

Trojúhelník

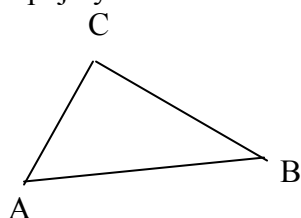
Zopakujte si tři různé definice trojúhelníku (ilustrujte si je obrázkem).

Nechť body A,B,C neleží v jedné přímce, pak

1. Trojúhelník ABC je průnik polorovin ABC, BCA a ACB.
2. Trojúhelník ABC je množina všech bodů X, které leží na úsečkách AY a bod Y je bodem úsečky BC.
3. Trojúhelník ABC je sjednocením uzavřené lomené čáry o vrcholech A,B,C s její vnitřní oblastí.

S trojúhelníkem se děti seznamují již v mateřské škole a v prvním ročníku by měly trojúhelník poznat mezi jinými geometrickými útvary. Představa trojúhelníku se dále zpřesňuje ve vyšších ročnících, zejména ve 2. období 1. stupně ZŠ (a systematicky na 2. stupni ZŠ). Velmi důležité pro vytvoření správné představy trojúhelníku je vhodně modelovat a znázorňovat trojúhelník tak, abychom zamezili nesprávnému chápání trojúhelníku pouze jako sjednocení jeho stran.

Další pojmy:



vrcholy trojúhelníku: body A, B, C

strany trojúhelníku: úsečky AB, BC, AC

(v 5. ročníku lze používat i označení pomocí a, b, c)

délky stran: $|AB| = 4$ cm, $|BC| = \underline{\quad}$ cm, $|AC| = \underline{\quad}$ cm

Pro učitele je důležitá znalost dalších pojmů a vlastností trojúhelníku.

Zopakujte si vlastnosti každého trojúhelníku:

- trojúhelníková nerovnost
- vztah mezi stranami a vnitřními úhly trojúhelníku
- vlastnost vnitřních úhlů trojúhelníku
- vlastnost vnějších úhlů v trojúhelníku
- příčky trojúhelníku (tj. osy stran, osy vnitřních úhlů, výšky, těžnice, střední příčky), jejich definice a jejich vlastnosti

Z uvedených vlastností se děti seznamují s **trojúhelníkovou nerovností**. Další vlastnosti se sice neučí, ale často se využívají při řešení různých konstrukčních úloh – viz učebnice a pracovní sešity matematiky pro 4. a 5. ročník.

Úkol: Vyhledejte v učebnicích nebo pracovních sešitech alespoň 3 konstrukční úlohy, v nichž se využívá uvedených vlastností trojúhelníku.

Trojúhelníková nerovnost.

Jako motivaci lze vhodně využít modelování trojúhelníku pomocí různě dlouhých špejlí, z nichž pomocí některých nelze trojúhelník vymodelovat:

obr. (viz např. učebnice Alter pro 3. ročník ZŠ)

Z uvedených situací se vyvodí závěr, že **součet libovolných dvou stran trojúhelníku je větší než třetí strana** (zde mluvíme o grafickém součtu stran, tj. úseček).

Nebo též: **Součet velikostí libovolných dvou stran je větší než velikost třetí strany** (nyní totéž vyjadřujeme pomocí součtu délek/velikostí stran).

Konstrukce trojúhelníku.

Žáci se učí sestrojít trojúhelník, jsou-li zadány jeho strany (sss)

(Úkol: Zopakujte si další konstrukce trojúhelníků.)

Př. Sestroj trojúhelník KLM, jsou-li zadány délky stran trojúhelníku,

např. $|KL| = 4 \text{ cm}$, $|LM| = 5 \text{ cm}$, $|KM| = 3 \text{ cm}$.

(Zopakujte si: Řešení každé konstrukční úlohy obsahuje fáze: rozbor, popis konstrukce, konstrukci, diskuze o řešitelnosti úlohy, důkaz – ověření správnosti konstrukce.)

Realizace těchto fází je přizpůsobena úrovni žáků:

1. Rozbor - trojúhelník načrtne, označíme ho, příp. uvedeme délky stran, rozhodneme, zda je možné trojúhelník sestrojít.

2. Popis konstrukce a vlastní konstrukce.

Děti se učí provést vlastní konstrukci a současně jí slovně popsat (později i stručně písemně symbolicky) jednotlivé kroky konstrukce.

Učitel se k vyjadřování dětí shovívavý, postupně ho zpřesňuje, sám se však musí od počátku vyjadřovat správně a kultivovaně!!

1. Sestrojím/narýsuji úsečku KL, která má délku 4 cm.
2. Sestrojím oblouk kružnice k se středem v bodě K a poloměrem 3 cm.
3. Sestrojím oblouk kružnice l se středem v bodě L a poloměrem 5 cm.
4. Bod, ve kterém se oblouky kružnic protínají označím M.
5. Sestrojím trojúhelník ABC.

Pozor na časté chyby ve vyjadřování:

„Sestrojím 4 cm.“ „Zapíchnu kružítka ...“, „Vezmu do kružítka 3 cm / délku 3 cm / velikost 3 cm...“ (Lze říci pouze, že vezmeme do kružítka úsečku délky 3 cm. Kultivovanější vyjádření ale je: „Sestrojím/narýsuji kružnici se středem K a poloměrem např. 3 cm.“).

Postup konstrukce později můžeme stručně zapisovat do tabulky (viz některé učebnice) nebo symbolicky:

1. KL; $|KL| = 4 \text{ cm}$
2. k; $k(K, r = 3 \text{ cm})$
3. l; $l(L, r = 5 \text{ cm})$
4. M; M je průsečík kružnic k, l
5. $\triangle KLM$

3. Diskuze. O řešitelnosti úlohy jsme uvažovali již při rozboru, kdy jsme zkoumali platnost trojúhelníkové nerovnosti. Víme, že můžeme sestrojít 2 trojúhelníky požadované vlastnosti, leží v opačných polorovinách s hraniční přímkou KL. Jsou však shodné a děti upozorníme, že budeme rýsovat jen jeden z nich.

4. S žáky ověříme správnost konstrukce změřením stran narýsovaného trojúhelníku a porovnáme se zadáním.

Třídění trojúhelníků:

A. podle stran: na trojúhelníky rovnostranné, rovnoramenné, různostranné (obecné)

B. podle vnitřních úhlů: na trojúhelníky pravoúhlé, ostroúhlé, tupoúhlé

(Úkol: vysvětlíte jednotlivé názvy trojúhelníků)

Žáci pracují s obecnými trojúhelníky. Jejich pojmosloví lze rozšířit o rovnoramenný a rovnostranný trojúhelník. S pravoúhlým trojúhelníkem se seznámí intuitivně, a to proto, že při rýsování používáme „pravoúhelníkové“ pravítko.