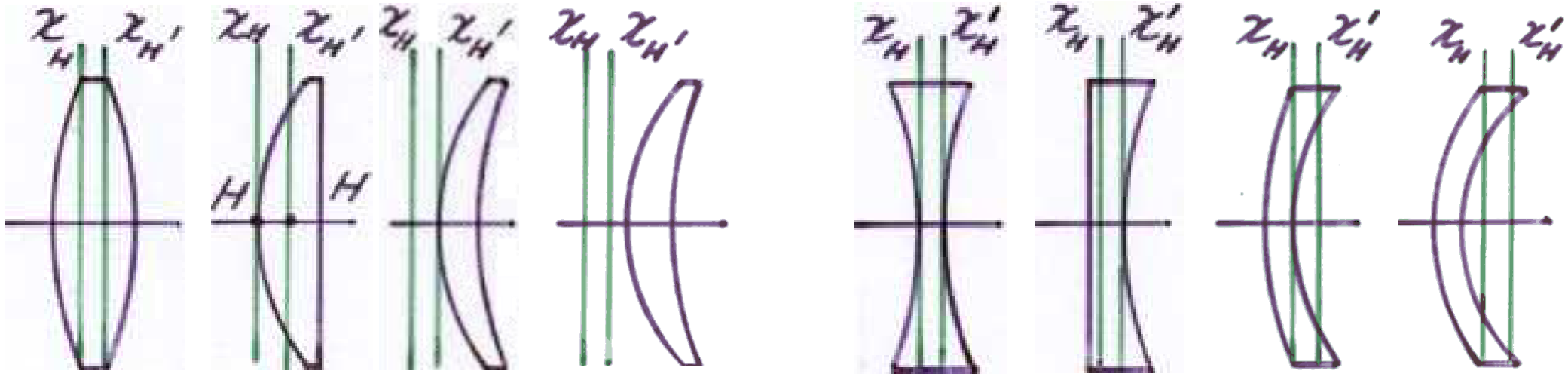
$$\frac{f'}{f} = -\frac{n_3}{n_1}$$

$$e = +n_1\bar{d}\frac{\varphi'_2}{\varphi'_c}$$

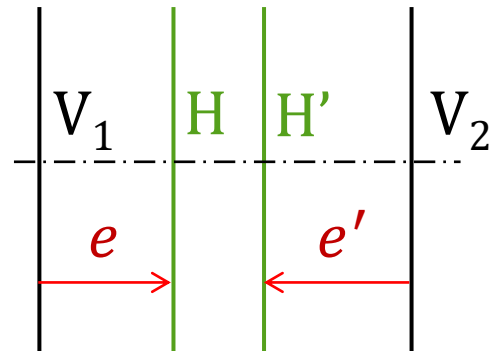
$$e' = -n_3\bar{d}\frac{\varphi'_1}{\varphi'_c}$$

