

Radiologická fyzika

Radioaktivita

podzim 2009, šestá přednáška

Radioaktivní rozpad

α rozpad



β^- rozpad



γ rozpad



β^+ rozpad



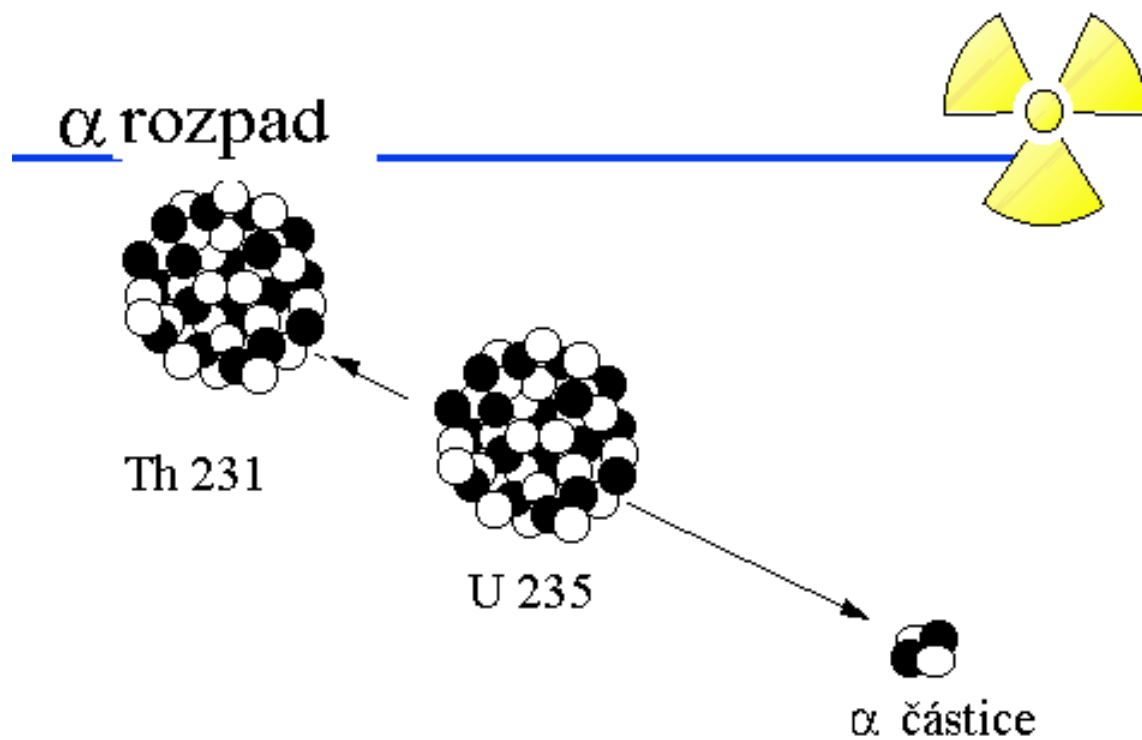
Elektronový záchyt



Vnitřní konverse



Rozpad α



Rozpad β

β rozpad



antineutrino

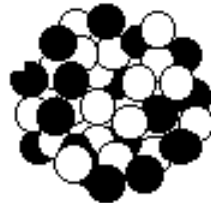


