IZMB – radioaktivita- 3

Radioaktivita

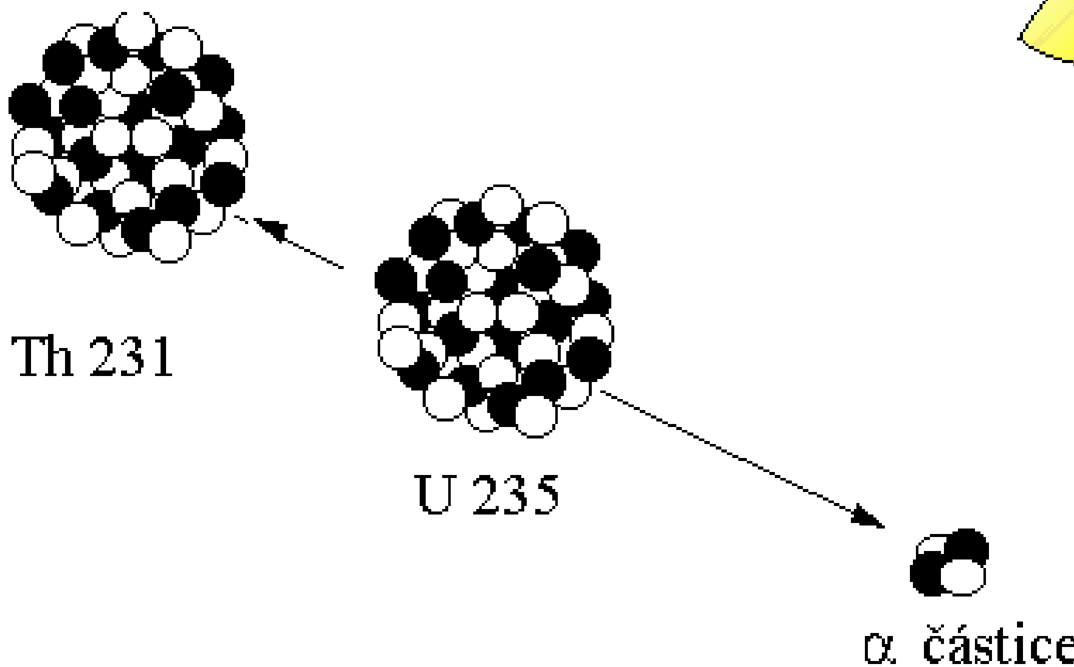
- Přeměna struktury atomových jader.
- Samovolný (přirozený) proces
- Uměle vyvolaný (působením jiných částic nebo jader)
- Platí zákony zachování:
  - Energie
  - Hybnosti
  - Elektrického náboje
  - Momentu hybnosti
  - Počtu nukleonů

Radioaktivita

- Základní rozpady a přeměny
  - α rozpad
  - β rozpad
  - γ rozpad
  - β^+ rozpad
  - Elektronový záchyt
  - Vnitřní konverze

Radioaktivita

α rozpad



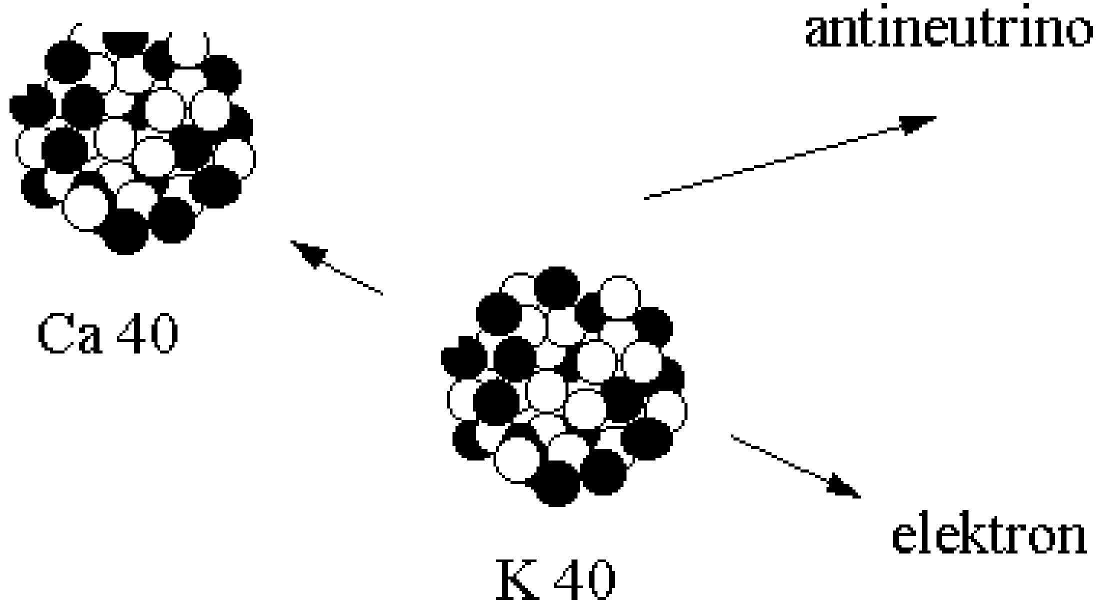
Všimněte si, že na obrázku „letí“ Th opačným směrem než alfa a velikost rychlosti („délka šipek“) je také rozdílná. Plyne ze zákona zachování hybnosti!!!