$$\left(\bar{d} = \frac{d}{n_2}\right)$$

Polohy hlavních rovin u čoček podle tvaru



$$e = +n_1 \bar{d} \frac{\varphi'_2}{\varphi'_c}$$



$$e' = -n_3 \bar{d} \frac{\varphi'_1}{\varphi'_c}$$

Souhrn výpočetních možností

Soustava se 2 plochami

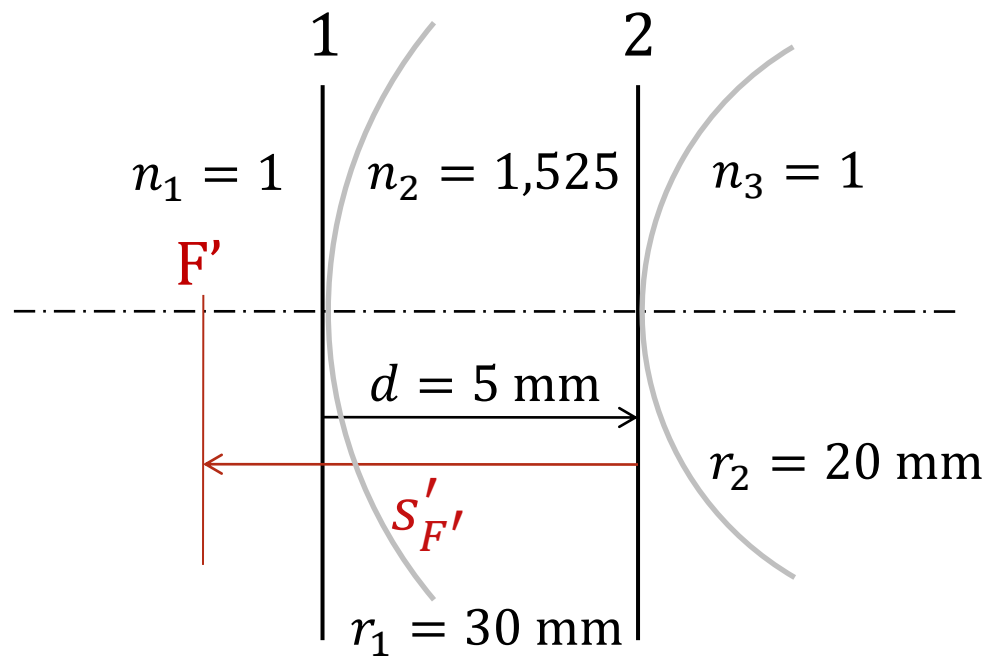
- z indexů lomu a poloměrů křivosti ploch \rightarrow mohutnosti ploch (φ'_1, φ'_2)
- z mohutností ploch a jejich redukované vzdálenosti \rightarrow celková (ekvivalentní) mohutnost soustavy $(\varphi'_c, \text{Gullstrandův vztah})$ a ohniskové vzdálenosti (f, f') , polohy hlavních bodů vůči vrcholům ploch (e, e') , sečné vzdálenosti ohnisek $(s_F, s'_{F'})$
 - \rightarrow **známe celkovou mohutnost, polohy ohnisek a hlavních bodů vůči vrcholům ploch**
- z polohy ohnisek vůči plochám a ohniskových vzdáleností
 - \rightarrow **známe polohy uzlových bodů vůči vrcholům ploch**

Soustava s k plochami

- z indexů lomu a poloměrů křivosti ploch \rightarrow (tabelárně) sečné vzdálenosti ohnisek od první a poslední plochy $(s_F, s'_{F'})$, ohniskové vzdálenosti (f, f') a celková mohutnost soustavy (φ'_c) , polohy hlavních bodů vůči vrcholům první a poslední plochy (e, e') , polohy uzlových bodů vůči vrcholům první a poslední plochy
 - \rightarrow **známe celkovou mohutnost, polohy ohnisek, hlavních a uzlových bodů vůči vrcholům ploch**

Příklad: Parametry brýlové čočky ve vzduchu

Z parametrů uvedených v obrázku určete pro brýlovou čočku: obě sečné ohniskové vzdálenosti, vrcholovou lámavost, obě ohniskové vzdálenosti, celkovou (ekvivalentní) optickou mohutnost a vzdálenosti ohniskových, hlavních a uzlových bodů od první plochy.

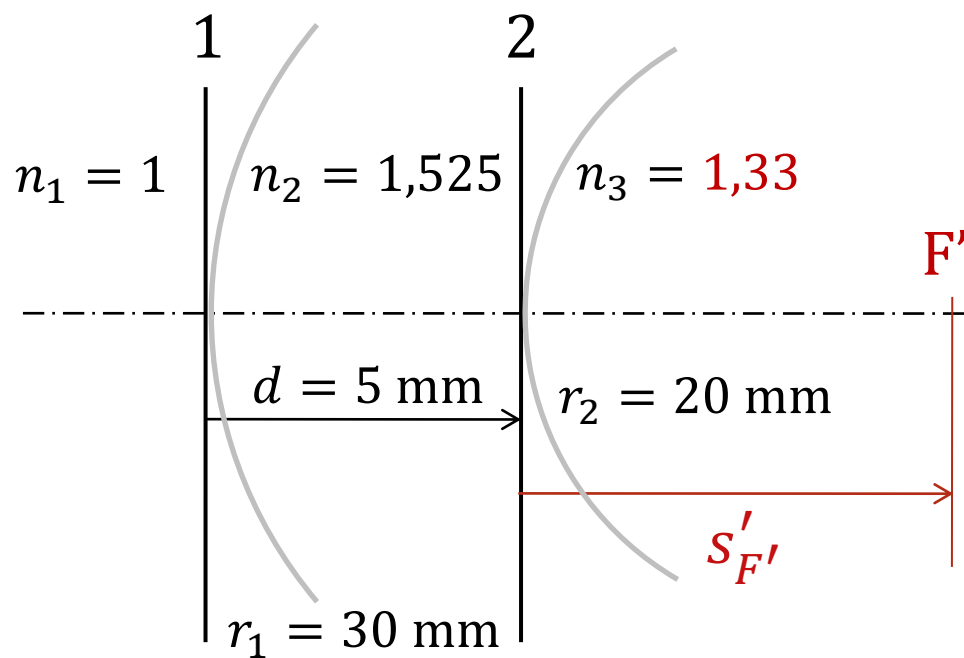


$S'_{F'}$
 S_F
 S'
 f'
 f
 φ'_c
 S_H
 $S'_{H'}$
 S_N
 $S'_{N'}$

$S_{1F'}$
 S_{1F}
 $S_{1H'}$
 S_{1H}
 $S_{1N'}$
 S_{1N}

Příklad: Parametry brýlové čočky zpola ve vodě

Z parametrů uvedených v obrázku určete pro brýlovou čočku: obě sečné ohniskové vzdálenosti, vrcholovou lámavost, obě ohniskové vzdálenosti, celkovou (ekvivalentní) optickou mohutnost a vzdálenosti ohniskových, hlavních a uzlových bodů od první plochy.

