

MASARYKOVA UNIVERZITA  
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

# OPTIKA

Doc. RNDr. Petr Sládek, CSc.



Brno 2016

## 1. Optické záření

Optika je věda, která studuje zákonitosti světelných jevů, děje vzájemného působení světla a látky a otázku o povaze světla.

Světlo je složitý fyzikální jev. Je nositelem zvláštního druhu energie - energie zářivé. Jeho zákonitosti nám přibližuje elektromagnetická teorie (James Clerk Maxwell) a kvantová teorie (Max Planck). Obě tyto teorie (vzájemně nekompatibilní) nám poskytují pohled a vysvětlení různých světelných jevů.

Optika se tedy zabývá zářivou energií, jejími přeměnami, jejím šířením, efekty, kterým podléhá, efekty, které vyvolává a všemi jevy těsně s nimi souvisejícími, tedy i zdroji světla a jeho detekcí.

Otázka o povaze světla se táhne jako červená nit celou historií fyziky. Komplexnější model nabízí vlnová mechanika (Louis de Broglie), ale na otázku: „Co je světlo?“ neznáme úplnou odpověď. Přitom je zajímavé, že celá řada fundamentálních objevů a vztahů byla odvozena na základě zcela nesprávných představ o povaze světla - tyto vztahy (např. Fresnelovy vzorce) mají svou stálou platnost i nyní.

Existence lidstva a jeho praktická činnost je velmi úzce spjata s existencí světla. Bez světla bychom si nedovedli naši civilizaci vůbec představit. Rozvoj optiky jako vědy odpovídal rozvoji výrobních sil lidstva - optika musela řešit nejdůležitější otázky spojené s praktickou činností člověka od nejdávnějších dob.

### 1.1. Rychlost světla

Dlouho trvalo, než lidé dokázali měřit rychlost světla. Je zřejmé, že poprvé byla rychlost světla určena z astronomických pozorování (Galileo Galilei 1667), kdy velká dráha, kterou světlo urazilo, usnadňovala využít i málo přesných měření času.

J. D. Cassini (1672), Ital, se věnoval systematickému pozorování zatmění prvního Jupiterova měsíce. Naměřil určité zpoždění okamžiků vstupu tohoto měsíce do stínu planety i v okamžicích výstupu ze stínu. Jevilo se to tak, jako by rychlost pohybu měsíce kolem planety byla proměnná a závisle na vzdálenosti Jupitera od Země (perioda oběhu měsíce byla větší, když jeho vzdálenost od Země byl větší - to je ovšem nemožné a otázka zůstala záhadou.

**Klasická Römerova metoda** měření rychlosti světla z doby zatmění měsíčků planety Jupiter byla použita v roce 1675. Olaf Römer, Dán, vysvětlil tyto nepravidelnosti předpokladem o konečné rychlosti šíření světla.

Doba dvou po sobě následujících zatmění Jupiterova měsíce vykazovala v řadě dlouhodobých pozorování odchylky. Na základě měření vypočetl, že světlo potřebuje 22 minut k tomu, aby urazilo dráhu rovnou průměru oběžné dráhy Země kolem Slunce - správná hodnota je  $\Delta T = 16'36''$ .

$$T \pm \Delta T$$

Römer spojil tyto odchylky s různou vzdáleností Země od Jupitera (v důsledku pohybu Země kolem Slunce) a vypočetl odpovídající rychlost šíření světla.

$$c = 2,1 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

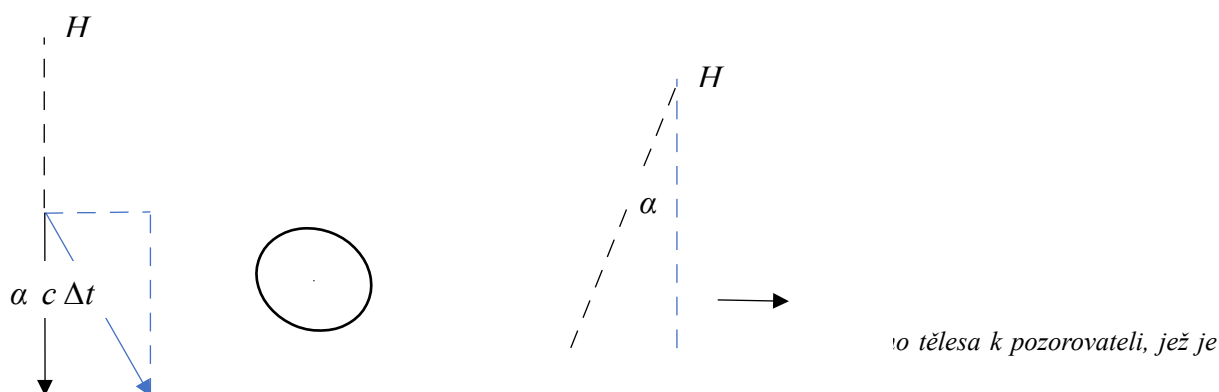
Na základě toho předpověděl okamžik příštího zatmění prvního Jupiterova měsíce a v důsledku shody referoval o svém objevu v Pařížské akademii věd, ale nebyl pochopen – dokonce Cassini od jeho závěrů o konečné rychlosti šíření světla distancoval.

Poprvé tedy ukázal, že rychlost světla je **konečná** a správně **určil její řád**.

Dalším významným mezníkem v historii bádání šíření světla bylo **Bradleyovo měření rychlosti z aberace světla**<sup>1</sup>, které bylo provedeno v roce 1728.

