

## Planparalelní deska, hranol a klín

Uvažujme tlustou desku z neabsorbujícího materiálu s indexem lomu  $n_1$ , k jejíž první stěně přiléhá vnější prostředí s indexem lomu  $n$  a ke druhé stěně pak prostředí s  $n'$ . Rovinné stěny desky nechť spolu svírají vrcholový úhel  $\omega$ . Úhel dopadu (vůči kolmici na rozhraní v místě dopadu) z prvního prostředí označme  $\alpha$ , úhel lomu do desky pak  $\beta$ . Tyto úhly jsou svázány Snellovým zákonem,

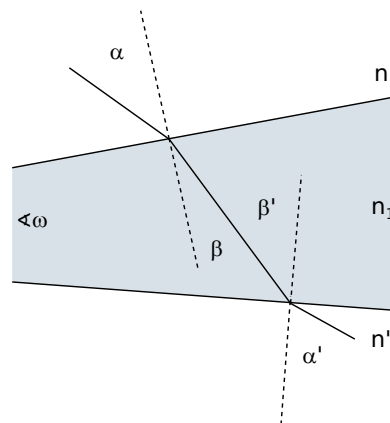
$$n \sin \alpha = n_1 \sin \beta.$$

Úhel dopadu na druhé rozhraní označme  $\beta'$ , úhel po lomu do finálního prostředí pak  $\alpha'$ . I pro tento lom platí Snellův zákon,

$$n_1 \sin \beta' = n' \sin \alpha'$$

Protože součet úhlů v trojúhelníku je  $180^\circ$ , jsou vnitřní úhly svázány podmínkou

$$\beta - \beta' = \omega.$$



Obr. 1: Lom paprsku na vrstvě.

V případě planparalelní desky je  $\omega = 0$  a tedy  $\beta = \beta'$ . Potom ovšem můžeme Snellův zákon na jednotlivých stěnách spojit do výsledného tvaru

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha'.$$

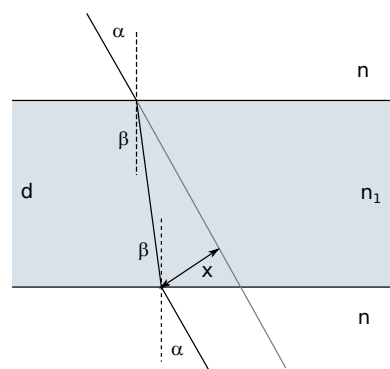
Vidíme, že co se směru letu týká, chová se na planparalelní desce světlo tak, jako by tam tato nebyla a světlo prošlo pouze rozhraním mezi vstupním a výstupním prostředím. Speciálně, pokud jsou vnější prostředí totožná ( $n = n'$ , jedná se o desku ponořenou do prostředí), platí  $\alpha = \alpha'$  a vstupní a výstupní paprsek jsou rovnoběžné. Těchto vlastností se s výhodou užívá v optických přístrojích, kde díky nim lze planparalelní desky používat jako oddělovací, nebo jako substrát pro optické členy, aniž by došlo k modifikaci směru letu světla.

Použití planparalelní desky ponořené do vnějšího prostředí však nezachová optickou cestu přístroje zcela beze změny: deska způsobuje stranový posun  $x$  světelného svazku. Uvažujme nyní planparalelní desku tloušťky  $d$ . Potom dráha, kterou paprsek v desce urazí je  $d / \cos \beta$  a po spuštění kolmice mezi vstupním a výstupním paprskem, v místě kde výstupní paprsek opouští desku dostáváme ze vzniklého pravoúhlého trojúhelníku podmínku

$$\frac{x}{\frac{d}{\cos \beta}} = \sin(\alpha - \beta),$$

odkud, s využitím Snellova zákona,

$$\frac{x}{d} = \left( 1 - \frac{n \cos \alpha}{\sqrt{n_1^2 - n^2 \sin^2 \alpha}} \right) \sin \alpha.$$



Obr. 2: Stranový posun paprsku na planparalelní desce.

Vidíme, že posun je úměrný tloušťce desky, takže vliv desky na chod světla v optické soustavě minimalizujeme tím, že vkládat budeme desky co nejtenčí.

*Uvažujme skleněnou planparalelní desku o indexu lomu  $n_1 = 1.5$ , ponořenou do vzduchu. Pro paraxiální paprsky při úhlu dopadu do  $5^\circ$  posun nepřesáhne  $0.003d$ . Takový rozsah není kritický, při tloušťce desky 1 mm bude posun činit asi šest vlnových délek.*

Věnujme se nyní případu hranolu s vrcholovým úhlem  $\omega$  a indexem lomu  $n_1$ , oddělujícímu prostředí o indexech lomu  $n$  a  $n'$ . Zavádíme pojem deviace  $\delta$ , což je úhel mezi pomyslnými prodloužení vstupního a výstupního paprsku. Pro deviaci platí

$$\delta = \alpha - \beta + \alpha' - \beta',$$

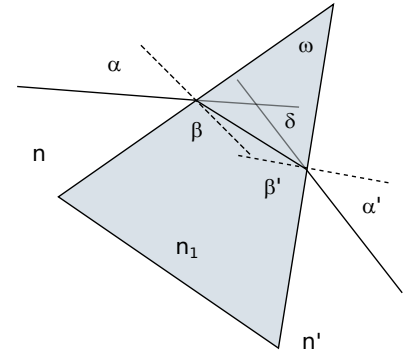
takže dosazením vztahu vnitřních úhlů a úhlu vrcholového,  $\omega = \beta + \beta'$ , dostáváme

$$\delta = \alpha + \alpha' - \omega.$$

Snellův zákon pro jednotlivé stěny přináší

$$n \sin \alpha = n_1 \sin \beta$$

$$n_1 \sin \beta' = n' \sin \alpha'.$$



Obr. 3: Lom paprsku na hranolu.

Postupnými úpravami, směřujícími k odstranění všech úhlů kromě úhlu dopadu nakonec dostáváme

$$\delta = \alpha - \omega + \arcsin \left[ \frac{n_1}{n'} \sqrt{1 - \left( \frac{n}{n_1} \right)^2 \sin^2 \alpha_1 \sin \omega} - \frac{n}{n'} \sin \alpha_1 \cos \omega \right].$$

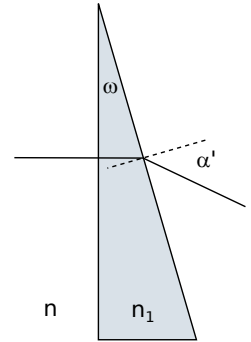
Uvažujme nyní o optometristickém použití hranolu s malým vrcholovým úhlem  $\omega \rightarrow 0$ , tzv. klínu. Potom předchozí vztah má přibližné vyjádření

$$\delta \doteq \left( 1 + \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1}} \right) \omega$$

a speciálně pro klín orientovaný pro kolmý dopad ( $\alpha_1 = 0$ ) se celková refrakce redukuje na lom na zadní stěně klínu o celkové deviaci

$$\delta \doteq (1 + n)\omega$$

čímž získáváme přímý vztah mezi parametry klínu a jeho prizmatickým účinkem.



Obr. 4: Lom paprsku na klínu.