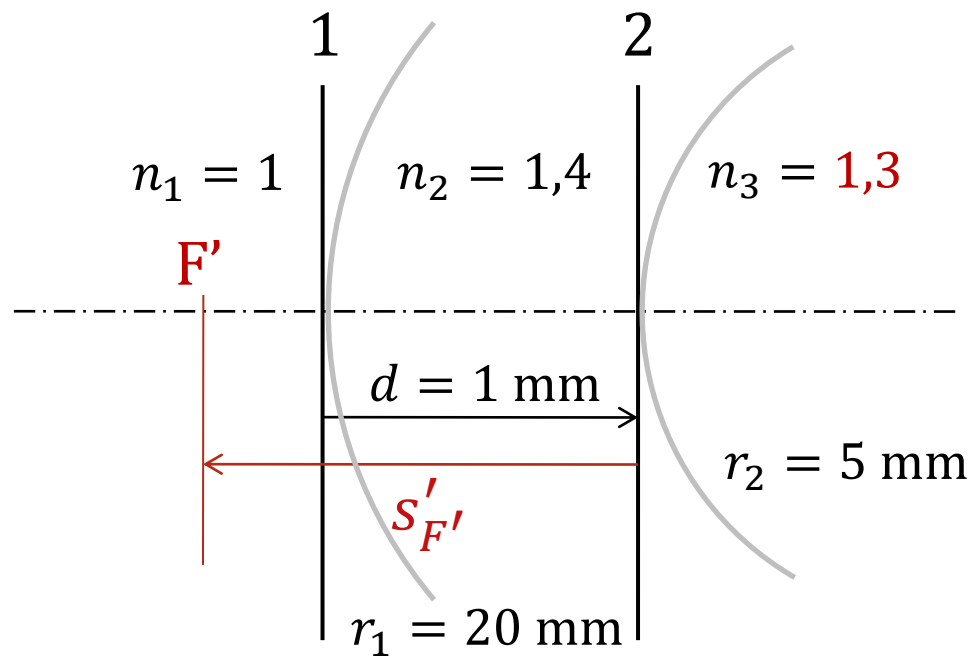


$s'_{F'}$
 s_F
 s'
 f'
 f
 φ'_c
 s_H
 $s'_{H'}$
 s_N
 $s'_{N'}$

$s_{1F'}$
 s_{1F}
 $s_{1H'}$
 s_{1H}
 $s_{1N'}$
 s_{1N}

Příklad: Divná čočka

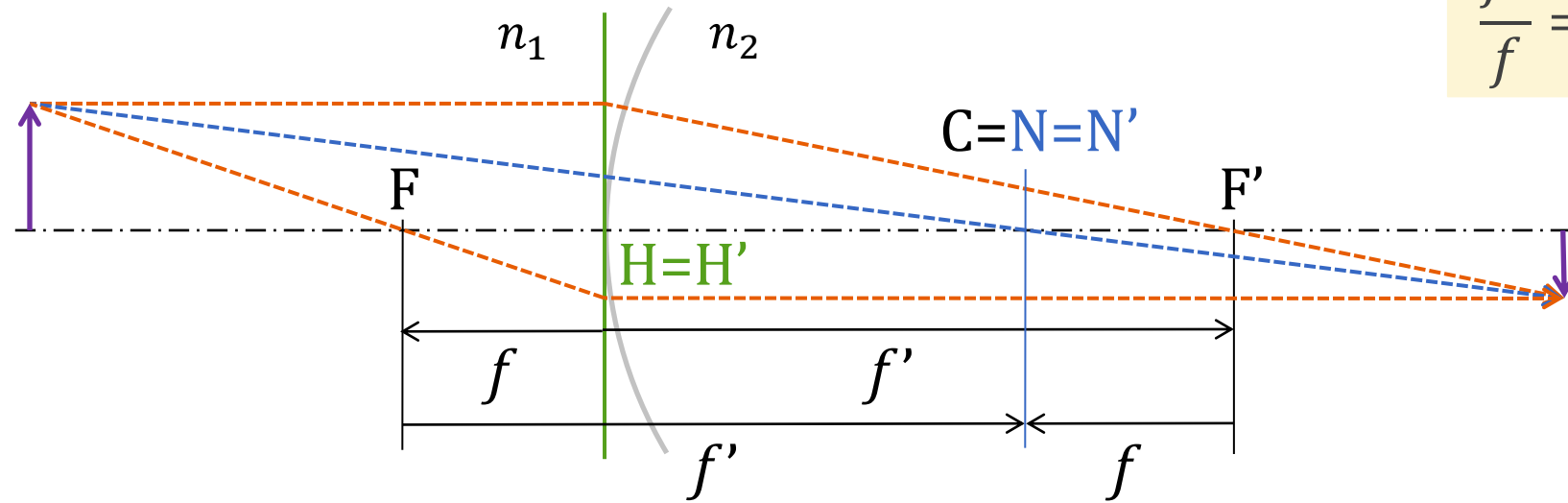
Z parametrů uvedených v obrázku určete pro čočku: obě sečné ohniskové vzdálenosti, vrcholovou lámavost, obě ohniskové vzdálenosti, celkovou (ekvivalentní) optickou mohutnost a vzdálenosti ohniskových, hlavních a uzlových bodů od první plochy.