elektron



Rozpad β^+

β^+ rozpad



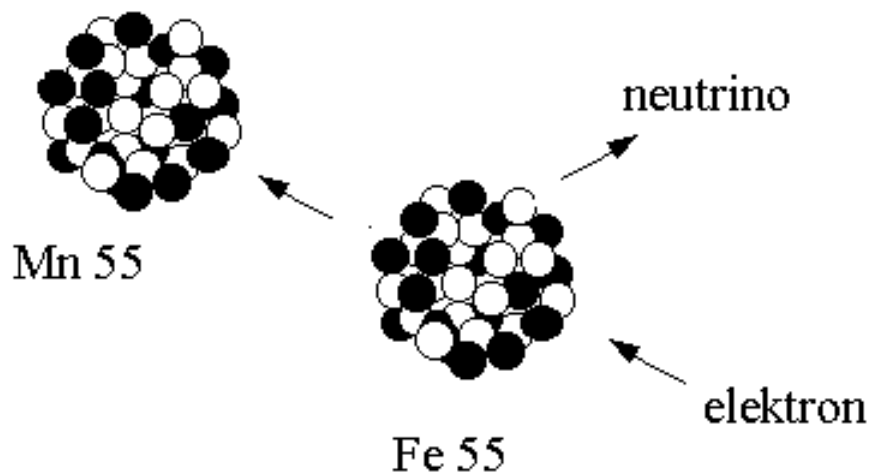
neutrino

positron



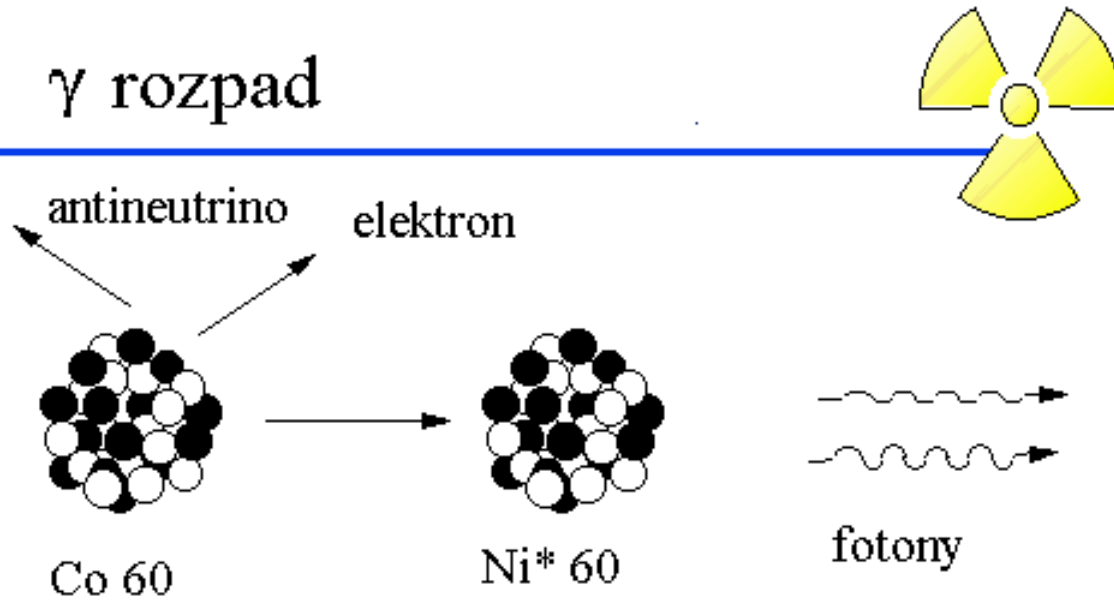
Elektronový záchyt

Elektronový záchyt

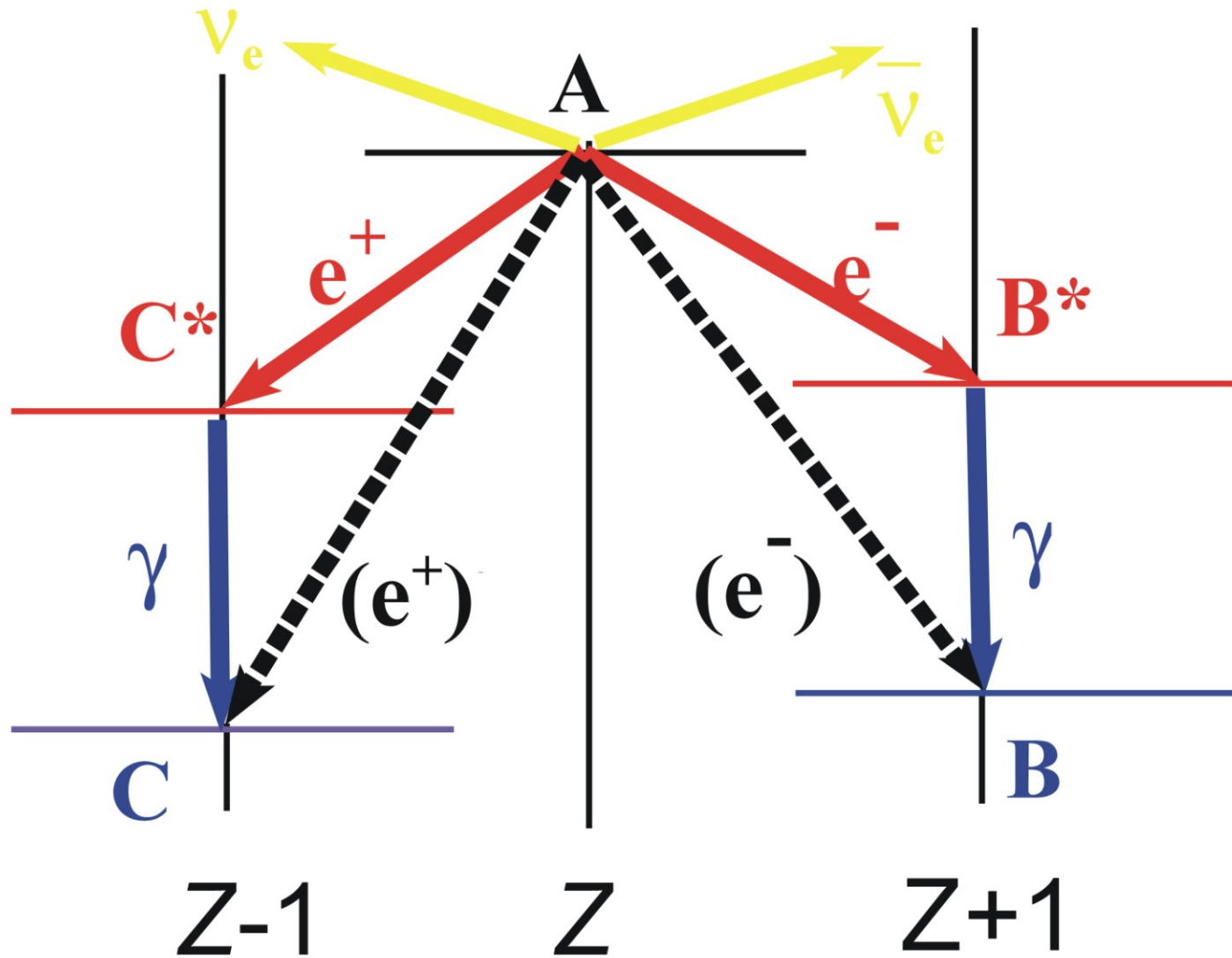


Rozpad γ

γ rozpad



Obečné schema β rozpadů



Příprava technecia (Tc) I

Začínáme u molybdenu (Mo), $Z=42$. V přírodě se vyskytuje řada stabilních izotopů:

A	%
92	15,86
94	09,12
95	15,70
96	16,50
97	09,45
98	23,75
100	09,62

Příprava technecia (Tc) II

V reaktoru dochází k vytvoření radionuklidu



Molybden je přepraven k diagnostickému zařízení, probíhá přitom β rozpad s poločasem rozpadu $T_{1/2}=66$ hodin

