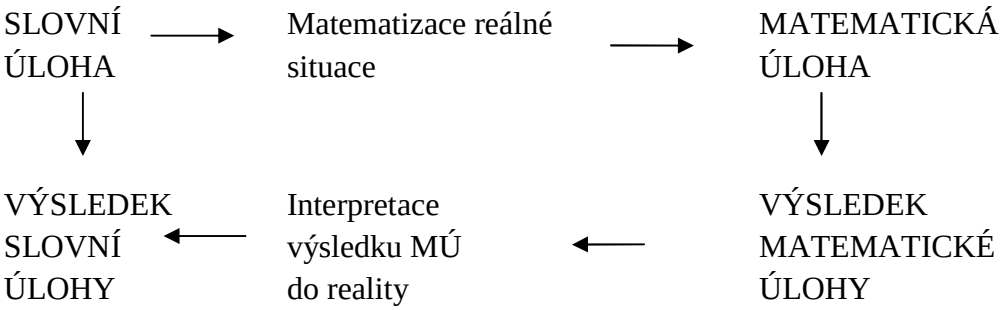
# SLOVNÍ ÚLOHY ŘEŠENÉ ROVNICEMI

**Růžena Blažková, Irena Budínová**

Slovní úlohy jsou úlohy, ve kterých jsou vztahy mezi známými a neznámými údaji vyjádřeny slovní formulací. Úkolem řešení slovních úloh je najít hledané údaje, tedy stanovit posloupnost operací, které je třeba s danými údaji provést, aby bylo možné odpovědět na otázku. K tomu je nutné porozumět textu zadání slovní úlohy, provést přepis textu do matematického jazyka – v tomto případě do rovnice či soustavy rovnic.

Schematicky:




Výsledek matematické úlohy nemusí být vždy výsledkem slovní úlohy. Mohou nastat případy, kdy matematická úloha má více řešení, avšak pro interpretaci do reality vyhovují jen některá řešení.

Řešení slovních úloh má na základní škole nezastupitelnou funkci. Mají **funkci**

- motivační – přibližují zavádění nových pojmů
- přispívají k rozvoji myšlení žáků
- aplikační - ilustrují použití učiva v praxi
- výchovnou – číslo je přesvědčivým argumentem
- přímo rozvíjí kompetence k učení, k řešení problémů, komunikativní, i další prostřednictvím námětů úloh.

**RVP**

**Číslo a proměnná**

- Operace v oboru N, Z, Q
- Řešení situací s využitím dělitelnosti, poměru,
- Aplikační úlohy na procenta

- Matematizace reálné situace s využitím proměnné
- Řešení reálných situací pomocí rovnic a jejich soustav

**Závislosti, vztahy, práce s daty**

- Práce se soubory dat, aktualizovanými daty
- Matematizace reálné situace s využitím funkčních vztahů (např. slovní úlohy o pohybu)

**Nestandardní aplikační úlohy a problémy**

Řešení úloh a problémů, hledání různých způsobů řešení (např. zápis jedné slovní úlohy pomocí lineární rovnice o jedné neznámé, nebo soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých).

**Postup řešení slovní úlohy**:

1. Analýza textu – Co máme vypočítat, které údaje jsou známé. Čtení textu s porozuměním dělá žákům problémy.
2. Označení neznámé. Důležité je stanovit neznámou tak, aby bylo možné vyjádřit další vztahy.
3. Matematický zápis vztahů mezi veličinami. Problémy činí zejména vyjadřování vztahů na porovnávání.
4. Sestavení rovnice (soustavy rovnic). Správně zaznamenat vztahy tak, aby se obě strany rovnice sobě rovnaly.
5. Vyřešení rovnice. Zde se projeví chyby v provádění operací (závorky – před závorkou "-„ , roznásobení závorek – dvou dvojčlenů, zlomky – všechny výrazy vynásobit společným jmenovatelem, chyby numerické, apod.)
6. Dvě zkoušky správnosti (zkouška správnosti slovní úlohy se neprovádí dosazením do rovnice – ta může být sestavena nesprávně, viz další příklad).
7. Odpověď na otázku slovní úlohy.

**Poznámka:** Při řešení slovních úloh dbáme na správný zápis jednotek. Máme dvě možnosti, jak postupovat:

1. Úlohu matematizovat a během řešení rovnice počítat pouze s čísly, k jednotkám se vracíme v odpovědi.
2. Jednotky důsledně zapisovat po celou dobu řešení.