$$ {}^{A}_{Z}X = {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He $$

Podrobněji

Radioaktivita

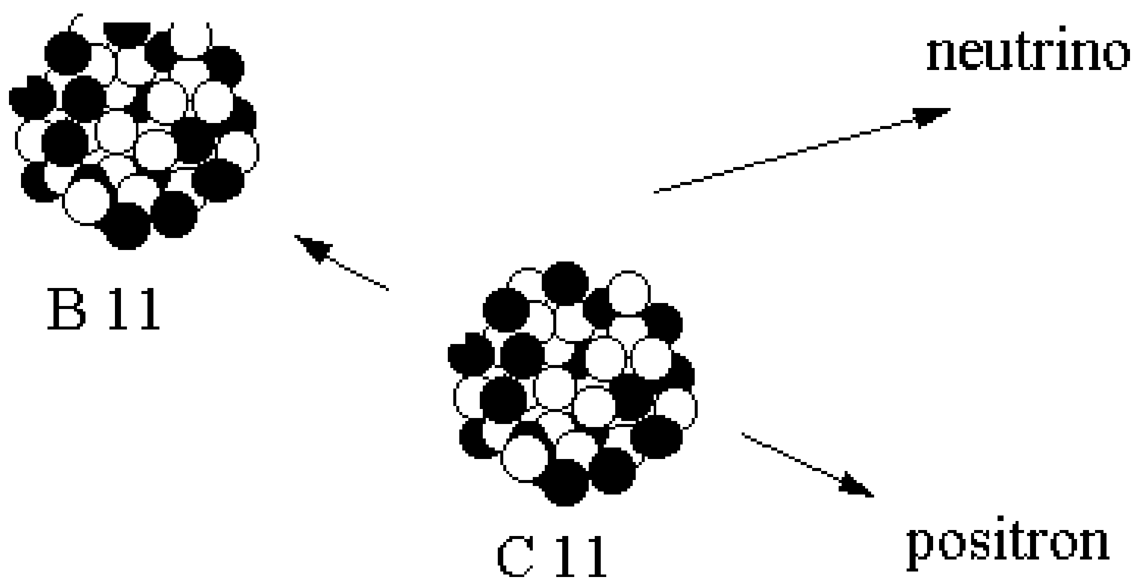
β rozpad



$$ {}_{Z}^{A}X = {}_{Z+1}^{\;\;A}Y + e^{-} + \bar{\nu}_e $$

Radioaktivita

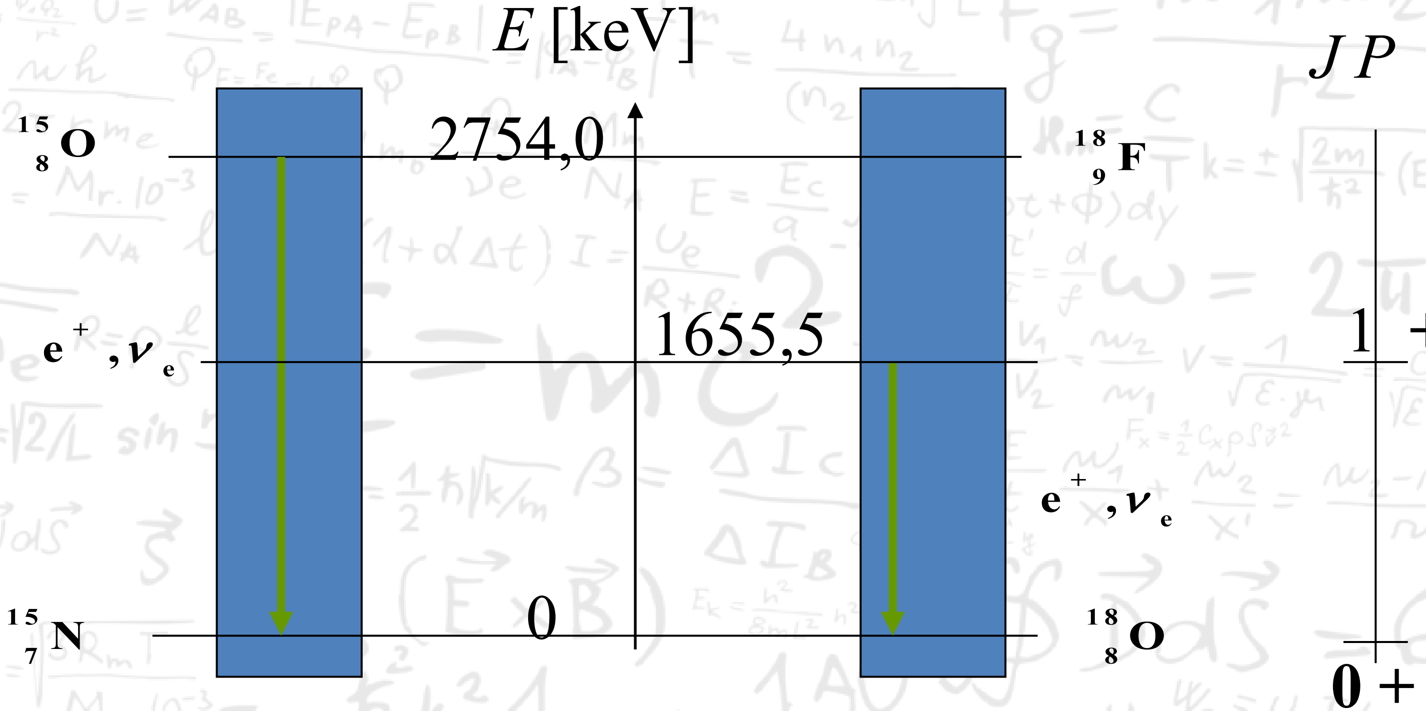
β+ rozpad



$$ {}^{A}_{Z}X = {}^{A}_{Z-1}Y + e^{+} + \nu_{e} $$

Podrobněji

Pozitronová emise

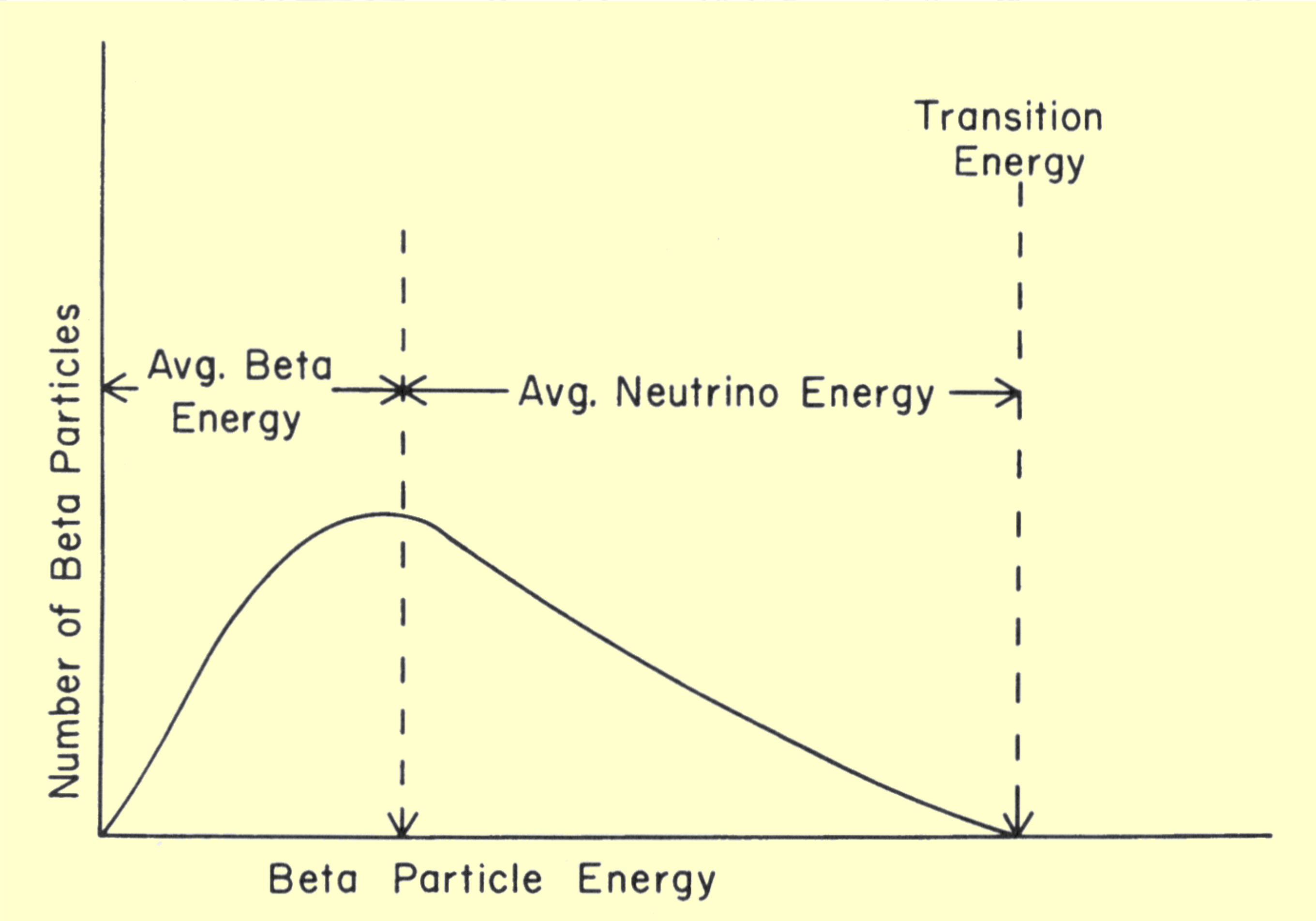


$O \to {}^{15}N) = 122{,}24\ s$ $\quad \langle E \rangle ({}^{15}O \to {}^{15}N) = 735{,}28\ keV$

$F \to {}^{18}O) = 109{,}77$ minut $\quad \langle E \rangle ({}^{18}F \to {}^{18}O) = 249{,}8\ keV$

