Pravděpodobnostní charakter jaderných procesů

Při převážné většině jaderných pokusů je jaderné záření registrováno jako proud nabitých částic respektive kvant γ, které vznikají v důsledku rozpadu atomových jader. Rozpady jednotlivých jader probíhají náhodně a navzájem nezávisle. Počet atomů, které se rozpadnou za určitý časový interval není stálý, ale kolísá. Při pozorování těchto jevů proto vznikají statistické fluktuace, což znamená, že při zachování stejných experimentálních podmínek se budou výsledky opakovaných experimentů navzájem poněkud lišit. Na takovéto náhodné procesy je potom nutné uplatnit zákony a pravidla počtu pravděpodobnosti a statistiky.

Předpokládejme, že pravděpodobnost výskytu nějakého jevu A je p; pravděpodobnost, že tento jev v daném pokuse nastane je zřejmě 1-p. Lze zobecnit, že při N pokusech bude pravděpodobnost opakování jevu A n-krát po sobě p^n. Podobně pravděpodobnost, že v N pokusech jev A v n-krát po sobě jdoucích pokusech nenastane, je $(1 - p)^n$. Obecně pravděpodobnost toho, že při N pokusech jev A v prvních n případech nastane a v následujících N - n pokusech nenastane je:

$$P_n = p^n (1 - p)^{N-n} \qquad (1)$$

Nyní uvažujeme , že nás zajímá pouze počet případů, v nichž jev A nastane bez ohledu na pořadí. Tato situace odpovídá např. případu, kdy potřebujeme hodit kostkou ve 4 vrzích dvě šestky. Pravděpodobnost, že v prvních dvou hodech hodíme 2 šestky je dána vztahem (1). Avšak stejně by vyhovoval případ, kdy dvě šestky padnou až v posledních dvou vrzích. Pravděpodobnost tohoto jevu je také dána vztahem (1). Podobně vyhovují všechny kombinace, v nichž se vyskytnou dvě šestky. Počet těchto kombinací je dán kombinačním číslem:

$$C_{24}(4) = \binom{4}{2} = 6 \qquad (2)$$

Abychom získali výslednou pravděpodobnost, musíme v tomto případě vzorec (1) ještě násobit počtem všech možných kombinací daného jevu, v našem případě číslem 6. Na základě těchto úvah lze zformulovat obecný vztah pro pravděpodobnost, že při N opakování navzájem nezávislých pokusů se v n případech vyskytne jev A. Tato pravděpodobnost je dána vztahem :

$$Pn = p^n (1-p)^{N-n} \frac{N!}{n!(N-n)!} \qquad (3)$$

což je tzv. BERNOULLIHO ROZDĚLENÍ.

Studovaný problém lze na základě výše uvedeného rozboru formulovat takto:

Mějme vzorek radioaktivní látky a předpokládejme, že obsahuje N atomů a nechť pravděpodobnost toho, že se jeden atom rozpadne za jednotku času, je p. Otázka zní, jaká je pravděpodobnost, že za jednotku času zaregistrujeme n rozpadů. Protože z hlediska výsledného záření je lhostejné který atom se právě rozpadl, je celková pravděpodobnost toho, že za jednotku času naměříme n impulsů , dána Bernoulliovým rozdělením (3). Za předpokladu N >> n , tj. že počet rozpadlých atomů za jednotku času vůči celkovému počtu atomů ve vzorku lze zanedbat, platí:

$$(1-p)^{N-n} \approx (1-p)^{N} \approx 1 - Np \approx e^{-Np}$$
$$\frac{N!}{(N-n)!} \approx N^{n} \qquad (4)$$

takže námi hledanou pravděpodobnost lze upravit na tvar:

$$P_n = \frac{(pN)^n}{n!} e^{pN} \qquad (5)$$

což je známe Poissonovo rozdělení. Protože při měření je spíše dostupná střední hodnota počtu rozpadů než počet atomů ve vzorku a pravděpodobnost rozpadu jednoho atomu za časovou jednotku, nahradíme tyto veličiny ve vzorci (5) vypočtenou střední hodnotou. Střední hodnota počtu rozpadů za jednotku času <n> je :