- $S'_{F'}$
- S_F
- S'
- f'
- f
- φ'_c
- S_H
- $S'_{H'}$
- S_N
- $S'_{N'}$

- $S_{1F'}$
- S_{1F}
- $S_{1H'}$
- S_{1H}
- $S_{1N'}$
- S_{1N}

Jedna lámavá plocha



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1} = -\frac{n_2}{n_1}$$

$$s_F = f$$

$$s_H = s_F - f = 0$$

$$s_N = s_F + f' = s_H + f + f' =$$

$$= s_H + f' \left(1 - \frac{n_1}{n_2} \right) = \frac{n_2 - n_1}{\varphi'_c} = r$$

$$s'_{F'} = f'$$

$$s'_{H'} = s'_{F'} - f' = 0$$

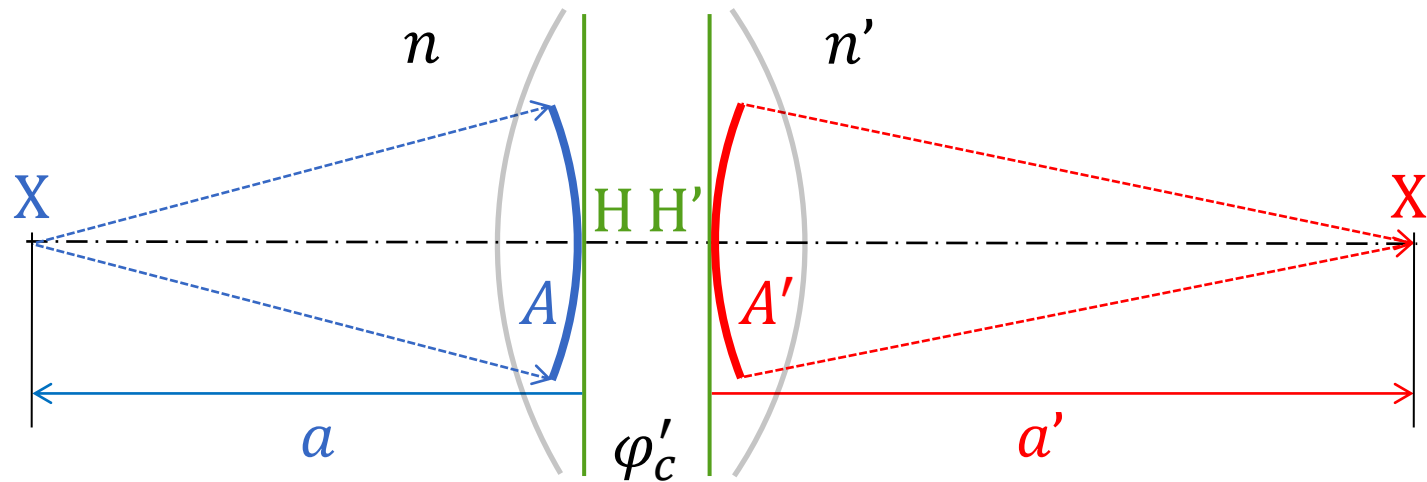
$$s'_{N'} = s'_{F'} + f = s'_{H'} + f + f' =$$

$$= s'_{H'} + f' \left(1 - \frac{n_1}{n_2} \right) = \frac{n_2 - n_1}{\varphi'_c} = r$$