Záření beta+ nemá diskrétní spektrum, přestože vzniká při přechodu z přesně daných energetických hladin. Je to způsobeno tím, že energie, kterou uvolní jádro při deexcitaci, si mezi sebe víceméně náhodně rozdělí pozitron a neutrino. Proto energii pozitronového záření popisujeme spíše střední hodnotou. Čím víc energie se při štěpení uvolní, tím rychleji proces probíhá (poločas rozpadu je kratší).

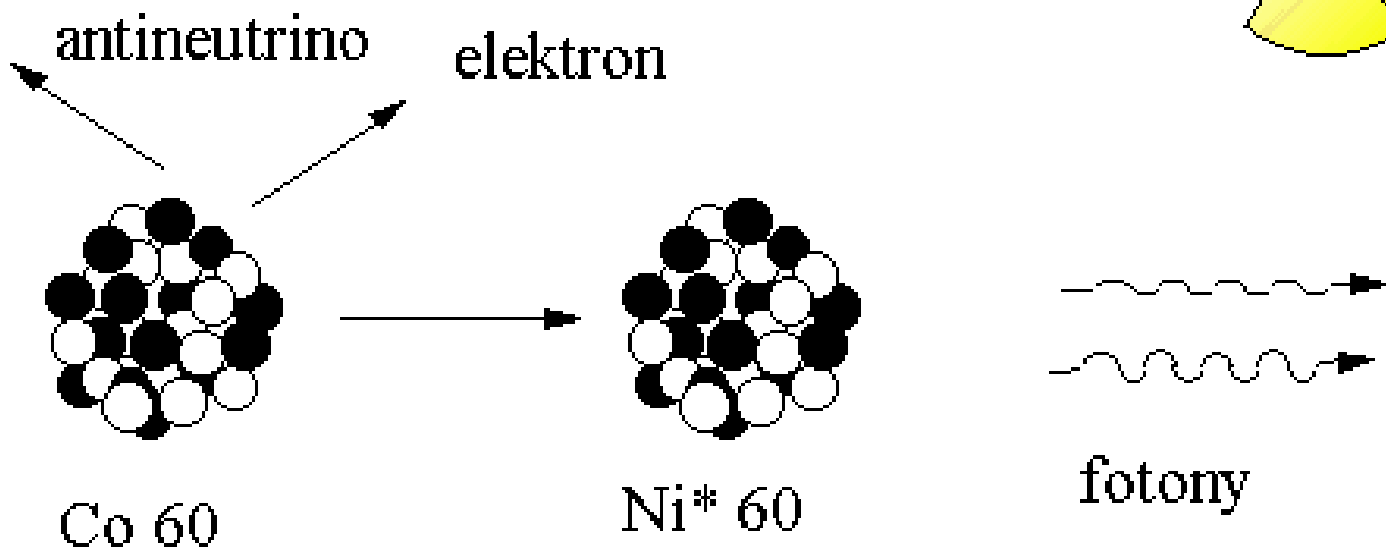
Pozitronová emise



Histogram energie beta částic. Z grafu je patrné, že neutrina mohou odnášet značnou část energie. (viz též předchozí schéma, kdy střed. E pozitronu je 700 keV kdežto energie rozdílu hladin je 2700 keV. Poměr rozdělení energií mezi beta částice a neutrina je pro každý izotop a rozpad jiný.