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} nPn = \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{(pN)^n}{n!} e^{-pN} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(pN)^{n-1}}{(n-1)!} = pN \cdot e^{-pn} \cdot e^{pN} = pN \qquad (6)$$

takže po dosazení za (5) dostáváme vztah pro Poissonovo rozdělení ve tvaru :

$$P_N = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \qquad (7)$$

harakteristika a mrtvá doba Geiger-Müllerova počítače

Geiger-Müllerův počítač (dále jen GMP) je založen na využití ionizačních účinků záření. Je tvořen válcovou katodou, v jejíž ose je uložena tenká anoda, tvořená zpravidla wolframovým drátkem. Celý systém elektrod je uzavřen v baňce s inertní plynovou náplní (argon, neon). GMP pracují v takovém režimu, kdy elektrony vzniklé primární částicí v počítači se mezi dvěma srážkami urychlí elektrickým polem natolik, že jsou schopny ionizovat další neutrální atomy. Takto vzniklé sekundární elektrony ionizují další atomy, takže na anodu dopadne celá lavina elektronů. Tím vzniká tzv. zesílení v plynu; náboj na elektrodách potom nezávisí na primární ionizaci, ale je dán pouze vlastnostmi počítače.

Vznik lavin je spojen s vysíláním fotonů, neboť kromě ionizace dochází též k excitaci atomů, které při přechodu do základního stavu vyzáří excitační energii ve formě fotonů. Tyto fotony mohou fotoefektem způsobit uvolnění elektronů z katody, čímž by došlo k rozšířen výboje do celého počítače. Pro správnou funkci počítače je proto nutné zhášení výboje a jeho omezení pouze na primární lavinu.

Zhášení výboje lze uskutečnit zařazením velkého odporu do obvodu GMP, takže při vzniku výboje se zvětší úbytek napětí na tomto odporu a napětí na GMP klesne pod zhášecí napětí.

Druhým, v současnosti prakticky jedině používaným typem jsou tzv. samozhášecí počítače. U těchto počítačů se k základní plynové náplni přidává směs tzv. zhášecích plynů (par lihu, methylenu, případně etanu), které mají vysoký koeficient absorpce fotonů. Energie pohlcených fotonů způsobí disociaci molekul příměsi, což má za následek stárnutí náplně a tudíž omezení života počítačů na cca 10^8-10^{10}impulsů.

Umístíme-li GMP do blízkosti zdroje konstantního záření, pak počet impulsů N naměřený za jednotku času se mění s rostoucím napětím. Tato závislost se nazývá charakteristika Geiger-Müllerova počítače a je znázorněna na obr. 1

Počítač začíná registrovat částice až od určitého napětí U_S. Velikost impulsu zde závisí na primární ionizaci, takže jsou registrovány pouze impulsy odpovídající částicím s nejvyšší energií. Se vzrůstajícím napětím dochází v důsledku vzniku sekundární ionizace ke zvětšování výšky pulsů, je jich registrováno více až při napětí U_G nazývaném Geigerův práh dosáhnou všechny stejné velikosti. Při dalším zvyšování napětí až do určité hodnoty U_D je počet registrovaných částic téměř konstantní. Tato oblast se nazývá plato; bývá dlouhé minimálně 100V. Při zvyšování napětí nad hodnotu U_D se začne zvyšovat počet sekundárních výbojů, což se projeví opětným zvýšením registrovaných impulsů; posléze by došlo až k trvalému výboji a následnému zničení GMP. Vznik sekundárních výbojů je způsoben nedostatečným zhášením a tím, že při rostoucím napětí roste pravděpodobnost vzniku sekundárních lavin.

Pracovní napětí počítače U_P (neboli pracovní bod) se volí uprostřed plata. Protože nenulová pravděpodobnost vzniku sekundárních lavin je i v oblasti plata, není počet registrovaných impulsů v závislosti na napětí konstantní, ale mírně stoupá. Velikost sklonu plata je další důležitou charakteristikou počítače a udává se v procentuelním přírůstku počtu zaregistrovaných impulsů vzhledem k počtu impulsů registrovaných v pracovním bodě počítače na 100V podle vztahu:

$$s = \frac{N_D - N_G}{N_P\left(U_D - U_S\right)} \qquad (1)$$

kde N_G, N_D a N_P je po řadě počet pulsů registrovaných při napětí U_G, U_D a U_P. U nejlepších počítačů bývá sklon menší než 0,03% na 100V; v řadě aplikací však stačí počítače se sklonem plata do 1%.