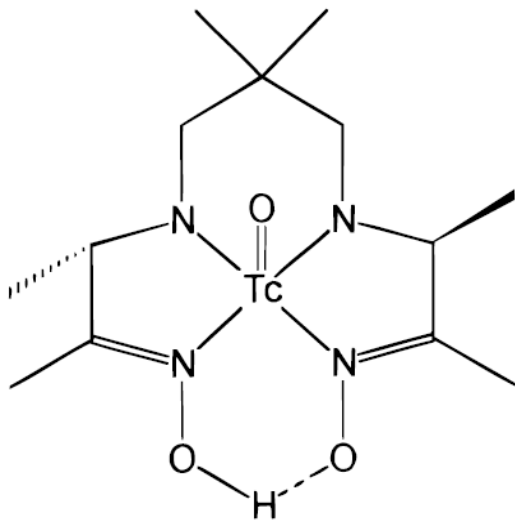


V chemickém generátoru je technecium separováno a navázáno na vhodnou látku. Pak je dopraveno ke zkoumanému orgánu. Technecium přejde γ rozpadem s poločasem rozpadu $T_{1/2}=361$ minut z excitovaného do základního stavu. Vyzáří přitom foton o energii 141 keV, který je detekován.

Příprava technecia (Tc) III

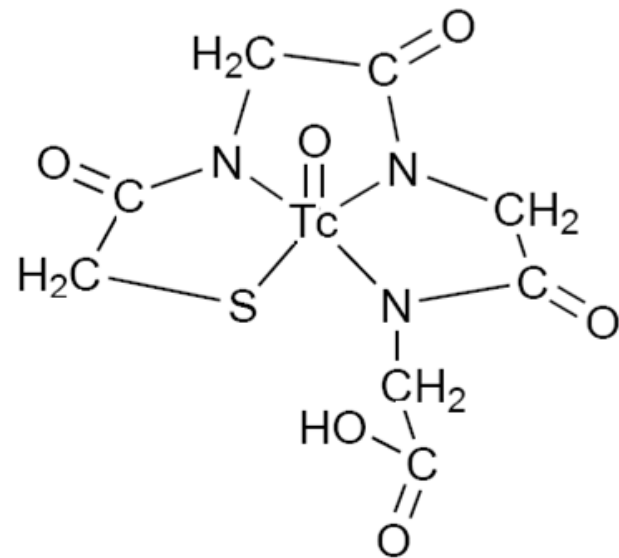


Vyšetření mozku „Ceretec“



${}^{99m}\text{TcO}$ -hexamethylpropyleneamineoxime

Vyšetření ledvin



${}^{99m}\text{TcO}$ -mercaptoacetyltriglycine

Příprava kobaltu (Co)