Gaussova zobrazovací rovnice pro soustavu

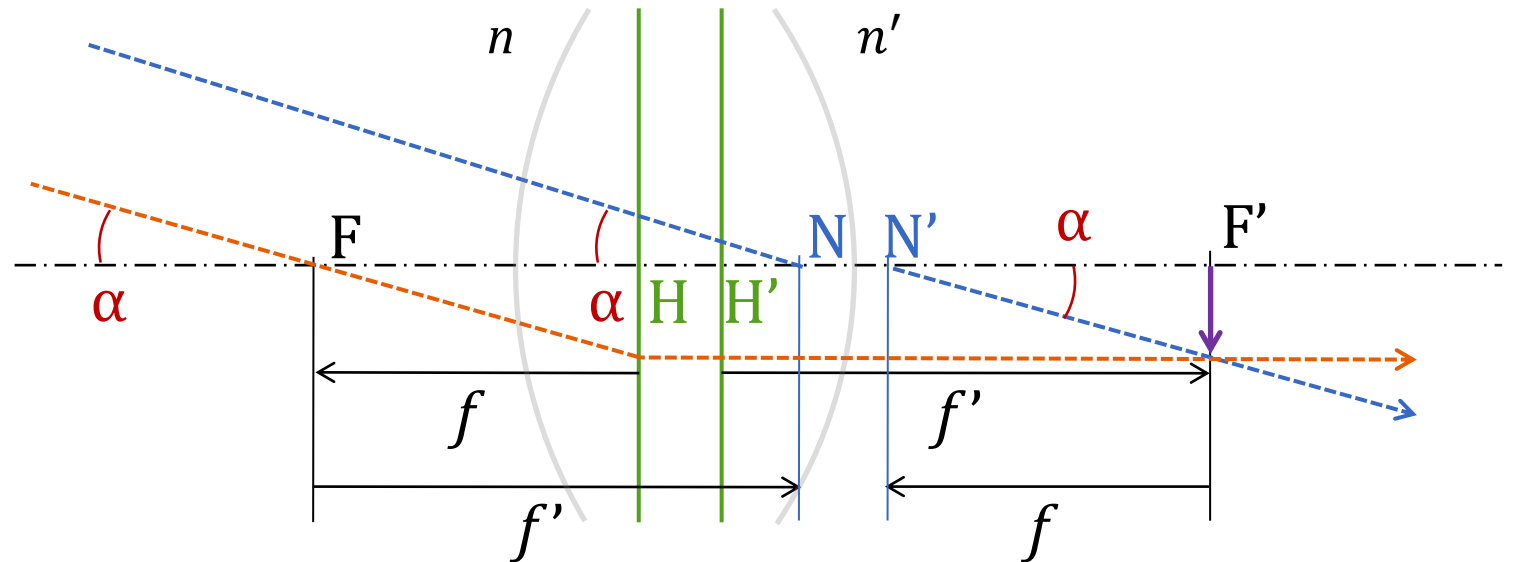
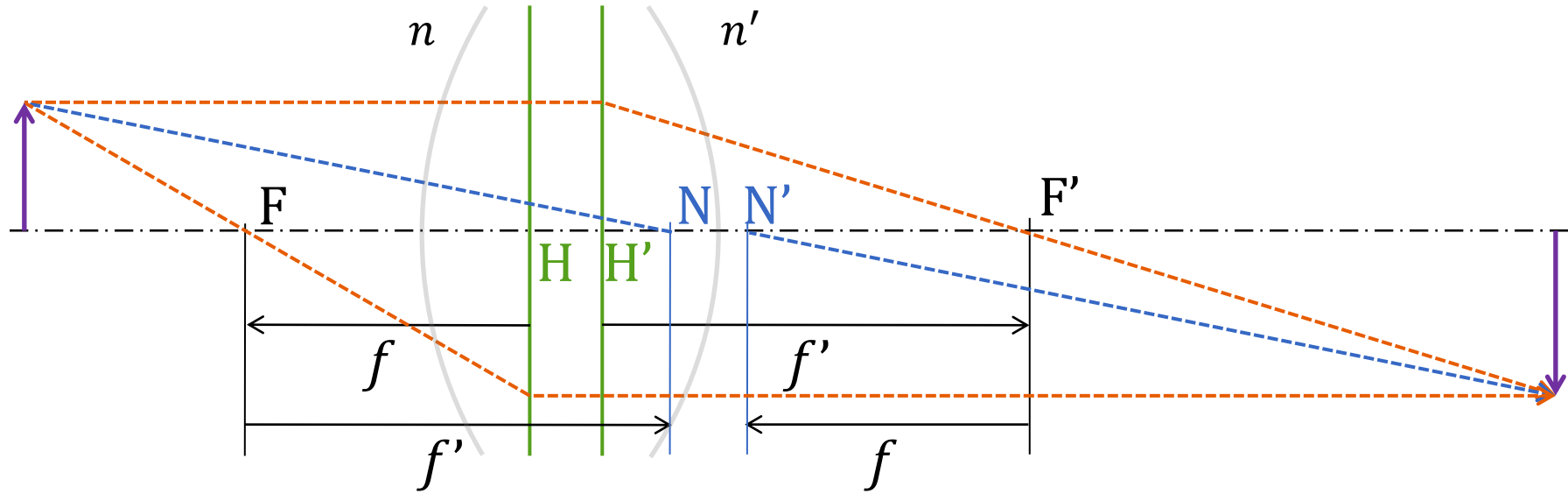
Pro soustavu s více lámavými plochami má Gaussova zobrazovací rovnice stejný tvar, jako pro jednu lámavou plochu, pokud