Zásadně se však vyhýbáme smíšeným zápisům, kdy na jedné straně rovnice jednotky nepíšeme a na druhé ano – např. (viz př. 3) 0,8.380 = 304 Kč. Správný zápis: 0,8.380 Kč = 304 Kč.

**Typy příkladů**

1. *Anička si koupila tričko, svetr, který byl třikrát dražší než tričko a boty, které byly o 230 Kč dražší než svetr. Celkem zaplatila 1 980 Kč. Kolik Kč stály jednotlivé kusy, které si koupila?*

Označení neznámé: cena trička

Zápis vztahů: tričko … x

svetr …3x

boty …3x + 230

Sestavení rovnice: $x + 3x + 3x + 230 = 1\,980$

řešení rovnice: $7x + 230 = 1\,980$

$7x = 1\,750$

$x = 250$

Zkouška slovní úlohy: tričko 250

svetr 3. 250 = 750

boty 750 + 230 = 980

celkem 250 + 750 + 980 = 1 980

Odpověď: …

2. *Výdělek 99 000 Kč si rozdělili tři zedníci podle výkonu: druhý dostal o polovinu více než první, třetí dvojnásobek druhého. Kolik dostal každý zedník?*

Označení neznámé: odměna prvního zedníka

Zápis vztahů: 1. zedník …x

2. zedník … x + 0,5 x

3. zedník … 2(x + 0,5 x)

Zápis rovnice: $x + x + 0{,}5\,x + 2(x + 0{,}5\,x) = 99\,000$

Řešení rovnice: $5{,}5\,x = 99\,000$

$x = 18\,000$

Zkouška slovní úlohy: 1. 18 000 Kč

2. 18 000 Kč + 9 000 Kč = 27 000 Kč

3. 2 . 27 000 Kč = 54 000 Kč

Celkem: 18 000 Kč + 27 000 Kč + 54 000 Kč = 99 000 Kč

Odpověď …

3. *Tři žáci dostali dohromady 1235 Kč. První dostal o 20 % méně než druhý, třetí dostal o 45 % více než druhý. Kolik dostal každý žák?*

Označení neznámé: počet korun druhého žáka

Zápis vztahů: 2. žák … x

1.žák … 0,8 x

3.žák … 1,45 x

Sestavení rovnice: $0{,}8\,x + x + 1{,}45\,x = 1\,235$

Řešení rovnice: $3{,}25\,x = 1\,235$

$x = 380$

Zkouška slovní úlohy: 1. žák 0,8 . 380 Kč = 304 Kč

2. žák 380 Kč

3. žák 1,45 . 380 Kč = 551 Kč

Celkem 304 Kč + 380 Kč + 551 Kč = 1 235 Kč

4. *Při rozvozu zboží rozvezli 1. den jednu třetinu zásilky, druhý den dvě pětiny zbytku, třetí den 300 kusů. Kolik kusů zboží bylo v zásilce?*

Neznámá: počet kusů zboží v zásilce

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{5} \bullet \frac{2}{3}x + 300 = x$$

$5x + 4x + 4\,500 = 15\,x$

$$6x = 4\,500$$

$$x = 750$$

Zkouška SÚ 1. den … 250

2. den … 200

3. den … 300

Celkem: 750

Možné chyby: Nevynásobí všechny členy rovnice

5. *Cena encyklopedie byla snížena o 450 Kč, takže 4 knihy za novou cenu jsou o 600 Kč levnější, než byly 3 knihy za starou cenu. Jaká byla původní cena knihy a kolik Kč stojí po slevě?*

Neznámá: původní cena knihy

Rovnice: $4(x - 450) + 600 = 3x$

Řešení rovnice: $x = 1\,200$

Zkouška SÚ: stará cena 1 200

nová cena $1\,200 - 450 = 750$

$4 \cdot 750 = 3\,000$

$3 \cdot 1\,200 = 3\,600$ rozdíl 600.

Chyby: $4(x - 450) = 3x + 600$ (600 přičte špatně)

$x = 2\,400$

Pokud se dělá jen zkouška dosazením do rovnice, zkouška vyjde, avšak zkouška slovní úlohy nevyjde.