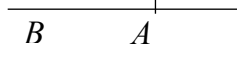
James Bradley, Angličan, pozoroval přesně svisle umístěným teleskopem průchody hvězdy  $\gamma$  v souhvězdí Draka a měřil její úhlovou vzdálenost od zemského pólu. Zjistil, že se tato vzdálenost v průběhu roku postupně mění tak, že se hvězda pohybuje vzhledem k pozadí po malé elipse, jejíž velké poloose odpovídá úhel odchylky 20 obloukových m vteřin. Nejedná se přitom o paralaktický posuv. Tento jev pozoroval i u dalších hvězd. Správně jej vysvětlil skládáním dráhy Země s teleskopem a dráhy světla od hvězdy v teleskopu během času, který světlo potřebuje k tomu, aby urazilo dráhu od objektivu k okuláru teleskopu. Tento jeho objev potvrdil Römerovu hypotézu ( $c = 2,9 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) odpovídal korpuskulárním představám světla.

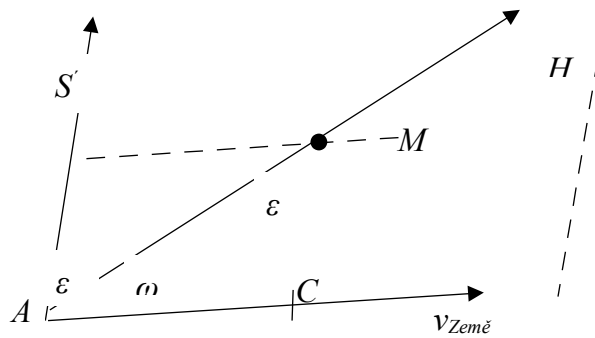
**Aberační úhel  $\alpha$**  je tedy úhel, o který je třeba natočit osu teleskopu, aby světlo hvězdy padlo do středu zorného pole.



$v \Delta t$  →

Země





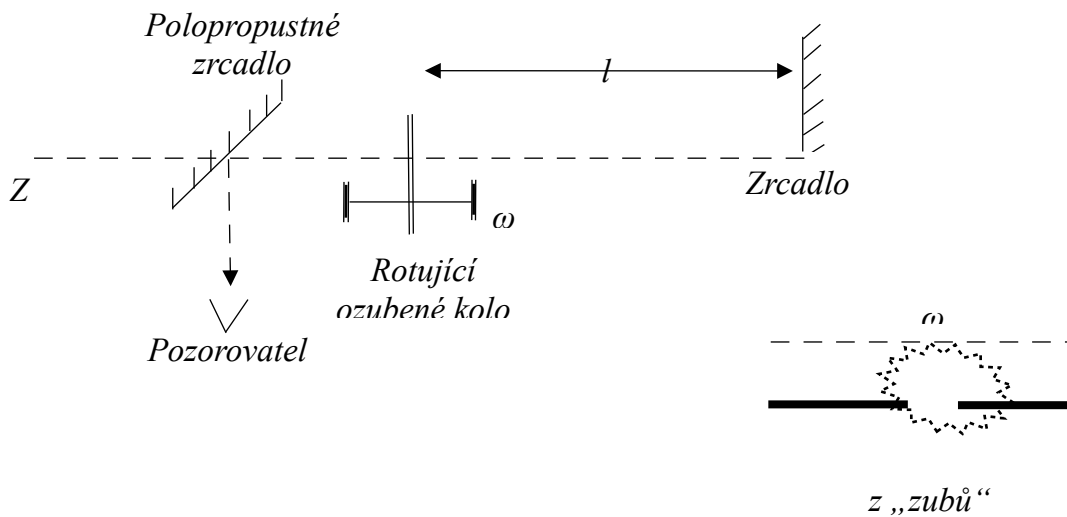
$$Ac = v_Z t$$

$$Mc = ct$$

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \omega} = \frac{Ac}{Mc} = \frac{vt}{ct}$$

$$\sin \varepsilon = \frac{v}{c} \sin \omega$$

Až si fyzikové alespoň řádově udělali představu o tom, jak obrovská je rychlost šíření světla, mohli vymýšlet laboratorní experimenty, které by ji umožnily přesně stanovit. Ale i tak **Fizeau** přichází až v roce 1849, aby pomocí svého rotujícího ozubeného kola poprvé v **laboratoři** rychlost světla určil.



Při prvním vymizení světla

Pootočení ozubeného kola o  $\alpha = \omega \cdot \Delta t$ . Světlo urazilo dráhu  $2l = c \cdot \Delta t$ .

$$c = \frac{2l\omega}{\alpha} = 2l \frac{2\pi f}{\frac{\pi}{z}} = 4lfz$$

Hodnoty dle Fizeaua:  $l = 8633 \text{ m}$ ,  $z = 720 \text{ m}$ ,  $f = 12,6 \text{ Hz}$ ,  $c = 3,13 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

V současné době se nejpřesnější měření rychlosti světla **neprovádí** na základě vztahu mezi rychlostí, dráhou a časem,

$$c = \frac{L}{t}, \quad (1.1)$$

ale na základě závislosti frekvence, rychlosti a vlnové délky

$$c = \nu \cdot \lambda. \quad (1.2)$$

**První přímé měření frekvence ve viditelné oblasti spektra** bylo provedeno v květnu 1972 v laboratoři NBS (National Bureau of Standards) ve Washingtonu **pro červenou čáru He-Ne laseru** ( $\lambda = 623,8 \text{ nm}$ )<sup>2</sup>. V podstatě se **nezávisle měří frekvence  $f$  a vlnová délka  $\lambda$  monochromatického záření laseru**, přičemž měření frekvence v optickém oboru není snadné.