- předmětovou vzdálenost a a obrazovou vzdálenost a' měříme od příslušných hlavních bodů, resp.
- vergence A , A' měříme na příslušných hlavních rovinách



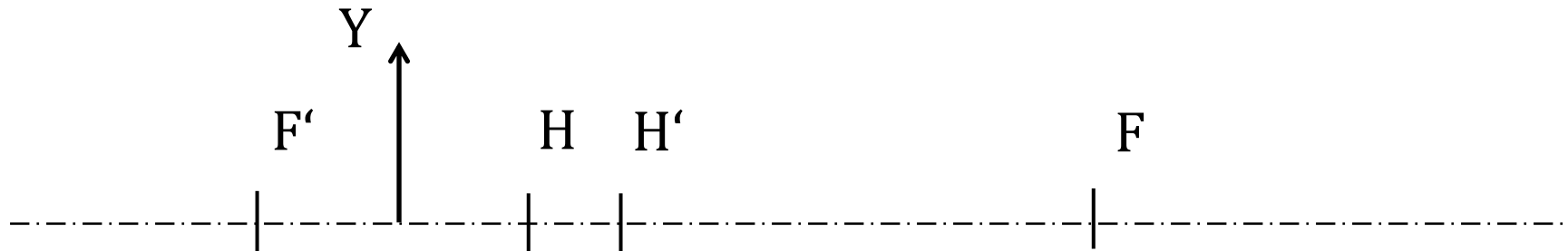
$$\frac{n'}{a'} = \frac{n}{a} + \varphi_c' \quad A' = A + \varphi_c'$$

Konstrukce zobrazení



Příklad: Úlohy na konstrukci zobrazení

Doplňte chybějící kardinální body a zkonstruujte zobrazení předmětového bodu Y pomocí 3 paprsků.



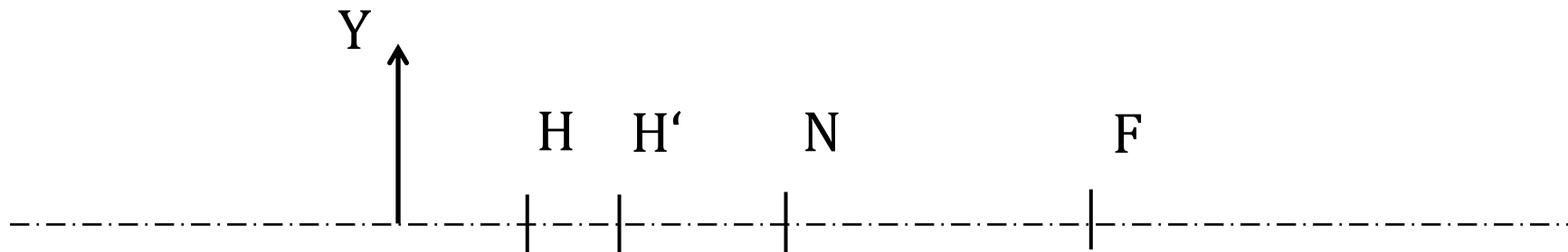
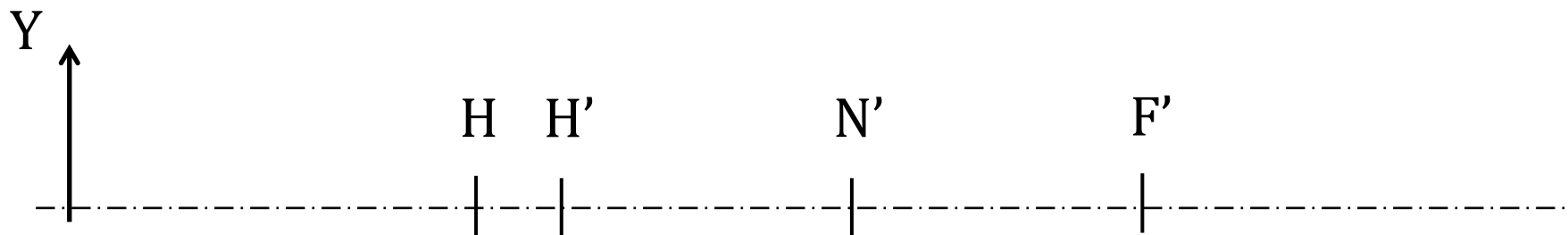
Příklad: Úlohy na konstrukci zobrazení