Radioaktivita

γ rozpad

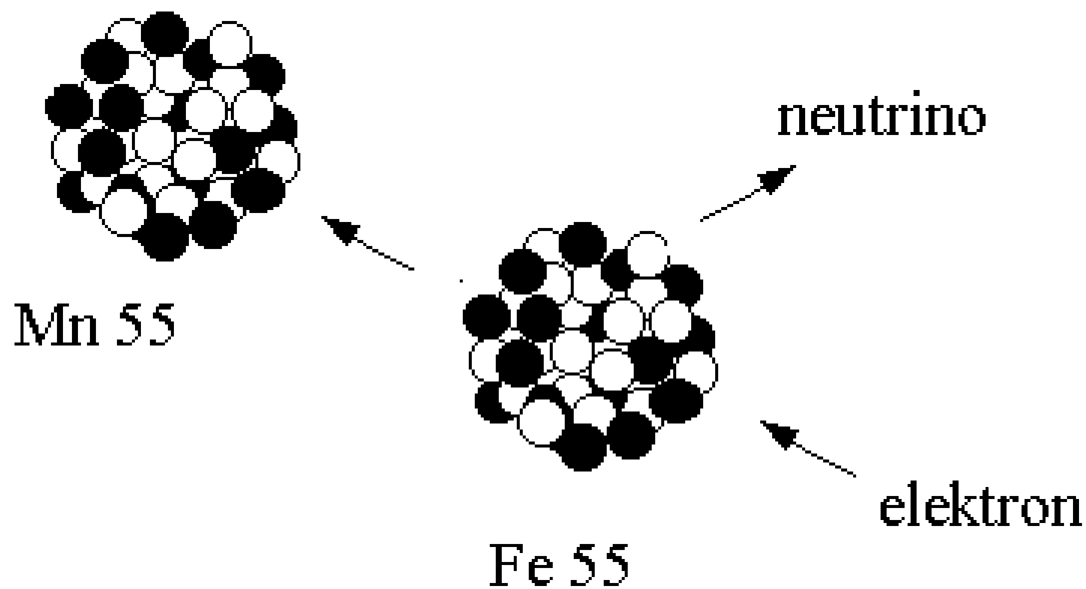


$$ {}^{A}_{Z}X^{*} = {}^{A}_{Z}X + \gamma \ (+\gamma) $$

!!! Obecně může být vyzářen i pouze jeden foton !!!

Radioaktivita

Elektronový záchyt



$${}_{Z}^{A}X + e^{-} = {}_{Z-1}^{\;\;A}Y + \nu_{e}$$

Podrobněji

Radioaktivita

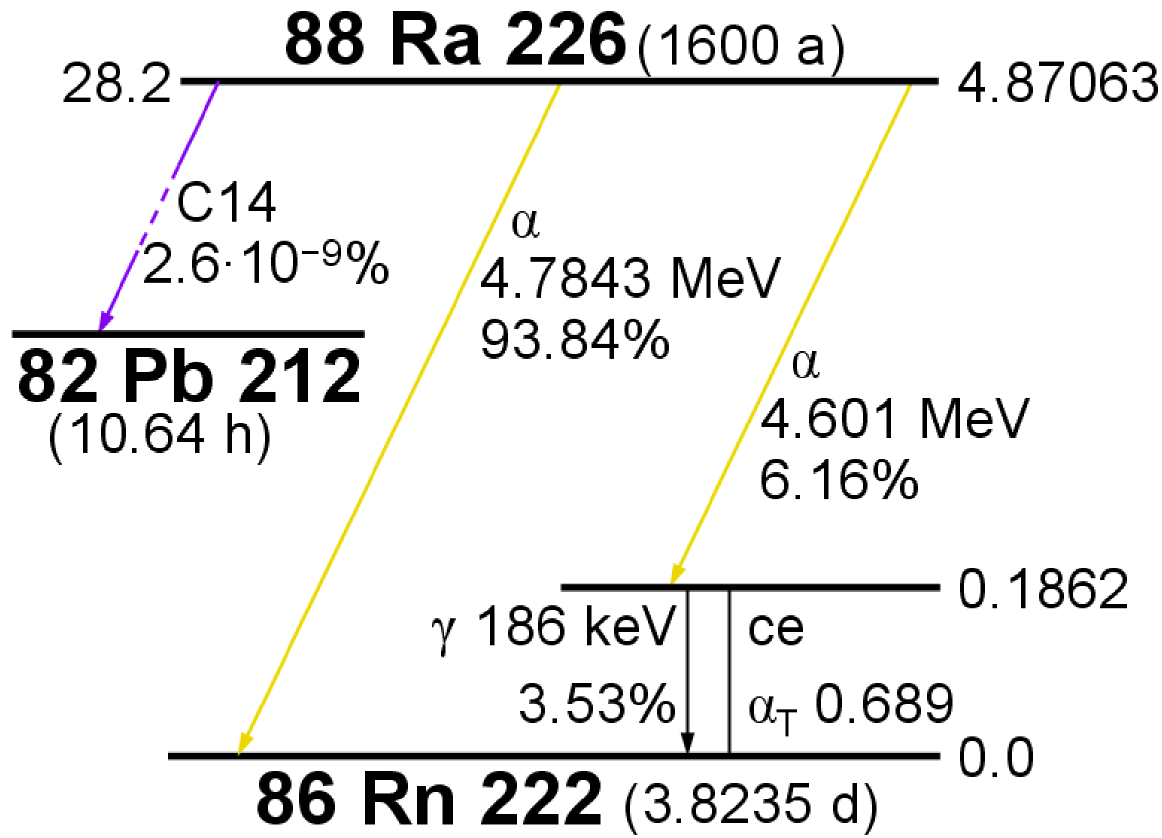
- Vnitřní konverze
- Excitované jádro často přebytečnou energii vyzáří ve formě γ záření.
- Tento foton může interagovat s elektronem z obalu, což má za následek jeho vyražení a ionizaci atomu.

