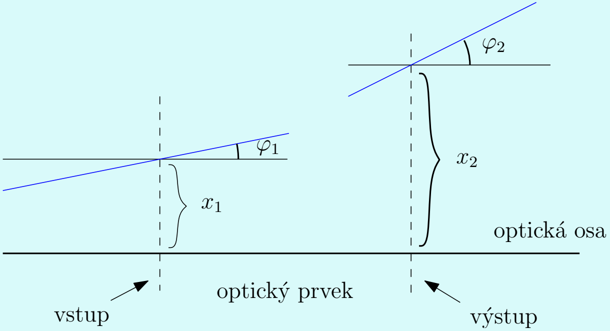
Maticová optika

Lenka Přibylová

24. října 2010

Maticová optika

Při průchodu světla optickými přístroji dochází k transformaci světelného paprsku, vlnový vektor mění úhel, který svírá s optickou osou, paprsek vychází v jiné vzdálenosti od optické osy, než při vstupu do optického přístroje.



Elementární optické prvky popisujeme buď zobrazovacími rovnicemi nebo pomocí matic. Maticová optika se využívá především při použití více optických prvků za sebou.

Označíme-li x_1 polohu vstupu optickeho prvku, x_2 je polohu jeho výstupu, y_1 tangens úhlu φ_1 na vstupu optického prvku a y_2 tangens úhlu φ_2 na jeho výstupu (vzhledem k optické ose), můžeme obecně zapsat zobrazovací rovnice lineární soustavou rovnic

$$\begin{aligned} x_2 &= Ax_1 + By_1 \\ y_2 &= Cx_1 + Dy_1, \end{aligned}$$

přičemž $A = \frac{x_2}{x_1}|_{y_1=0}$, $B = \frac{x_2}{y_1}|_{x_1=0}$, $C = \frac{y_2}{x_1}|_{y_1=0}$ a $D = \frac{y_2}{y_1}|_{x_1=0}$.
Zobrazovací rovnice můžeme maticově zapsat takto:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

kde $\cdot$ na pravé straně značí násobení matic.

Nevím vůbec, co je matice...

Podívejme se blíže na důležité některé příklady matic z (1):

- $D = 0$,
  pak $y_2 = Cx_1$, tedy úhel výstupu záleží pouze na x_1 vstupu, proto objekt na vstupu leží v první ohniskové rovině, na výstupu jsou paprsky rovnoběžné.

- $A = 0$,
  pak $x_2 = By_1$, tedy naopak rovnoběžmě vstupující paprsky se zobrazují do stejné x_2 výstupu, proto obraz objektu leží v druhé ohniskové rovině.

- $B = 0$,
  pak $x_2 = Ax_1$, tj. všechny paprsky na vstupu x_1 stejný výstup x_2, proto jsou roviny vstupu a výstupu konjugované, objekt na vstupu ze zobrazuje na výstup. Navíc $A = \frac{x_2}{x_1}$ je zvětšení systému.

- $C = 0$,
  pak $y_2 = Dy_1$, tj. paprsky vstupující rovnoběžně také rovnoběžně vystupují, jde o tzv. teleskopický systém. D pak představuje úhlové zvětšení.

1. příklad:
Napište zobrazovací rovnice a přenosovou matici pro úsek volného prostoru o délce d.
Řešení.

2. příklad:
Napište zobrazovací rovnice a přenosovou matici pro pro tenkou čočku o ohniskové vzdálenosti f.
Řešení.

Tabulka přenosových matic základních optických prvků:

volný prostor	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	d - délka úseku volného prostoru
tenká čočka	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$	f - ohnisková vzdálenost čočky
lom na rovné ploše	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	n_1 - index lomu vstupu, n_2 - index lomu výstupu
lom na zakřivené ploše	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1-n_2}{R\cdot n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	R - poloměr křivosti (konvence: $R>0$ pro konvexní povrch, tj. střed za vstupem)
odraz v zrcadle	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	jednotková matice
odraz v zakřiveném zrcadle	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}$	R - poloměr křivosti (konvence: $R>0$ pro konkávní zrcadlo)

V případě složitějšího optického systému matice jednotlivých prvků maticově násobíme k dosažení popisu výsledného obrazu.

3. příklad:

Vynásobte matice $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

Řešení.

4. příklad:

Vynásobte matice $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

Řešení.

5. příklad:
Napište přenosovou matici pro optický systém složený z tenké čočky o ohniskové vzdálenosti $f_1 = 2$ m, úseku volného prostoru o délce $d = 0.1$ m a další tenké čočky s ohniskovou vzdáleností $f_2 = 3$ m.
Řešení.

6. příklad:
Napište přenosovou matici pro optický systém složený z tenké čočky o ohniskové vzdálenosti $f_1 = 2$ m, úseku volného prostoru o délce $d = 0.5$ m, rovinného zrcadla, úseku volného prostoru o délce $d = 0.1$ m a konkávního zakřiveného zrcadla s poloměrem křivosti $R = 1$ m.
Řešení.

7. příklad:
Odvoďte přenosovou matici tenké čočky o poloměrech křivosti vstupu R_1 a výstupu R_2, která je z materiálu o indexu lomu n, umístěná ve vzduchu. Určete její ohniskovou vzdálenost a mohutnost.
Řešení.

8. příklad:
Odvoďte přenosovou matici obecné čočky o poloměrech křivosti vstupu R_1 a výstupu R_2 a vrcholové tloušťce d, která je z materiálu o indexu lomu n, umístěná ve vzduchu. Určete její ohniskovou vzdálenost a mohutnost.
Řešení.

9. příklad:

Plastová tyč s indexem lomu $n = 1.56$ je ukončena sférickým povrchem o poloměru $R = 2.8$ cm. Objekt vysoký 2 cm je umístěn ve vzdálenosti $d = 15$ cm od tyče. Zjistěte umístění a velikost obrazu v tyči.

Řešení.

Konec