

## SKUPINY S OPAKOVÁNÍM

**$k$ -členná variace s opakováním** z  $n$  prvků je uspořádaná  $k$ -tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše  $k$ -krát. Počet  $k$ -členných variací s opakováním z  $n$  prvků:

$$V(k, n) = n^k$$

Příklady:

- 1) Kolik dvojciferných čísel můžeme sestavit z číslic 1, 2, 5? [9]
- 2) Kolik trojiciferných čísel můžeme sestavit z číslic 0, 3, 5, 8, 9, jestliže se číslice mohou v zápisu opakovat? [100]
- 3) Kolik značek Morseovy abecedy lze sestavit, sestavujeme-li tečky a čárky do skupin o jednom až čtyřech prvcích? [30]
- 4) Kolik různých státních poznávacích značek pro automobily lze použít, je-li k dispozici 21 písmen a 10 číslic a značka se skládá ze tří písmen na prvních třech místech a dále za čtyř číslic? [92610000]

**Permutace s opakováním** z  $n$  prvků je uspořádaná  $k$ -tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vykytuje aspoň jednou. Počet permutací s opakováním z  $n$  prvků, v nichž se jednotlivé prvky opakují  $k_1, k_2, \dots, k_n$  – *krat* :

$$P(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$$

Příklady:

- 1) Kolik různých přesmyček lze sestavit ze slova KOLO? [12]
- 2) Kolik různých přesmyček lze sestavit ze slova MATEMATIKA? [151200]
- 3) Kolika způsoby můžeme sestavit 5 vagónů, když ve třech vagonech je písek a ve dvou je cement? [10]

**$k$ -členná kombinace s opakováním** z  $n$  prvků je neuspořádaná  $k$ -tice sestavená z těchto prvků tak, že každý prvek se v ní vyskytuje nejvýše  $k$ -krát. Počet  $k$ -členných kombinací s opakováním z  $n$  prvků:

$$K(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Příklady:

- 1) Určete kolika způsoby je možné rozmístit tři stejné kuličky do čtyř krabiček? [20]
- 2) Určete kolika způsoby je možné rozmístit čtyři stejné kuličky do tří krabiček? [15]
- 3) Kolika způsoby lze rozměnit stokorunu, máme-li k dispozici pět padesátikorun, čtyři dvacetikoruny, tři desetikoruny a tři pětikoruny? [7]
- 4) Kolik existuje trojúhelníků, z nichž žádné dva nejsou shodné a jejichž každá strana má jednu z velikostí 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm. [20]

Literatura:

CALDA, E.; DUPAČ, V. *Matematika pro gymnázia. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 2. vyd. Praha: Prométheus, 1993. 163 s. ISBN 80-85849-10-0