$$ {}^{A}_{Z}X^{*} = {}^{A}_{Z}X^{+} + e^{-} $$

Podrobněji

Radioaktivita

- Existuje pouze jedna cesta?



$$\alpha = \frac{\text{number of de-excitations via electron emission}}{\text{number of de-excitations via gamma-ray emission}}$$

Zákon radioaktivity

- Rychlost přeměny

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

- Je úměrná počtu částic

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

- λ – rozpadová (přeměnová) konst. [s^{-1}]
- Charakteristická pro daný rozpad a prvek.
- R – aktivita vzorku [s^{-1}]

Zákon radioaktivity

- Po integraci dostáváme

Podrobněji

$$N(t) = N(t_0)e^{-\lambda(t-t_0)}$$

- Počáteční podmínky volíme $t_0 = 0$ a $N(t_0)=N_0$.

$$\boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}}$$

- Tato rovnice popisuje zákon radioaktivního rozpadu.

Poločas rozpadu

- Fyzikální poločas rozpadu
  - ➢ Čas, za který klesne počet jader na ½ původního počtu.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Podrobněji

Poločas rozpadu

- Často se stává, že se nuklid může rozpadat více způsoby. Potom je jeho poločas rozpadu odlišný.
  - Poločas rozpadu při 2 cestách.

$$T_{1/2} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

Podrobněji

Poločas rozpadu

- Biologický poločas rozpadu $T_{1/2Bi}$
  - Čas, za který je z těla vyloučena polovina látky.
  - Odbourávají (umožňují vyloučení z těla) především játra, ledviny…...
  - Závisí na:
    - Rozpustnosti látky ve vodě
    - Chemické vaznosti látky
    - Kapacitě biodegradačních drah
    - …
    - Některé látky se mohou vázat např. na kostní tkáň a ty jsou pak hůře vylučovány (např. stroncium)

Poločas rozpadu

- Efektivní poločas rozpadu $T_{1/2Ef}$
  - Čas jak dlouho setrvává radioaktivní prvek v těle.
  - Je kombinací fyzikálního a biologického

$$\frac{1}{T_{1/2Ef}} = \frac{1}{T_{1/2Fy}} + \frac{1}{T_{1/2Bi}}$$

  - Je vždy menší než Fy a Bi poločas.
  - Radionuklidy s kratším $T_{1/2Ef}$ jsou vhodnější pro využití v praxi.

Dvoustupňový rozpad

- Občas musíme uvažovat o rozpadu jako vícestupňovém procesu.

$$^{99}_{42}Mo \rightarrow {}^{99m}_{43}Tc^{*} \rightarrow {}^{99}_{43}Tc$$

- Rozpady probíhají zároveň a ovlivňují rychlost přeměny (plyne ze zákona radioaktivního rozpadu).

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

Dvoustupňový rozpad

- Celý problém lze popsat třemi diferenciálními rovnicemi.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_{12} N_1 \quad N_1(t=0) = N_0$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_{23} N_2 + \lambda_{12} N_1 \quad N_2(t=0) = 0$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_{23} N_2 \quad N_3(t=0) = 0$$

1. Rovnice popisuje úbytek jader 1 způsobený jejich rozpadem (u členu N1 je záporné znaménko = úbytek).
2. Rovnice popisuje úbytek jader 2 způsobených jejich rozpadem (vyjádřeno členem s –N2) a přírůstek jader 2 způsobených rozpadem jader 1 (vyjádřeno členem +N1)
3. Rovnice popisuje přírůstek jader 3. Předpokládá se, že toto jádro je již stabilní.

Na počátku (v čase t=0) jsme měli pouze jádra 1 o celkovém počtu N0.

Dvoustupňový rozpad

- Integrací rovnic dostáváme rovnice pro počty jader jednotlivých izotopů.

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_{12} t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_{12} N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} \left(e^{-\lambda_{12} t} - e^{-\lambda_{23} t}\right)$$

$$N_3 = \frac{\lambda_{12} \lambda_{23} N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} \left(\lambda_{12}\left(e^{-\lambda_{23} t} - 1\right) - \lambda_{23}\left(e^{-\lambda_{12} t} - 1\right)\right)$$

Příprava Tc

- Proč je Tc důležité?
- Významný izotop v nukleární medicíně.
- V reaktoru neutrony ostřelujeme jádro molybdenu 98.

$$ {}_{0}^{1}n + {}_{42}^{98}Mo \rightarrow {}_{42}^{99}Mo $$

Příprava Tc

- Takto připravený molybden je přepraven k diagnostickému zařízení a probíhá β-rozpad.

- $T_{1/2}$ = 66 hod

$$^{99}_{42}Mo \rightarrow +^{99m}_{43}Tc^{*} + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