6. *Jaká je cena koně, když jedna desetina jedné poloviny ceny koně je jedna polovina.*

Neznámá : cena koně

Rovnice: $\frac{1}{10}.\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$

Problém žáků: vyjádření vztahů

7. *Počet mužů se v učitelském sboru snížil v jednom roce o 20 %, v dalším roce ještě o 75 %, takže nyní jsou na škole pouze dva učitelé muži. Kolik mužů původně na této škole učilo?*

Neznámá: počet mužů na škole původně.

Rovnice:

$$x = 10$$

Problém: počítají 0,75 x

8. *Sud je naplněn vodou z jedné třetiny objemu. Po odlití 5 litrů vody byl sud naplněn do jedné čtvrtiny. Jaký je objem sudu?*

Neznámá: objem sudu

Rovnice: $\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{4}$

$$x = 60$$

9. *Sad ovocných stromků byl vysazován během tří let. Ve druhém roce bylo vysázeno o 15% více stromků než v prvním roce, ve třetím roce bylo vysázeno o 40% méně než v prvním a druhém roce dohromady. Celkem bylo vysázeno 4 128 stromků.Kolik stromků bylo vysázeno v jednotlivých letech?*

Neznámá: počet stromků v prvním roce

Rovnice: $x + 1{,}15\,x + (2{,}15x - 0{,}4 \,.\, 2{,}15\,x) = 4\,128$

$$x = 1\,200$$

Problém: vyjádření 3. roku, počítání s desetinnými čísly. Procenta lze vyjádřit též zlomky se jmenovatelem 100.

10. *Otec je stejně stár jako je součet věků jeho pěti dětí. Ten činí 42. Za kolik roků bude jeho věk roven polovině součtu věku jeho dětí?*

Neznámá: počet roků, které uplynou

Rovnice: $2(42 + x) = 42 + 5x$

$$x = 14$$

**Slovní úlohy o směsích**

11. *Ze dvou druhů jablek – 1. druh v ceně 21 Kč za kg, 2. druh v ceně 13 Kč za kg – máme smíchat 50 kg směsi v ceně 17,80 Kč za kg. Kolik kilogramů každého druhu máme vzít?*

a) řešení lineární rovnicí o jedné neznámé: počet kilogramů dražších jablek označíme *x*, počet kilogramů levnějších jablek (50-*x*)

$$21x + 13(50-x) = 50.17{,}80$$

$$x = 30$$

obecně $ax+by=(x+y).c$

b) řešení soustavou dvou lineárních rovnic o dvou neznámých: počet kilogramů dražších jablek je $x$, levnějších jablek $y$

$$x + y = 50$$

$$21x+13y = 50.17{,}80$$

$x$=30, $y$=20

Odpověď: Vezmeme 30 kg dražších jablek a 20 kg levnějších jablek.

*12. Kolik litrů vody přidáme do 92% lihu, abychom získali líh 65%?* (65 dílů lihu a 27 dílů vody)

**Slovní úlohy o pohybu**

Před řešením úloh o pohybu je třeba se žáky s předstihem zopakovat:

a) převody jednotek času (1h = 60min, 1min=60s) a rychlosti (1 m/s =3,6 km/h, odvodit)

b) fyzikální vztahy pro rychlost, dráhu, čas, taktéž vyjadřování neznámé ze vzorce

c) skutečnost, že jestliže se dvě tělesa pohybují proti sobě, přibližují se k sobě rychlostí, která je rovna součtu rychlostí obou těles. Jestliže se dvě tělesa pohybují stejným směrem, těleso s větší rychlostí se přibližuje k tělesu s menší rychlostí takovou rychlostí, která je rovna rozdílu rychlostí obou těles.

Úlohy o pohybu lze řešit aritmeticky, pomocí rovnic, graficky.

*13. Vzdálenost měst A, B je 60 km. Z města A vyšel chodec průměrnou rychlostí 4 km za hodinu a současně proti němu vyjelo nákladní auto z města B. Jaká byla rychlost nákladního auta, jestliže se s ním chodec setkal za 1,2 hodiny?*