Světlo o frekvenci  $\nu$ , emitované laserem, bylo pomocí elektrooptického modulátoru namodulováno mikrovlnnou frekvencí  $\omega$  (kolem  $10^{10} \text{ Hz}$ ), čímž se v jeho spektru objevily dvě frekvence:  $\nu + \omega$  a  $\nu - \omega$ . Pomocí Fabry-Perotova interferometru laděného na maximální propustnost pro obě složené frekvence bylo možné určit poměr  $\nu / \omega$ . Mikrovlnná frekvence  $\omega$  byla určena přímo na základě srovnání s primárním frekvenčním normálem, a proto bylo možné jednoznačně určit i hledanou optickou frekvenci nezávisle na jakýchkoli délkových měřeních. Hodnotu vlnové délky měřené čáry autoři převzali z nedávných měření prováděných rovněž v laboratořích NBS srovnáním s délkovým normálem. Výpočtem pak zjistili, že rychlost světla ve vakuu

$$c = (299\,792\,462 \pm 18) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Dosáhli tak asi pětikrát menší chyby, než je chyba klasických metod měření rychlosti světla podle vztahu (1.1), tj. z dráhy a času. Omezujícím faktorem pro dosažení větší přesnosti byla nedokonalá rovinnost použitých zrcadel Fabry-Perotova interferometru.

Druhé přímé měření frekvence světla<sup>3</sup>, provedené jinou metodou, bylo zakončeno jen o čtyři měsíce později. Bylo prováděno v infračervené oblasti pro čáru  $3,39 \mu\text{m}$ , vyzařovanou He-Ne laserem stabilizovaným metanem. Pomocí vhodných hrotových směšovacích diod, řetězce stabilizovaných laserů a klystronů se podařilo ve třech etapách porovnat frekvenci studované čáry s frekvenčními normály NBS. Měřeními frekvence rážů, které vznikly, bylo možné najít, opět nezávisle na jakémkoli délkovém měření, frekvenci studované čáry (kolem  $88 \text{ THz}$ ). Její vlnová délka byla určena srovnáním s vlnovou délkou oranžové čáry  $^{86}\text{Kr}$ , jež je normálem pro jednotku délky v soustavě SI. Přitom se ukázalo, že tato čára není jako normál zcela vyhovující, neboť je poněkud asymetrická, což nepříznivě ovlivnilo přesnost měření. Rychlost světla ve vakuu byla pak vypočtena ze vztahu (1.2):

$$c = (299\,792\,456,2 \pm 1,1) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1},$$

přičemž relativní chyba měření je pouhých  $3,5 \cdot 10^{-9}$ !

Při měření frekvencí stabilizovaných plynových laserů se ukázalo, že je možné s nimi měřit s velkou přesností i délky, a že by bylo možné je použít pro perfektní definici délkového normálu: jeden metr by mohl být definován jako jistý díl dráhy, kterou světlo urazí ve vakuu za jednu vteřinu. Tím se naskýtají nové možnosti, jak realizovat definice spousty dalších jednotek.

Rychlost šíření světla ve vakuu je fundamentální fyzikální veličinou vyskytující se (aniž víme proč) v nejružnějších oblastech fyziky. Proto je nutné znát její hodnotu co nejpřesněji.

## 1.2. Povaha světla

Spory o tom, zda světlo je vlnění nebo proud částic, se táhnou v historii fyziky celá staletí. Svědčí o tom, že komplexní jev, jakým světlo bezpochyby je, nelze vtěsnat do úzkého rámce pojmů, na které je člověk ze své praktické činnosti zvyklý. Pomineme-li představitele

<sup>2</sup> Bav Z., Luther G. G., White J. A.: Phys.Rev.Lett. 29 (1972), 189.

<sup>3</sup> Evenson K. M., Wells J. S., Petersen F.R., Danielson B. L., Day G. W., Barcer R. L., Hall J. L.: Phys.Rev.Lett. 29 (1972), 1346.

starověkých vědeckých škol (Euklides – ohmatávání předmětů paprsky z oka, Epikuros, Lukrecius – předměty emitují tenké blanky, které padají do oka), jsou jednotlivými etapami vývoje představ o světle tyto osobnosti: Huygens, Newton, Maxwell, Planck a Einstein.

### 1.2.1. *Vlnová teorie světla*

Jinak nazývána teorie ondulační, jejímž hlavním reprezentantem je Christiaan Huygens (1629 - 1695). Vycházela z představy, že **světlo je určitým druhem vlnění**. Světelný rozruch chápe tato teorie jako pružný impuls, šířící se ve zvláštním prostředí - **éteru** - který zaplňuje všechny prostor jak uvnitř předmětů tak i mezi nimi. Ohromná rychlost, se kterou se světlo šíří ve vzduchu nebo ve vakuu, je způsobena mimořádnou pružností a hustotou tohoto hypotetického éteru. Na základě své teorie Huygens správně odvodil vztah pro odraz a lom světla na rozhraní dvou prostředí. **Zákon lomu** byl odvozen ve tvaru:

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{v_1}{v_2} , \quad (1.3)$$

kde  $v_1$  a  $v_2$  jsou příslušné rychlosti šíření světla v prvním a druhém prostředí,  $\varphi_1$  je úhel dopadu a  $\varphi_2$  úhel lomu. Tento vztah byl dokonale experimenty potvrzen až v roce 1850. Na základě této teorie bylo možné vysvětlit i jevy interference, difrakce a polarizace světla.