V reaktoru dochází k vytvoření radionuklidu



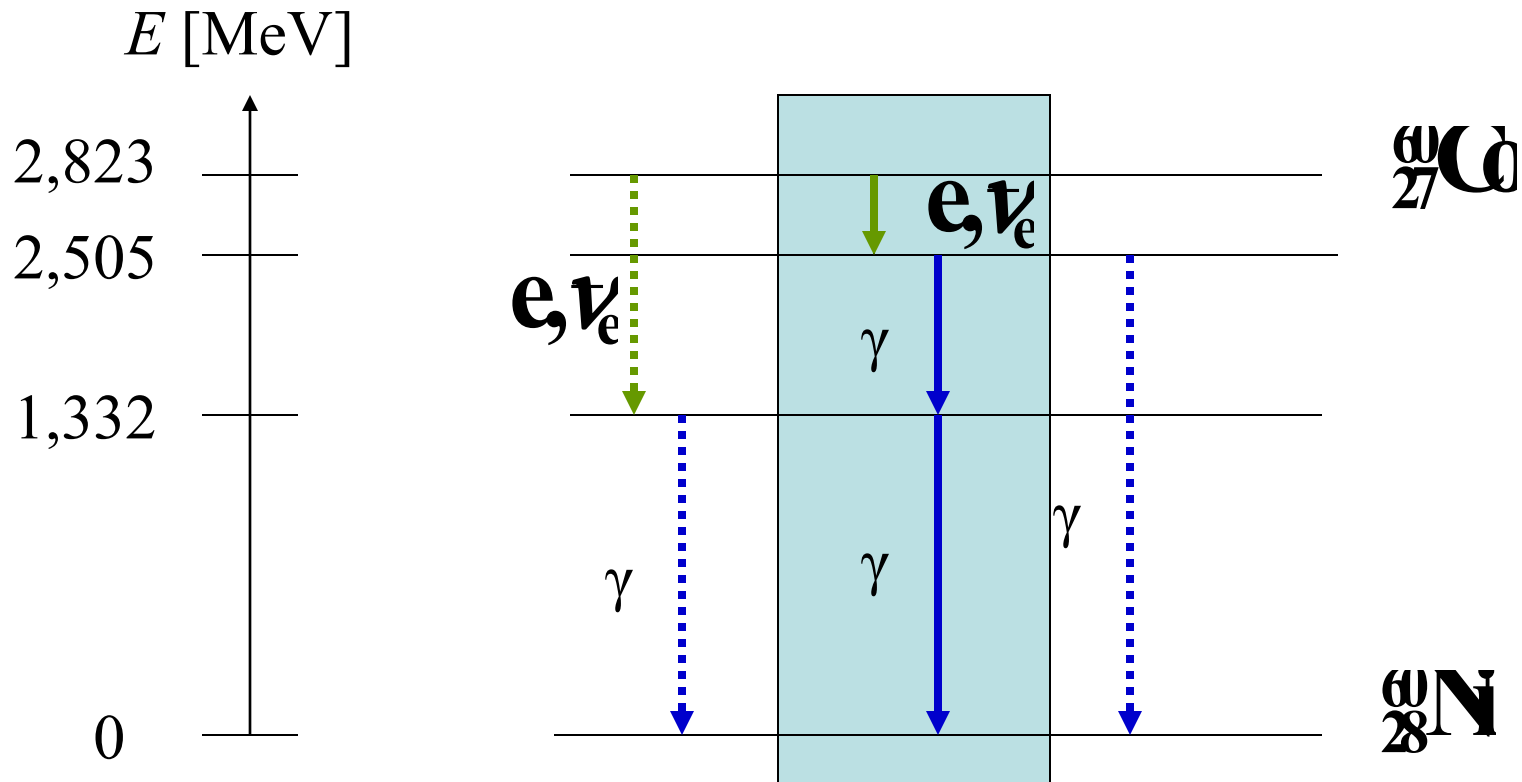
Radionuklid je vhodně umístěn („kobaltová bomba“). Přitom probíhá β rozpad s poločasem rozpadu $T_{1/2}=5,27$ roků



Excitované jádro niklu téměř okamžitě přechází do základního stavu, fotony vzniklé při tomto γ rozpadu mají každý energii přibližně 1.2 MeV



Energiové schema rozpadu Co - Ni



Zákon radioaktivního rozpadu

Pro vzorek s N jádry radionuklidu je rychlost rozpadu

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

úměrná počtu těchto jader

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Tato rovnice popisuje **zákon radioaktivního rozpadu**. Konstanta úměrnosti λ je pro daný rozpad charakteristická, nazývá se proto **konstanta rozpadu** a má rozměr $[\lambda] = \text{s}^{-1}$. Aktivita vzorku je definována jako

$$R = \lambda N$$

Integrální tvar zákona radioaktivního rozpadu

Jednoduchou integrací dostáváme

$$N(t) = N(t_0) \exp[-\lambda(t-t_0)]$$

Obvykle volíme $t_0=0$ a značíme $N(t_0)=N_0$, takže

$$N = N_0 \exp[-\lambda t]$$

Tato rovnice také popisuje zákon radioaktivního rozpadu, stejně jako rovnice pro aktivitu (označujeme $R_0 = \lambda N_0$)

$$R = R_0 \exp[-\lambda t]$$

Další charakteristiky rozpadu

Poločas rozpadu $T_{1/2}$ je doba, po které jak počet jader radionuklidu ve vzorku N , tak aktivita R poklesnou na polovinu své původní hodnoty

$$\frac{R_0}{2} = R_0 \exp[-\lambda T_{1/2}]$$

Jednoduchá úprava dává pro poločas rozpadu vztah

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Střední doba života je definována vztahem $R_0 T = \int_0^{\infty} R(t) dt$, takže

$$T = \frac{1}{\lambda}$$

Rozpad dvěma různými způsoby

Rozpad se může dít více způsoby. Uvažujme dva různé, charakterizované rozpadovými konstantami $\lambda^{(1)}$ a $\lambda^{(2)}$. Je tedy