Příprava Tc

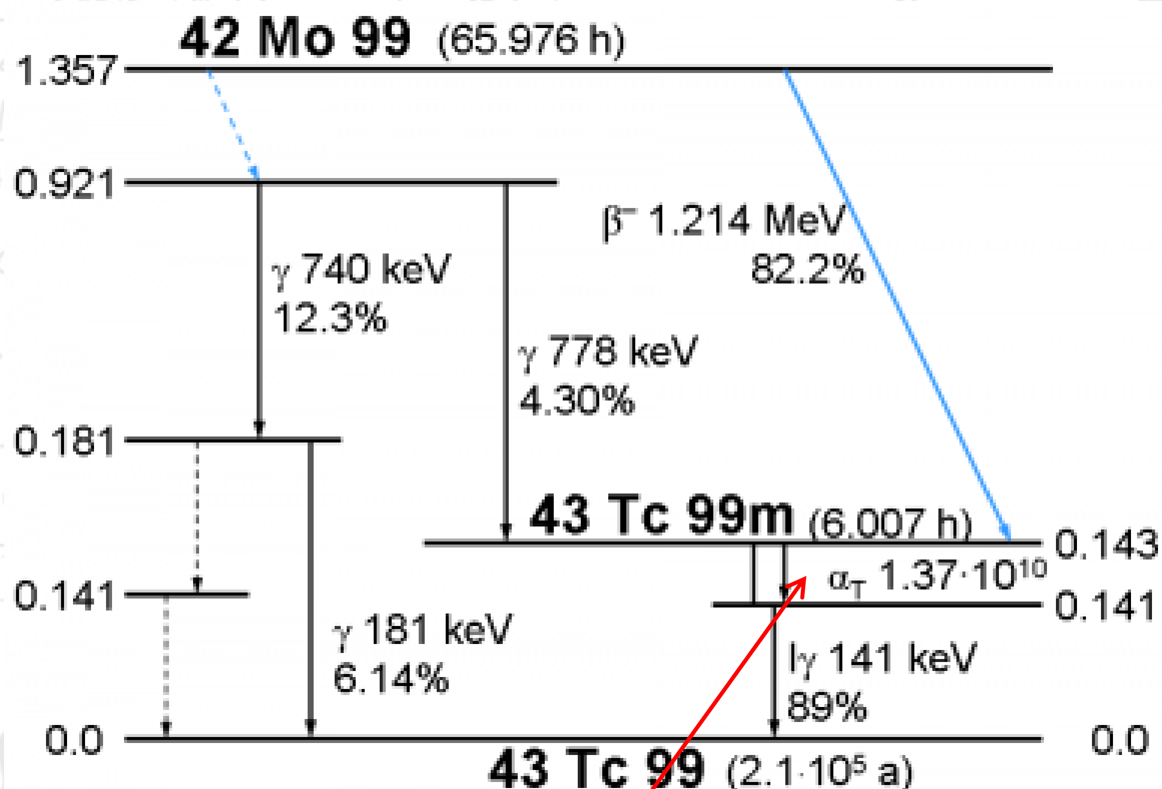
- Technecium je chemicky separováno a poté navázáno na vhodnou látku, která je dopravena k vyšetřovanému místu.
- $T_{1/2} = 361$ min

$$^{99m}_{43}Tc^* \rightarrow {}^{99}_{43}Tc + \gamma$$

- Detekujeme gama fotony o energii 141 keV.

$$\alpha = \frac{\text{number of de-excitations via electron emission}}{\text{number of de-excitations via gamma-ray emission}}$$

Příprava Tc

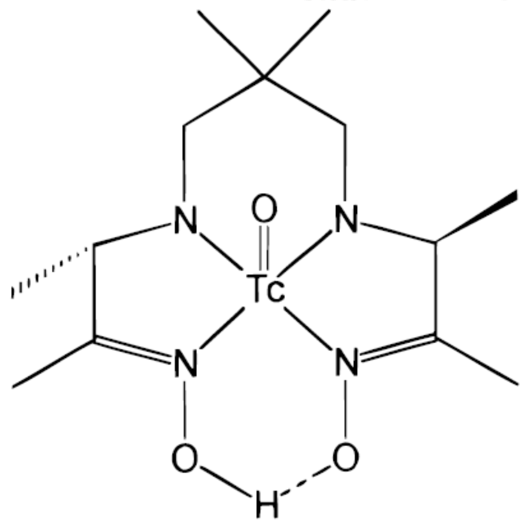


Vysoce pravděpodobný přechod vyzářením konverzních elektronů

Pozn.: Tc99 je také nestabilní a rozpadá se beta-přeměnou na Ru99

Příprava Tc

Vyšetření mozku

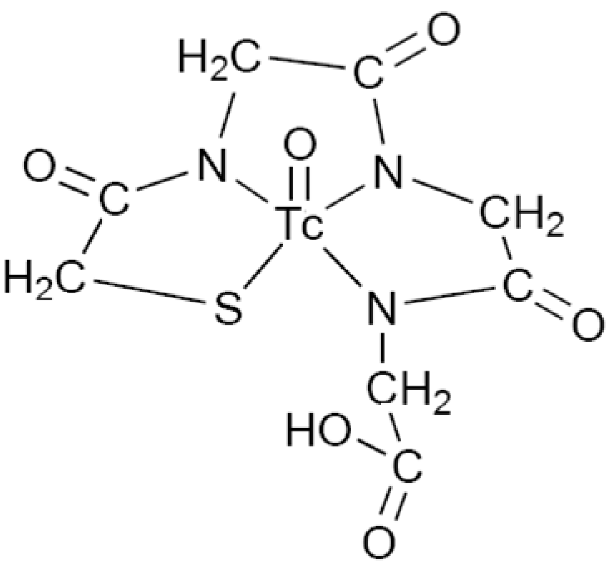


^{99m}TcO-hexamethyl

Propyleneamineoxime

Ceretec

Vyšetření ledvin



^{99m}TcO-mercaptoacetyltriglycine

Sestamibi

Příprava Co-60

- Příprava podobná jako u Tc.
- V reaktoru ostřelujeme jádro kobaltu 59 neutrony.