### 1.2.2. *Korpuskulární teorie světla*

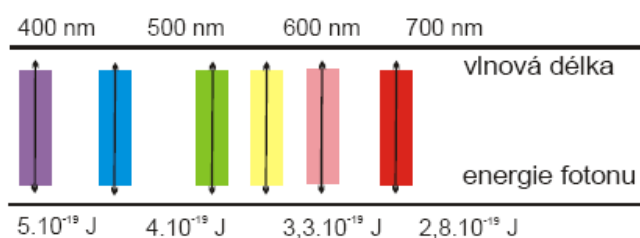
Teorie emanační, rozpracovaná Isaacem Newtonem (1642 - 1727), si **světelný paprsek představovala jako proud světelných částic** (malé pružné kuličky), šířících se prostorem podle zákonů klasické mechaniky. Je zřejmé, že pokusy o vysvětlení lomu pomocí mechanických představ přivedly zastánce této teorie k nezdaru. Zato mnohem později objevený fotoelektrický jev mohl být správně vysvětlen na základě zmodernizovaných představ světla jako proudu částic - fotonů.

### 1.2.3. Teorie elektromagnetická

Tuto teorii vytvořil James Clerk Maxwell (1831 - 1879). Prokázala, že **světlo je elektromagnetické vlnění o velmi krátké vlnové délce** (s frekvencí v rozsahu: 400 – 750 THz), které vnímáme okem. Ve zdroji světla vznikají vlivem elektricky nabitých částí atomu rozruchy, které se prostorem šíří jako rozruchy kmitavého elektrického obvodu. Lidské oko reaguje na elektromagnetické záření ve velmi úzké oblasti frekvencí. Jak je z *Tabulky 1* patrné, dokáže však poměrně dobře jednotlivé frekvence barevně odlišit.

Tabulka 1.1 : Dohodnuté oblasti barev

Viditelné světlo		
Barva	Vlnová délka ve vakuu	Frekvence (THz)
červená	780 - 622	384 - 482
oranžová	622 - 597	482 - 503
žlutá	597 - 577	503 - 520
zelená	577 - 492	520 - 610
modrá	492 - 455	610 - 659
fialová	455 - 390	659 - 769



Světlo je tedy jenom poměrně velice úzkou částí spektra elektromagnetických vln. Jak je z diagramu (*Tabulka 1.2*) patrné, tyto vlny obsahují bohatý rejstřík nejrůznějších fyzikálních jevů, od gama záření, přes rentgenový paprsky, ultrafialové, viditelné a infračervené záření k mikrovlnám a radiovým vlnám.

Každá oblast spektra elektromagnetických vln má svoje specifické zdroje v mikrosvětě, a každá z těchto oblastí se rozvíjela poměrně izolovaně.

V této souvislosti je zajímavá zejména oblast mikrovln, Bylo jí dosahováno dvěma způsoby: prodlužováním vlnové délky dalekého infračerveného záření a zkracováním vlnové délky radiovln.



$\nu$ frekvence [Hz]	$\lambda$ vlnová délka [m]	$h \cdot \nu$ energie fotonu [eV]	$h \cdot \nu$ energie fotonu [J]	Typy Elektromagnetických vln	Přírodní mikroskopické zdroje	Detekce	Výroba
$10^{22}$	$10^{-13}$	$10^6$ 1 MeV	$10^{-14}$	$\gamma$ - záření	atomová jádra	GM a scintilační počítače	urychlovače
	$10^{-10}$ 1 Å			Rentgenovo záření	vnitřní elektrony	ionizační komory	rentgenovy trubice
	$10^{-9}$ 1 nm	$10^3$ 1 keV		Ultrafialové záření	vnitřní i vnější elektrony	fotonásobiče fotonky	oblouk lasery
$10^{15}$	$10^{-6}$ 1 $\mu$ m	$10^0$ 1 eV	$10^{-18}$	Viditelné světlo	vnější elektrony	oko	lampy
$10^{14}$		$10^{-1}$ 10	$10^{-19}$	Infračervené záření	molekulární kmity a rotace	termočlánky bolometry	jiskra horká tělesa
$10^{13}$ 1 THz	$10^{-2}$ 1 cm		$10^{-20}$	Mikrovlny	elektronový spin		magnetrony
$10^9$ 1 GHz	$10^0$ 1 m	$10^{-6}$			jaderný spin		klystrony
$10^6$ 1 MHz	$10^2$ 1 km		$10^{-27}$			krystaly	permaktrony
$10^3$ 1 kHz	$10^5$	$10^{-11}$		Rádiové vlny		elektronické obvody	elektronické obvody
							generátory

Tabulka 1.2:

### Spektrum elektromagnetického záření

I když hovoříme o světle jako o jedné formě elektromagnetických vln, projevují se v některých pokusech i jeho korpuskulární vlastnosti. Světlo jako fyzikální jev má proto **dualistický charakter**, nelze je vyčerpávajícím způsobem popsat ani jako vlnu, ani jako částici. V současné době chápeme světlo jako **nespojité dávky elektromagnetického záření**. Dávky elektromagnetického záření nazýváme **energetické kvanta záření** nebo též **fotony**. Energie fotonu je tím větší, čím vyšší je kmitočet vlny, kterou je přenášen.