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda^{(1)} N + \lambda^{(2)} N \Rightarrow N = N_0 \exp[-(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)})t]$$

Pro poločas rozpadu máme teď vztah

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)}} = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(1)}} + \frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(2)}}}$$

Jednoduchá úprava dává

$$T_{1/2} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

Dvoustupňový rozpad I

Velmi často musíme uvažovat o rozpadu jako vícestupňovém procesu. Nejčastější je dvoustupňový rozpad typu



Označení pochází z anglického parent, daughter, granddaughter.

Potřebné rovnice budou

$$\begin{aligned} \frac{dN_P}{dt} &= -\lambda_{PD} N_P & N_P(t=0) &= N_0 \\ \frac{dN_D}{dt} &= -\lambda_{DG} N_D + \lambda_{PD} N_P & N_D(t=0) &= 0 \\ \frac{dN_G}{dt} &= \lambda_{DG} N_D & N_G(t=0) &= 0 \end{aligned}$$

Dvoustupňový rozpad II

Řešení, které splňuje počáteční podmínky najdeme například postupnou integrací rovnic jako

$$N_P = N_0 \exp[-\lambda_{PD} t]$$

$$N_D = \frac{\lambda_{PD} N_0}{\lambda_{DG} - \lambda_{PD}} (\exp[-\lambda_{PD} t] - \exp[-\lambda_{DG} t])$$

$$N_G = \frac{\lambda_{PD} \lambda_{DG} N_0}{\lambda_{DG} - \lambda_{PD}} \{ \lambda_{PD} (\exp[-\lambda_{DG} t] - 1) - \lambda_{DG} (\exp[-\lambda_{PD} t] - 1) \}$$

Pro praktické účely je potřeba znát aktivitu dceřinného vzorku. Aktivita rodičovského vzorku je

$$R_P = \lambda_{PD} N_0 \exp[-\lambda_{PD} t]$$

Aktivita dceřinného vzorku I

Z předchozích výsledků dostáváme

$$R_D = \lambda_{DG} \frac{\exp[(\lambda_{PD} - \lambda_{DG})t] - 1}{\lambda_{PD} - \lambda_{DG}} R_P$$

Jiný vhodný tvar tohoto vztahu je

$$R_D = \lambda_{DG} \frac{\exp[-\lambda_{DG}t] - \exp[-\lambda_{PD}t]}{\lambda_{PD} - \lambda_{DG}} R_P(t=0)$$

Aktivita dceřinného vzorku II

Maximální hodnotu aktivity dostaneme z

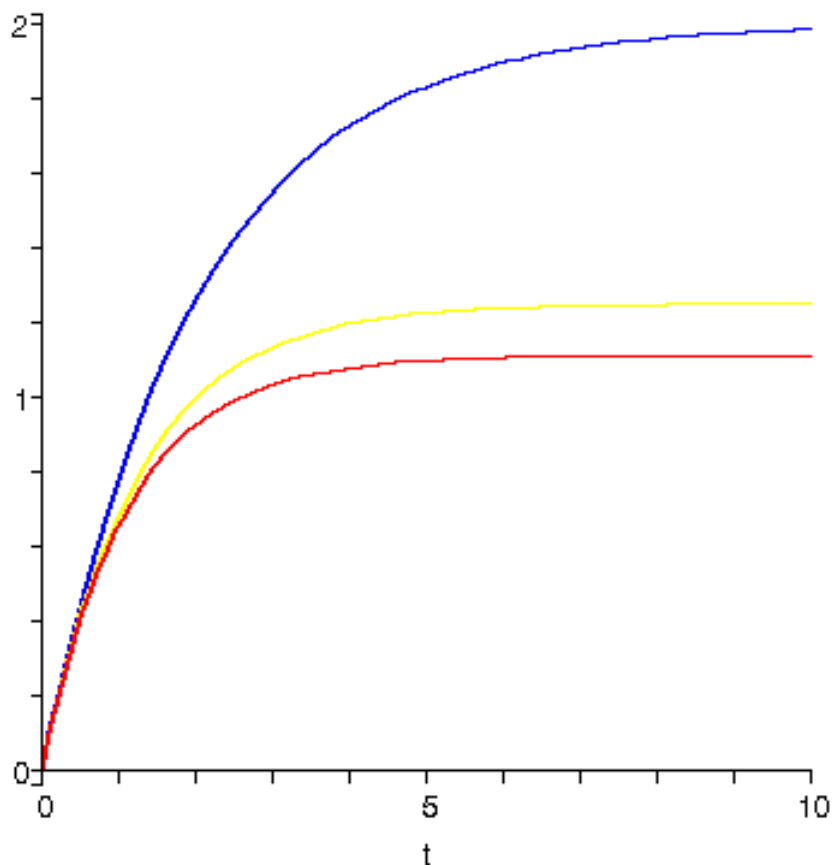
$$\frac{dR_D}{dt} = 0 \Rightarrow t_{\max} = \frac{1}{\lambda_{DG} - \lambda_{DD}} \ln \frac{\lambda_{DG}}{\lambda_{DD}}$$