$$^{1}_{0}n + ^{59}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{27}Co$$

- $T_{1/2} = 5{,}27$ let

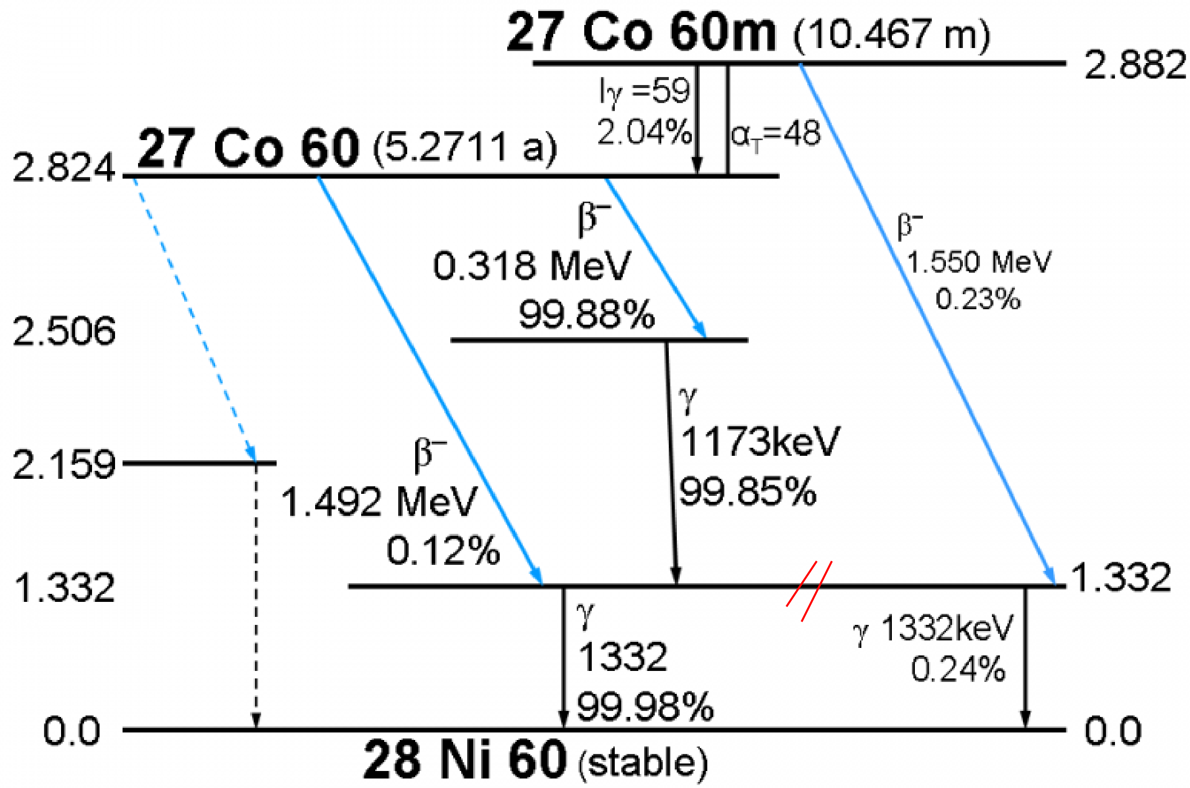
$$^{60}_{27}Co \rightarrow +^{60}_{28}Ni^{*} + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

$$^{60}_{28}Ni^{*} \rightarrow +^{60}_{28}Ni + \gamma + \gamma$$

Nikl přechází z „excitovaného“ do základního stavu téměř okamžitě.
Kobalt se uchovává v tzv. „Kobaltové bombě“

$$\alpha = \frac{\text{number of de-excitations via electron emission}}{\text{number of de-excitations via gamma-ray emission}}$$

Přeměna Co



Zde i jinde uváděné hodnoty energie přeměn beta jsou maximální, průměrné hodnoty jsou menší (neutrina si část energie berou!!!)

Shrnutí

- Máme perfektní přehled o základních radioaktivních rozpadech a přeměnách, jak fungují, co je pro ně specifické atp.
- Umíme odvodit, proč je α částice jádro ^{4}He a ne lehčí jádra.
- Umíme odůvodnit, proč může z protonu vzniknout těžší neutron.
- Známe zákon radioaktivity, umíme jej zapsat matematicky, okomentovat slovně i odvodit.

Shrnutí

- Víme, jaké máme poločasy rozpadů a jejich charakteristiky.
- Známe přípravu metastabilního technecia a víme jeho praktické využití.
- Známe přípravu „kobaltové bomby“ a víme její praktické použití.
- Víme, co jsou Augerovy elektrony a princip jejich vzniku.

Konec

Dodatky 1

- Proč je alfa částice zrovna jádro ^{4}He?
- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{232}Th (232,038055325) a ^{1}H(1,00782503207)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233{,}0402472 - 232{,}0380553 - 1{,}007825032$$

$$\Delta M = -0{,}00563313$$

- Vodík ^{1}H nemůže být alfa částicí.

Pa – protaktinium, Z = 91. Hmotnostní úbytek je záporný, tudíž se neuvolní žádná energie, ale naopak bylo by potřeba energii dodat, aby reakce mohla proběhnout.

zpět

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{231}Th (231,036304) a ^{2}H(2,01410177)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233{,}0402472 - 231{,}036304 - 2{,}01410177$$

$$\Delta M = -0{,}010158$$

- Vodík ^{2}H nemůže být alfa částicí.

zpět

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{230}Ac (230,036294) a ^{3}He(3,0160293)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233{,}0402472 - 230{,}036294 - 3{,}0160293$$

$$\Delta M = -0{,}012076$$

- Helium ^{3}He nemůže být alfa částicí.

zpět

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{229}Ac (229,0330152) a ^{4}He(4,0026032)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233{,}0402472 - 229{,}0330152 - 4{,}0026032$$

$$\Delta M = 0{,}0048536$$

- Helium ^{4}He může být alfa částicí.

Konec 1. dodatku

zpět

Dodatky 2

- Pro beta rozpad platí

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$$

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$$

- Dochází k takové přeměně, aby nové jádro bylo stabilnější.
- Jak může z lehčího protonu vzniknout těžší neutron?

zpět

Dodatky 2

- Musíme se na rozpad dívat globálně.
- Víme, že ^{176}Hg (175,987354) může podlehnout beta + rozpadu na ^{176}Au(175,980099).
- $M(e^{+}) = 0{,}00054$
- $M(p^{+}) = 1{,}00727$
- $M(n^{0}) = 1{,}00866$

zpět

Dodatky 2

- Nejprve se podíváme na rozpad protonu na neutron a pozitron

$$\Delta M = 1{,}00727 - 1{,}00866 - 0{,}00054$$

$$\Delta M = -0{,}00193$$

- Nyní se podíváme na přeměnu jader

$$\Delta M = 175{,}98735 - 175{,}980099$$

$$\Delta M = 0{,}007251$$

- Uvolní se víc E, než je potřeba na přeměnu protonu. Hmotnost pozitronu je odečtena při přeměně protonu, proto není potřeba znovu odečítat u přeměny jader. (A i kdyby se odečetla, tak nemění se nic na kladnosti hmotnostního schodku)