Podíl energie fotonu a kmitočtu vlny je univerzální konstantou, nazývanou Planckova konstanta a označovaná  **$h$** . Její hodnota je

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (1.4)$$

Foton má tedy energii

$$E = h \cdot \nu$$

Obsahuje-li elektromagnetická vlna s kmitočtem  $\nu$  celkem  $N$  fotonů, je energie této vlny  $N \cdot E = N \cdot h \cdot \nu$ .

Foton se pohybuje rychlostí světla a jeho hybnost je tedy s využitím vztahu (1.2)

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (1.6)$$

kde  $\lambda$  je příslušná vlnová délka, daná vztahem (1.2).

Ve vlnové mechanice je zcela analogicky hmotným částicím (např. elektronům) připisován vlnový charakter vztahy (1.5) a (1.6). Hybnost částice určuje její vlnovou délku, frekvence je pak určena celkovou energií. Oprávněnost takového postupu byla prověřena experimentálně např. difrakcí elektronového svazku.

## 2. Světelné vlny

Pro lepší pochopení vlastností světla, jako jedné z forem elektromagnetického vlnění, je vhodné si připomenout některé poznatky z oblasti kmitů a vlnění.

Jestliže nějaká funkce souřadnic a času

$$u = u(x, y, z, t) \quad (2.1)$$

vyhovuje diferenciální vlnové rovnici

$$u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2.2)$$

pak tato funkce popisuje postupnou harmonickou vlnu a veličina  $v$  je rychlost s jakou se vlna uvažovaným prostředím šíří. Zavedeme-li si vektor  $r = ix + jy + kz$  a šíří-li se vlnění ve směru vektoru  $P$ , pak může být postupná harmonická vlna popsána například vztahy

$$u(r, t) = A \cdot \sin(\omega t \pm p \cdot r) \quad (2.3)$$

nebo

$$u(r, t) = A \cdot \cos(\omega t \pm p \cdot r) \quad (2.4)$$

nebo exponenciálně

$$u(\vec{r}, t) = A \cdot e^{i(\omega t \pm p \cdot r)} \quad (2.5)$$

V těchto výrazech je hodnota  $A$  **amplituda vlny**,  $\omega$  její **kruhová frekvence**. **Vlnová délka**  $\lambda$  vlny je dráha, kterou vlnění urazí za jednu **periodu**  $T$ , tj.:

$$\lambda = v \cdot T \quad (2.6)$$

Platí vztah:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v \quad (2.7)$$

Ve většině případů si vystačíme s jednorozměrným případem, tj. s rovnicí vlny, která se šíří např. podél osy  $x$ . Pro ni můžeme psát např.:

$$u(x, t) = A \cdot \sin(\omega t \pm kx) \quad (2.8)$$

zde je  $k$  **vlnové číslo**, pro které platí:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2.9)$$

znaménko - odpovídá šíření vlny **ve směru osy  $x$** , znaménko + šíření **v opačném směru osy  $x$** . Fáze  $\varphi$  harmonické vlny je argument funkce sinus v rovnici (2.8):

$$\varphi = \omega t \pm kx \quad (2.10)$$

V tomto speciálním případě pro  $x = 0$  a v čase  $t = 0$  je  $u(0,0) = 0$ .

V obecnějším případě lze fázi vyjádřit vztahem

$$\varphi = \omega t \pm kx + \varphi_0, \quad (2.11)$$

ve kterém jsme zavedli tzv. počáteční fázi  $\varphi_0$ .

V tomto případě zřejmě  $u(0,0) = A \sin \varphi_0$ .

Rychlost šíření vlnění  $v$  je rovna rychlosti šíření bodu s konstantní fází, tj.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_\varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)_x \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)_t = \frac{\omega}{k} = v \quad (2.12)$$

Této rychlosti říkáme též **fázová rychlost**. Kromě ní definujeme ještě **grupovou rychlost** šíření modulace vlny nebo signálu

$$w = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.13)$$

Obě rychlosti, fázová a grupová, jsou spojeny Rayleighovým vztahem

$$w = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (2.14)$$

Grupová rychlost  $w$  může být rovna fázové rychlosti  $v$  (ve vakuu). Může být ale i větší nebo menší než fázová rychlost  $v$ : to závisí na **dispersi prostředí**, ve kterém se vlnění šíří.

Světlo jako elektromagnetické vlnění je popsáno **soustavou diferenciálních Maxwellových rovnic** - James Clark Maxwell (1865):

$$\left. \begin{array}{l}
\vec{\text{rot}}H = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \\
\vec{\text{rot}}E = -\frac{\partial B}{\partial t} \\
\text{div}D = \rho \\
\text{div}B = 0 \\
D = \epsilon E \\
B = \mu H
\end{array} \right\} \begin{array}{l}
\text{Maxwellův posuvný proud} \\
\text{Faradayův zákon elektromagnetické} \\
\text{Coulombův zákon} \\
\text{Biotův-Savartův zákon (Biotův-Savartův-Laplaceův zákon)}
\end{array} \quad (2.15)$$

Zde jsme označili:

$E$  vektor intenzity elektrické části elektromagnetické vlny (pole)

$H$  vektor intenzity magnetické části elektromagnetické vlny (pole)

$D$  - vektor elektrické indukce

$B$  - vektor magnetické indukce

$j$  - vektor proudové hustoty

$\rho$  - hustota prostorového náboje

$\epsilon$  - permitivita prostředí

$\mu$  - permeabilita prostředí, ve kterém se elektromagnetická vlna šíří

Pro charakteristiku prostředí zavádíme ještě relativní permitivitu a permeabilitu vztahy