Po rozvinutí výboje vznikne v okolí anody v důsledku menší pohyblivosti iontů kladný prostorový náboj, který brání dopadu dalších elektronů na anodu. Částice, která v tomto okamžiku vnikne do GMP nevytvoří impuls a nebude tedy registrována. Iontový oblak se přesouvá směrem ke katodě a po určité době τ_D, nazývané mrtvá doba, může částice vniknuvší do počítače opět vytvořit impuls; výška tohoto impulsu bude ovšem nižší. Původní velikosti dosáhnou impulsy až po tzv. zotavovací době τ_Z, kdy většina prostorového náboje zrekombinuje. Při použití citlivých zesilovačů je rozlišovací doba $\tau = \tau_D + \tau_Z$, která musí uplynout mezi dvěma průlety částic, aby obě vytvořily stejně vysoký napěťový impuls, přibližně rovný mrtvé době τ_D (a je s ní většinou ztotožňována). Chyba způsobená mrtvou dobou se projeví zvláště při vysokých četnostech registrovaných částic. Kromě mrtvé doby

GMP existuje ještě zpoždění v elektronických obvodech, které je však minimálně o dva řády nižší a tudíž jej lze zanedbat.

Předpokládejme, že za jednotku času projde počítačem, jehož mrtvá doba je τ, A částic, z nichž je registrováno pouze M. Zřejmě platí $M < N$, neboť po každé zaregistrované částici je GMP po dobu τ necitlivý. Neuvažujeme-li překryv jednotlivých počítacích dob, je při zaregistrování M částic GMP necitlivý po dobu $M\tau$, takže doba, po níž je počítač schopen registrovat dopadající částice je $1 - M\tau$. Poměr mezi počtem prošlých a registrovaných částic za jednotku času je:

$$\frac{N}{M} = \frac{1}{1 - M\tau} \qquad (2)$$

Skutečný počet částic, které za jednotku času prošly GMP, je tedy:

$$N = \frac{M}{1 - M\tau} \qquad (3)$$

Mrtvá doba se měří nejčastěji metodou dvou zářičů. Její princip spočívá ve srovnání počtu pulsů registrovaných od dvou zářičů, přičemž nejdříve se měří počet pulsů registrovaných od každého zářiče zvlášť, potom od obou současně. Je nutné, aby oba zářiče měly přibližně stejné parametry.

Nechť N_1 a N_2 jsou počty částic, které dopadnou na počítač od zářičů 1 a 2. Počet částic, které dopadnou na počítač od obou zářičů současně potom bude:

$$N_{1,2} = N_1 + N_2 \qquad (4)$$

Je-li počet pulsů registrovaných od prvého zářiče M_1, od druhého M_2 a od obou současně $M_{1,2}$, bude podle (3) a (4) platit:

$$\frac{M_{1,2}}{1 - M_{1,2}\tau} = \frac{M_1}{1 - M_1\tau} + \frac{M_2}{1 - M_2\tau} \qquad (5)$$

odtud při zanedbání členu s τ^{2}:

$$\tau = \frac{M_1 + M_2 - M_{1,2}}{2M_1M_2} \qquad (6)$$

V případě, že nelze zanedbat pozadí vzhledem k naměřeným četnostem, je nutné jeho hodnotu od naměřených četností odečíst. Při hodnotě pozadí M_P přejde vztah (6) na tvar:

$$\tau = \frac{M_1 + M_2 - M_{1,2} - M_P}{2(M_1 - M_P)(M_2 - M_P)} \qquad (6')$$

Platnost posledních dvou rovnic je omezena předpokladem, že nedochází k překryvu mrtvých dob. Při vyšších četnostech tento předpoklad neplatí a skutečná necitlivá doba je menší než udávají výše odvozené vztahy. Lze předpokládat, že k překryvu nebude docházet, jestliže bude mrtvá doba maximálně rovna 10% průměrné prodle vy mezi průletem dvou částic počítačem. Na základě tohoto předpokladu lze odhadnout maximální četnost, kdy ještě platí vztahy (6) , resp. (6'). Například, bude-li mrtvá doba počítače 100μs, musí být střední prodleva mezi průletem dvou částic 1ms, což odpovídá četnosti 1000 impulsů za 1s.