V případě, že poločas rozpadu dceřinného vzorku je menší než poločas vzorku rodičovského (rodičovský: ^{99}Mo na $^{99m}\text{Tc}^*$, dceřinný: $^{99m}\text{Tc}^*$ na ^{99}Tc), dostáváme

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{R_D}{R_P} = \frac{\lambda_{DG}}{\lambda_{DG} - \lambda_{DD}}$$

Aktivita dceřinného vzorku III

Závislosti R_D/R_P pro hodnoty $\lambda_{PD}/\lambda_{DG}$ 1/2 (modrá), 1/5 (žlutá) a 1/10 (červená) na $\lambda_{DG} \cdot t$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{R_D}{R_P} = \frac{1}{1 - \lambda_{PD}/\lambda_{DG}}$$

Aktivace v reaktoru

V reaktoru ozařuje neutronový svazek vzorek stabilního nuklidu, jadernou reakcí se vytváří požadovaný radioaktivní nuklid



Počet jader stabilního nuklidu se opět řídí zákonem

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Konstanta λ je v tomto případě součinem hustoty toku neutronů j a účinného průřezu reakce σ , tj. plošku, která ukazuje jak velkou překážku tvoří při dané reakci jádro dopadajícím neutronům (rozměry veličin jsou $[\lambda]=s^{-1}$, $[j]=m^{-2}s^{-1}$, $[\sigma]=m^2$)

$$\lambda = j\sigma$$

Příklad s kobaltem

V reaktoru ozařuje neutronový svazek vzorek ^{59}Co hmotnosti $m=1$ g, jadernou reakcí se vytváří radioaktivní nuklid ^{60}Co . Účinný průřez je $\sigma=35$ barn (barn= 10^{-24} cm²), neutronový tok je $j=10^{13}$ cm⁻²s⁻¹. Poločas rozpadu ^{60}Co na $^{60}\text{Ni}^*$ je $T_{1/2}=5,27$ roků, vyzáření dvou fotonů γ záření při přechodu $^{60}\text{Ni}^*$ na ^{60}Ni následuje v zanedbatelně krátké době.

$$N_0 = m \frac{N_A}{A}$$

$$N_0 = 160 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^2$$

$$\lambda_{\text{FD}} = j \sigma$$

$$\lambda_{\text{FD}} = 10^{13} \cdot 35 \cdot 10^{-24} \text{ s}^{-1} = 3,5 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{\text{DG}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$\lambda_{\text{DG}} = \frac{0,693}{56 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}} = 1,24 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