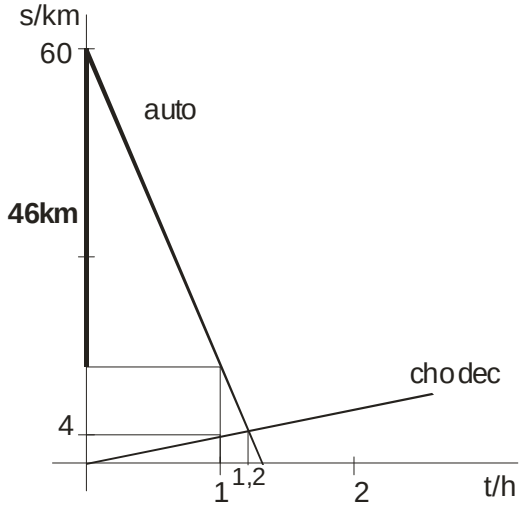
Zapíšeme známé a neznámé údaje: $s$=60 km, $v_1$=4 km/h, $v_2$=?, $t$=1,2 h. Je také vhodné zakreslit schematický obrázek situace pro lepší představu.

a) aritmetické řešení:

$s_1=v_1t$=4 km/h . 1,2 h = 4,8 km
$s_2$=60 km – 4,8 km = 55,2 km
$v_2=s_2/t=\frac{55{,}2\ km}{1{,}2\ h}$ =46 km/h
**Zkouška:** Postupujeme nazpět

b) řešení pomocí rovnice:
$s=s_1+s_2$
$s=v_1t+ v_2t \Rightarrow v_2=...$

c) graficky: volíme vodorovnou osu časovou, svislou pro dráhu, ze známých údajů (doba, kdy se setkali a rychlost chodce) zakreslíme grafy rychlostí obou dvou. Z grafu již vidíme (pokud rýsujeme přesně), že auto ujelo za hodinu 46 km.




14. *Na dvoukolejné trati se setkal rychlík s nákladním vlakem. Rychlík jel rychlostí 72 km za hodinu, nákladní vlak rychlostí 36 km za hodinu. Za jakou dobu budou od sebe vzdáleni 9 km?*

15. *Za traktorem, který jede rychlostí 18 km za hodinu, vyslali o 3,5 hodiny později osobní auto, které má traktor dohonit za 45 minut. Jakou průměrnou rychlostí musí automobil jet?*

**Úlohy o společné práci**

Pro řešení úloh o společné práci je nezbytné ujasnit vztahy mezi počtem hodin potřebných k vykonání určité práce a množstvím práce vykonané za 1 hodinu (2 hodiny, *x* hodin).

Např.: Traktorista zorá pole za 10 hodin. Jakou část práce vykoná za 1 hodinu (5 h, 12 h)? Jeden dělník vykoná určitou práci za 8 hodin, druhý by ji vykonal za 6 hodin. Jakou část práce vykonají za 1 hodinu (2 h, *x* h), budou-li pracovat společně? Dělník vykoná určitou práci za *a* hodin, učeň za *b* hodin. Za kolik hodin splní úkol při společné práci?

16. *Na splnění úkolu pracují dva dělníci. Jeden z nich by splnil sám úkol za 12 hodin, druhý za 10 hodin. Za kolik hodin splní úkol, budou-li pracovat společně?*

První dělník za hodinu udělá 1/12 práce, druhý 1/10 práce. Dohromady za hodinu udělají 1/12+1/10 práce, což můžeme označit jako *x*-tinu práce, celou práci proto udělají za *x* hodin:

$$1/12+1/10 = 1/x$$
$$x(1/12+1/10) = 1$$

$$x = \frac{60}{11} \cong 5{,}5$$

Zkouška: 1.dělník ... za 5,5 h ... přibližně 0,45 úkolu
2. dělník ... za 5,5 h .. přibližně 0,55 úkolu
1 úkol

**Poznámka:** Úlohy nemusíme vždy volit tak, aby vycházely „krásně“ (tj. celočíselně), aby se žáci také naučili zaokrouhlovat nebo vyjadřovat výsledek zlomkem.

17. *Na vyčištění mýtiny by potřeboval první dělník 12 hodin, druhý dělník 8 hodin. Druhý začal pracovat, když první měl 2 hodiny práce za sebou. Za kolik hodin dokončili práci společně?*

18. *Zásoba uhlí stačila na vytopení většího pokoje na 12 týdnů, menšího pokoje na 14 týdnů. Zpočátku se topilo 4 týdny v obou pokojích, pak jen v menším. Na kolik týdnů stačila zásoba uhlí?*

**Literatura:**

Blažková, R., Matoušková, K.: K problematice výuky řešení slovních úloh na základní škole. In: *Sborník prací Pedagogické fakulty MU v Brně,* svazek 122, s. 17-30. Brno: MU, 1987

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M.: *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy a projekty).* Brno: MU, 2011