Konec 2. dodatku

zpět

Dodatky 3

- Při elektronovém záchytu dochází k podobné situaci jako při beta rozpadu.

$$p^+ + e^- \rightarrow n^0 + \nu$$

Konec 3. dodatku

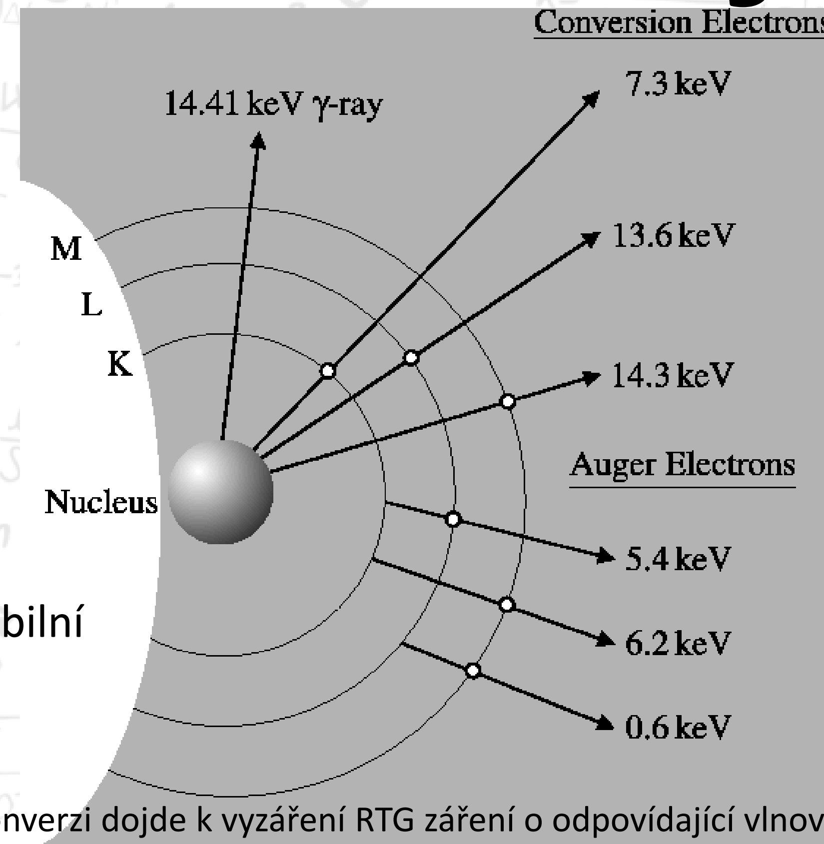
zpět

Dodatky 4

- Vnitřní konverze
- Po tomto vyražení většinou nastává zaplnění volného místa elektronem z vyšší vrstvy, přičemž se vyzáří další foton.
- V případě slupek K nebo L těžkých prvků se jedná o charakteristické RTG, které může vyrazit další elektrony tzv. Augerovy elektrony.

zpět

Dodatky 4



Metastabilní Fe-57

Po vnitřní konverzi dojde k vyzáření RTG záření o odpovídající vlnové délce. Může ale dojít i k interakci s elektronem z některé slupky obalu (K,L,M…). Pak se neemituje RTG záření, ale jeho energie je pohlcena elektronem, který je vyražen z obalu a má navíc dostatečnou kinetickou energii (Conversion Electrons).

Takto se uvolní místo v nižší elektronové vrstvě a to může být obsazeno elektronem z vyšší vrstvy, čímž dojde k vyzáření charakteristického RTG (u těžších prvků). Ovšem toto RTG může také interagovat s elektronem a tím emitovat další tzv. Augerův elektron s určitou kinetickou energií (Auger Electrons)

Konec 4. dodatku

zpět

Dodatky 5

- Integrace zákona radioaktivní přeměny

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$ / separace proměnných

$$-\frac{dN}{N} = \lambda dt$$ / integrace

$$-\int \frac{1}{N} dN = \int \lambda dt$$

$$-\ln N = \lambda t + c$$ / odlogaritmujeme

$$\mathrm{N} = e^{-(\lambda t + c)}$$

zpět

Dodatky 5

$$N = e^{-(\lambda t + c)}$$

/ na počátku máme N_0 atomů

$$N_0 = e^{-(\lambda 0 + c)}$$

$$N_0 = e^{-c}$$

/ dosadíme

$$N = e^{-\lambda t} e^{-c}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Na počátku máme N0 atomů (na počátku znamená v čase t=0, proto si za t dosadíme 0 a za N=N0). Tímto krokem si dopočteme počáteční konstanty c a tu zpětně dosadíme do výsledku integrace a dostáváme finální vztah!!!

Konec 5. dodatku

zpět

Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu
  - Doba za jakou se rozpadne ½ jader ve vzorku

$$\mathrm{N} = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{\mathrm{N}_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$ / logaritmujeme

$$\ln\frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2}$$

zpět

Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu

$$\ln\frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2} \quad / \text{ úpravy}$$

$$\ln 2^{-1} = -\lambda T_{1/2}$$

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

$$\frac{\ln 2}{\lambda} = T_{1/2}$$

Konec 6. dodatku

zpět

Dodatky 7

- **Nechť se prvek X může rozpadat dvěma cestami charakterizovanými rozpadovými konstantami $\lambda^{(1)}; \lambda^{(2)}$.**
- Ze zákona radioaktivity plyne:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda^{(1)} N + \lambda^{(2)} N$$

- Stejnými úpravami dostaneme

$$N = N_0\, e^{-(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)})t}$$

zpět

Dodatky 7

- Stejným způsobem jak u jednoduchého poločasu rozpadu postupujeme i nyní.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)}}$$

- Dosadíme za rozpadové konstanty

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 2}{\mathrm{T}_{1/2}^{(1)}} + \frac{\ln 2}{\mathrm{T}_{1/2}^{(2)}}} = \frac{T_{1/2}^{(1)}\, T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

Konec 7. dodatku

zpět