Nejčastěji užívané radionuklidy I

γ rozpad

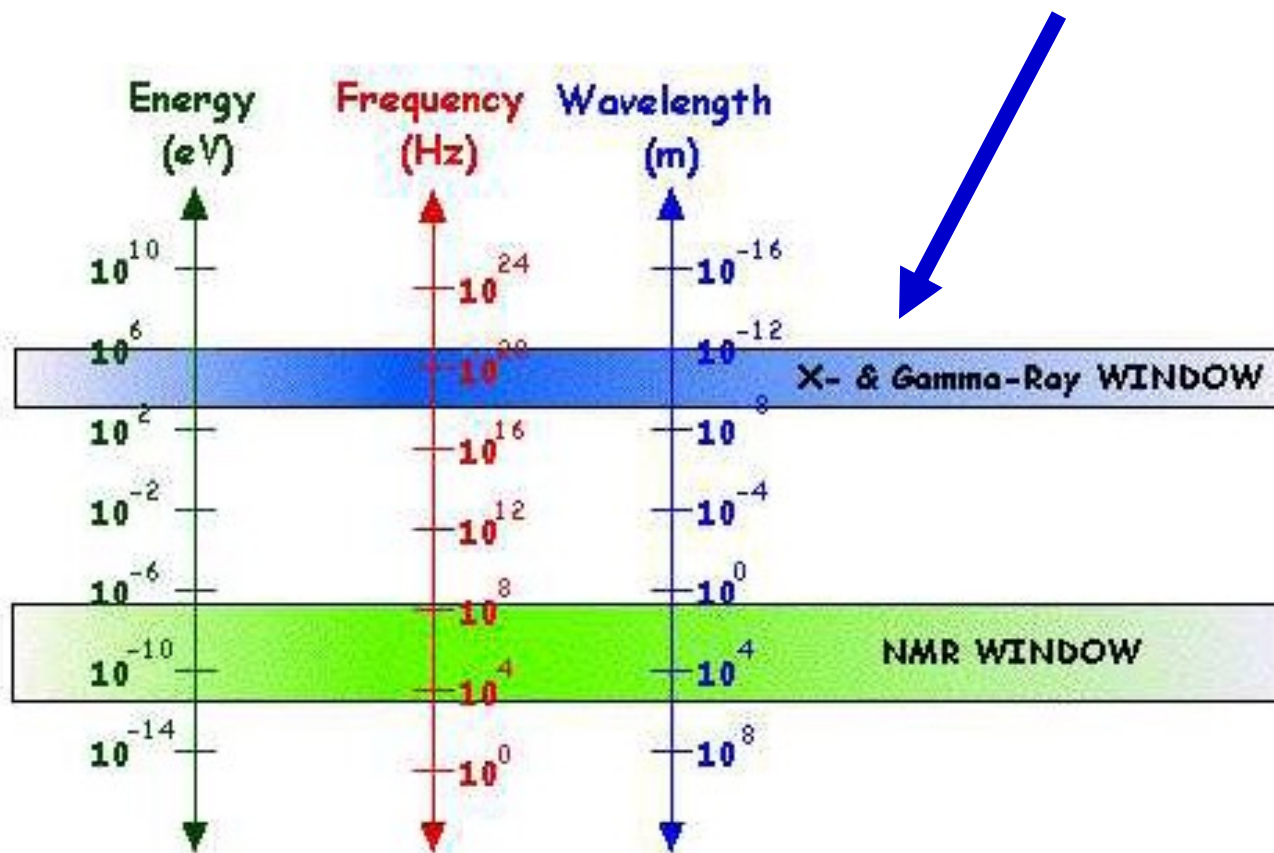
nuklid	$T_{1/2}$	energie [keV]
Jód I - 123	13,3 h	150
Jód I - 131	8,04 d	364
Jód I -125	60 d	35
Thallium Tl - 201	73 h	135
Technecium Tc –99m	6 h	140

Nejčastěji užívané radionuklidy II

β^+ rozpad

nuklid	$T_{1/2}$ [minut]	energie [keV]
Fluor - 18	110	202
Kyslík - 15	2	696

Příště γ a rentgenové záření



Příště:

Radiologická fyzika

γ a rentgenové záření

podzim 2009, sedmá přednáška