Doplňte chybějící kardinální body a zkonstruujte zobrazení předmětového bodu Y pomocí 3 paprsků.



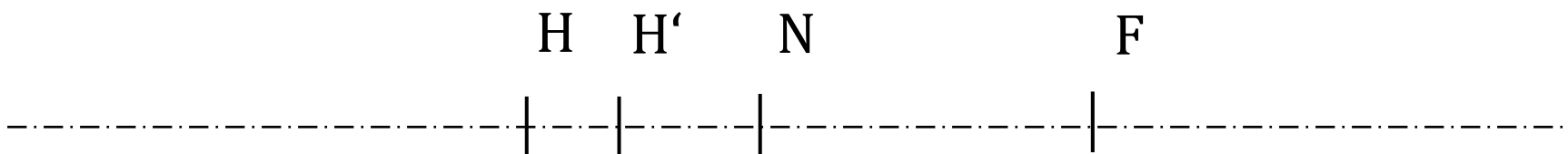
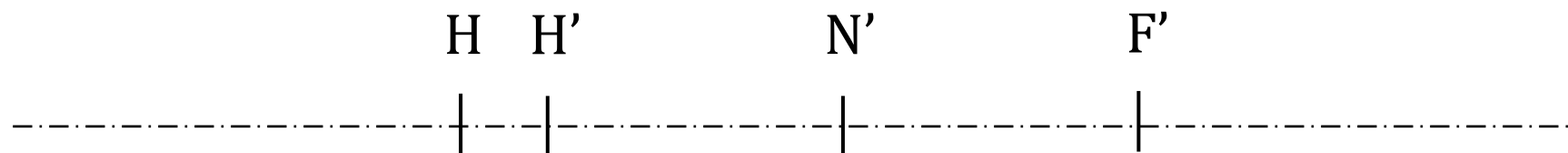
Příklad: Úlohy na konstrukci zobrazení

Doplňte chybějící kardinální body a zkonstruujte zobrazení předmětového bodu Y pomocí 3 paprsků.



Příklad: Úlohy na konstrukci zobrazení

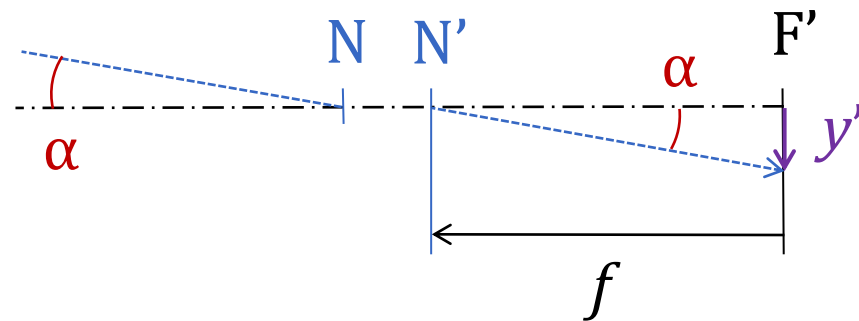
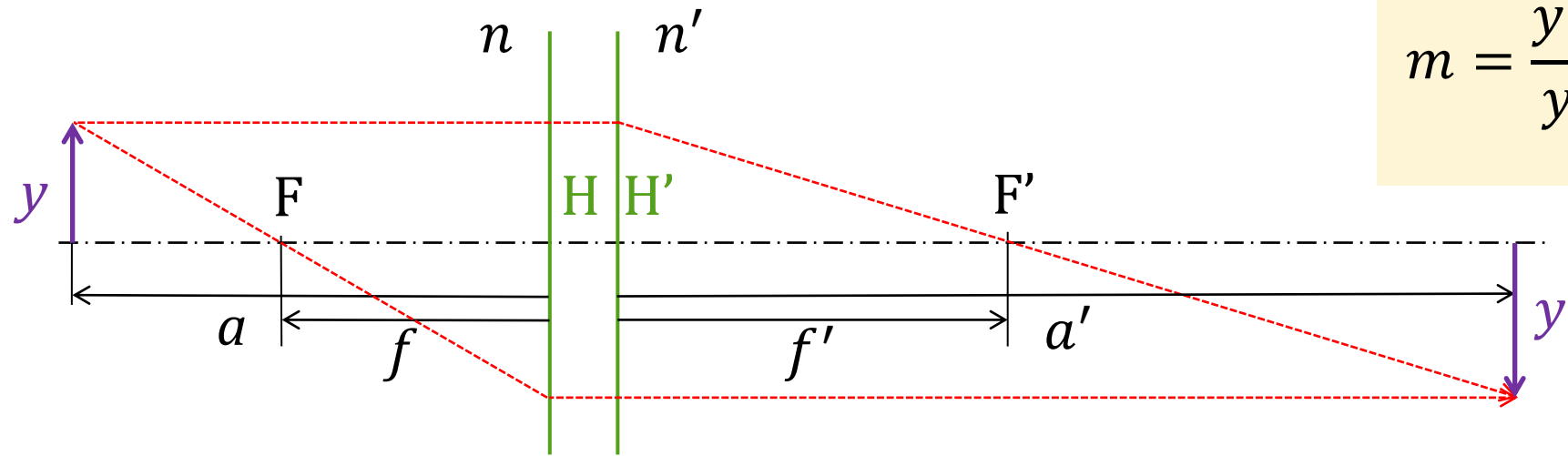
Doplňte chybějící kardinální body a zkonstruujte zobrazení mimoosového předmětového bodu ležícího v nekonečné vzdálenosti.