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (2.16)$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (2.17)$$

kde jsme označili indexem nula permitivitu a permeabilitu **vakua**. Jejich číselné hodnoty jsou

$$\epsilon_0 = 8,859 \cdot 10^{-12} \text{ m}^{-3} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^4 \text{ A}^2$$

$$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \text{ A}^{-2}$$

Připomeneme si i význam operátorů:

Hamiltonův operátor (DEL):

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

Divergence:

$$\text{div} \vec{V} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Gradient:

$$\text{grad } S = \vec{\nabla} S = i \frac{S_x}{x} + j \frac{S_y}{y} + k \frac{S_z}{z}$$

Rotace:

$$\text{rot } \vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = i \left( \frac{V_z}{y} - \frac{V_y}{z} \right) + j \left( \frac{V_x}{z} - \frac{V_z}{x} \right) + k \left( \frac{V_y}{x} - \frac{V_x}{y} \right)$$

Laplaceův operátor:

$$\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Platí identita:

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{V}) = \text{grad}(\text{div } \vec{V}) - \Delta \vec{V}.$$

## 2.1. Chování vektorů $\vec{E}$ a $\vec{H}$ v dielektriku

V optice nejčastěji sledujeme šíření elektromagnetických vln v homogenním, izotropním a neabsorbujícím prostředí - v **dielektriku**. Pro toto prostředí je proudová hustota náboje nulová ( $\vec{j} = 0$ ) a prostorový náboj  $\rho = 0$ , navíc relativní permeabilita dielektrik je blízká 1 ( $\mu \approx \mu_0$ ). Tím se Maxwellovy rovnice (2.15) zjednoduší.

Dostáváme pro tento případ rovnice:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \right\} (2.1.1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \end{aligned} \right\} (2.1.1.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{div } \vec{E} &= 0 \end{aligned} \right\} (2.1.1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{div } \vec{H} &= 0 \end{aligned} \right\} (2.1.1.4)$$

(2.1.1)

Řešíme: na rovnice (2.1.1.1) a (2.1.1.2) aplikujeme operaci rotace a dosadíme:

$$\text{z (2.1.1.1):} \quad \text{rot}(\text{rot } \vec{H}) = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{H}) = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\text{z (2.1.1.2):} \quad \text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{E}) = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{ale} \quad \text{rot}(\text{rot } \vec{H}) = \text{grad}(\text{div } \vec{H}) - \Delta \vec{H} = -\Delta \vec{H}$$

$$= 0$$

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

$$= 0$$

Řešením soustavy těchto rovnic získáme jak pro vektor intenzity elektrického, tak i pro vektor intenzity magnetického pole vlnovou rovnici ve tvaru:

$$\begin{aligned}\vec{\Delta} E &= \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{\Delta} H &= \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (2.1.2)$$

## 2.2. Vlnová rovnice pro vektory $\vec{E}$ a $\vec{H}$ v dielektriku

Rychlost šíření vlnění v elektrického a magnetického vektoru v dielektriku je stejná a rovná se:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad (2.2.1)$$

Po dosazení příslušných hodnot permitivity a permeability vakua je rychlost šíření elektromagnetických vln ve vakuu rovna:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (2.2.2)$$

$$v = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = c$$

Tato rychlost je **totožná s rychlostí šíření světla ve vakuu** (světlo - elektromagnetické vlnění).

Poměr rychlosti šíření elektromagnetické vlny ve vakuu  $c$  a rychlosti šíření v daném prostředí  $v$  je absolutní index lomu prostředí  $n$ . Zřejmě platí

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (2.2.3)$$

Hledáme řešení vlnové rovnice pro  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  např.: ve tvaru rovinné vlny (tj. dost daleko od zdroje).

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{v} \quad \text{Vlnový vektor}$$

$$|\vec{v}| = 1 \quad \text{Jednotkový vektor normály k vlnoploše}$$

$$\vec{r} = \vec{r}(x, y, z) \quad , \quad \vec{v} = \vec{v}(v_x, v_y, v_z) \quad \text{Vektor - průvodič koncového bodu vektorů } \vec{E} \text{ nebo } \vec{H}$$



$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda} (v_x x + v_y y + v_z z)$$

$$\frac{\vec{E}}{x} = -i \frac{2\pi}{\lambda} v_x \vec{E} \quad , \dots , \quad \frac{\vec{E}}{t} = i\omega \vec{E}$$

$$\frac{\vec{H}}{x} = -i \frac{2\pi}{\lambda} v_x \vec{H} \quad , \dots , \quad \frac{\vec{H}}{t} = i\omega \vec{H}$$

Dosadíme do Maxwellové rovnice:  $\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = \dots = -i \frac{2\pi}{\lambda} [(-v_z E_y + v_y E_z) \vec{i} + \dots] = - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_x & E_y & E_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \vec{E} \times \vec{v}$$

$$, \quad \omega = \frac{2\pi}{\lambda} v ,$$

proto  $\vec{E} \times \vec{v} = -\mu v \vec{H}$

$$\vec{E} \perp \vec{H}$$

$$\vec{v} \perp \vec{H}$$

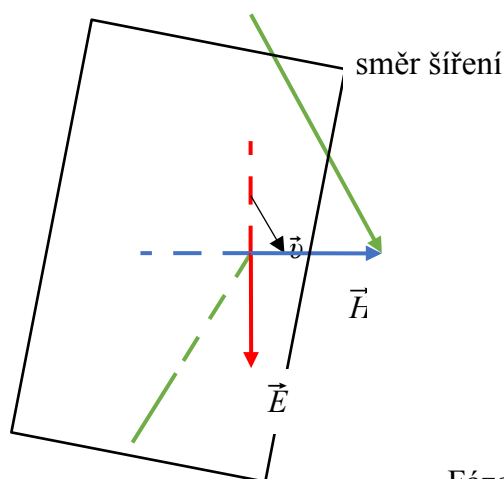
Analogicky, dosazením do Maxwellové rovnice:  $\text{rot } \vec{H} = -\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

dostaneme  $\vec{H} \times \vec{v} = -\epsilon v \vec{E}$

$$\vec{H} \perp \vec{E}$$

$$\vec{v} \perp \vec{E}$$

Vektory  $\vec{E}, \vec{H}, \vec{v}$  elektromagnetické vlny v dielektriku tvoří **pravotočivou soustavu**.

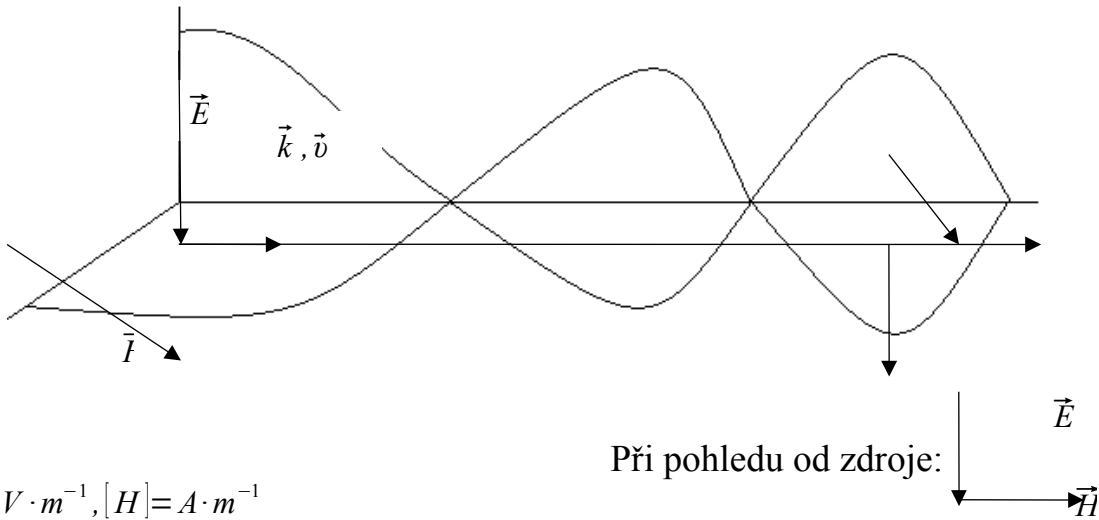


Fázová rovina (vlnoplocha)

od zdroje

Elektromagnetická vlna v dielektriku:

- Transverzální (příčná).
- Vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsou na sebe i na směr šíření vlny kolmé.



$$[E] = V \cdot m^{-1}, [H] = A \cdot m^{-1}$$

Pro velikosti  $\vec{E}$  a  $H$  dostáváme:

$$|\vec{E} \times \vec{v}| = \mu\nu |\vec{H}|$$

$$|\vec{E}| = E_0, |\vec{H}| = H_0$$

$$|\vec{E}| |\vec{v}| \sin(\vec{E}, \vec{v}) = E_0$$

$$\mu\nu |\vec{H}| = \mu\nu H_0$$

$$\left. \begin{array}{l} E \\ \mu\nu H_0 \end{array} \right\} = \mu\nu H_0$$

Upravíme:

$$\mu\nu = \mu \sqrt{\frac{1}{2\mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{2}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}}$$

V dielektriku:

$$\mu = \mu_0 (\mu_r = 1)$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \dots \text{relativní permeabilita prostředí}$$

Proto:

$$E_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_0$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{1,257 \cdot 10^{-6} H \cdot m^{-1}}{8,854 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}}} = 377 \Omega = Z_0$$

$Z_0 \dots$  vlnový odpor vakua

Kromě toho,  $\sqrt{\epsilon_r} = n$  je index lomu dielektrického prostředí.

Z definice:

$$n = \frac{c}{v}, c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0}$$

$$\mu = \mu_0$$

Proto:

$$n = \frac{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0}}} = \sqrt{\epsilon_r}$$

Pak velikost  $E_0$  a  $H_0$  splňují vztah:

$$E_0 = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_0$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad 377 \Omega \dots \text{ vlnový odpor vakua}$$

Vztah pro index lomu umožňuje prověřit Maxwellovy teorie (klíčový moment):

$$n = \sqrt{\epsilon_r}$$

z optických měření



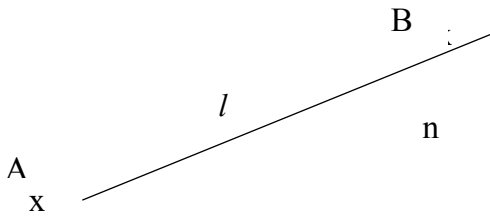
z elektrických měření

	n	$\sqrt{\epsilon_r}$
Vodík	1,00013	1,00013
Vzduch	1,000293	1,000294
Oxid uhličitý	1,000450	1,000482
Voda	1,33	8,94!