Velikost zobrazení, zvětšení

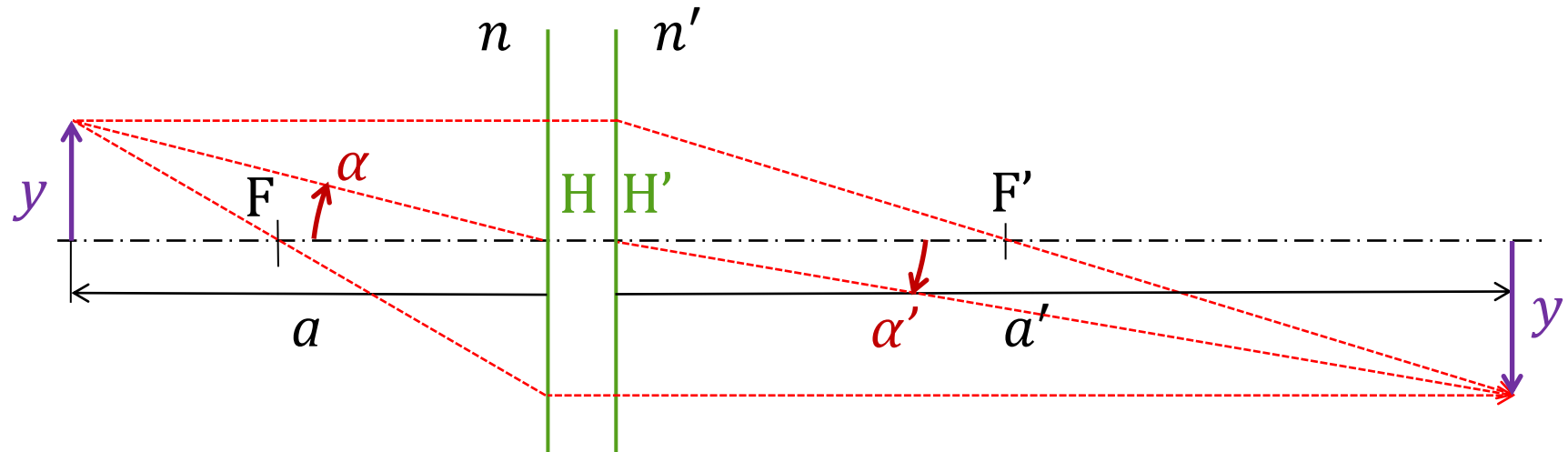
příčné zvětšení:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{na'}{n'a} = \frac{\frac{n}{a}}{\frac{n'}{a'}} = \frac{A}{A'}$$



$$y' = -f \operatorname{tg} \alpha$$

Užitečný vztah



$$\frac{y'}{y} = \frac{A}{A'} \quad \frac{y}{a} = \operatorname{tg} \alpha \quad \frac{y'}{a'} = \operatorname{tg} \alpha' \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{y' a}{y a'} = \frac{A a}{A' a'} = \frac{n}{n'}$$