Lorentzova elektronová teorie disperze vysvětlovala tento nesouhlas ve prospěch Maxwellovy teorie:

$$\epsilon = \epsilon(f) = \epsilon'(\lambda)$$

V optice  $f \approx 10^{14} \text{ Hz}$ , při elektrickém měření  $\varepsilon_r f \approx 10^0 - 10^1 \text{ Hz}$



$l \dots$  geometrická dráha

$d = nl$  optická dráha

Ve vakuu...  $\lambda_0$

V prostředí indexu lomu...  $n$ :

$$\lambda = \frac{v}{c} \lambda_0 = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$n > 1 \rightarrow \lambda < \lambda_0$$

Na dané optické dráze  $d$  se v libovolném prostředí umístí stejný počet vlnových délek.

$$\Delta t = \frac{d}{c} = \frac{l}{v}$$

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\lambda_0}{d}$$

$$n_{\text{vzduch}} \approx 1,0003 \rightarrow d \approx l$$

### 2.3. Elektromagnetická vlna

Kmity vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  vytvářejí elektromagnetické pole a ve formě vlnění se prostorem šíří (ve vakuu rychlostí  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

#### Vlna příčná:

- Vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsou kolmé na směr rychlosti šíření.
- Jsou kolmé k sobě navzájem (v dielektriku).

#### Elektrický a magnetický vektor elektromagnetické vlny:

- Světelný vektor  $\vec{E}$  : je zodpovědný za zřetelný vjem, působí zčervenání fotografické emulze.
- Intenzita světla:  $I \propto E_0^2$

v komplexním tvaru:

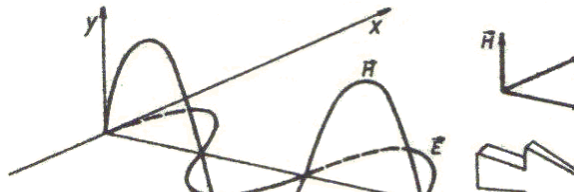
$$I = \vec{E} \cdot \vec{E}^*$$

Maxwellovým rovnicím vyhovuje funkce komplexní proměnné ve tvaru

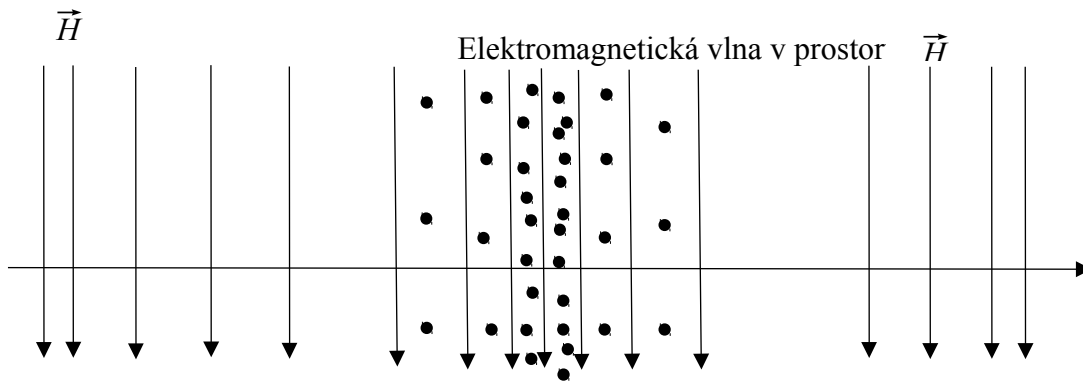
$$A \cdot e^{i\omega t} \quad \text{nebo} \quad A \cdot e^{i\omega \left( t - \frac{p}{v} \right)} \quad (2.3.1)$$

Okamžitý stav vektorů  $E$  a  $H$  na rovině stejné fáze (obr. 1) lze psát ve formě

$$\vec{E} = E_0 e^{i\omega \left( t - \frac{p}{v} \right)} \quad \vec{H} = H_0 e^{i\omega \left( t - \frac{p}{v} \right)} \quad (2.3.2)$$



$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$



Vektor  $\vec{E}$  :

• k nám                      • od nás

$\vec{H}$

• Rovinná vlna, vyjádřená těmito vztahy, se šíří ve směru  $\mathbf{p}$  rychlostí  $v$ . Veličiny  $E_0$  a  $H_0$  jsou její vektorové komplexní amplitudy.

V trigonometrickém vyjádření lze pro intenzitu elektrické části elektromagnetické vlny psát (pro případ šíření vlny podél osy  $z$ ) rovnici

$$\vec{E} = E_0 \sin \omega \left( t - \frac{z}{v} \right) = E_0 \sin(\omega t - kz) \quad (2.3.3)$$

Elektromagnetické záření je emitováno při přechodech excitovaných vnějších elektronů v atomech na hladiny s menší energií. Vlna je elektronem emitována po dobu asi  $10^{-8}$  s; v pozorovaném záření je tedy obrovské množství těchto kratičkových světelných pulsů, lišících se navzájem svojí fází. To má za následek, že každý klasický zdroj záření není ryze monochromatický, ale že v jeho záření jsou zastoupeny vlnové délky v jistém malém intervalu šířky  $\Delta\lambda$ . Doba, po kterou je ve výsledné vlně zachována konstantní fáze, se nazývá **dobou koherence**  $\Delta t$ . Dráha, kterou vlnění urazí za dobu koherence

$$\Delta l = v \cdot \Delta t \quad (2.3.4)$$

je **koherenční délka** uvažovaného zdroje záření. Šířka frekvenčního intervalu daného zdroje  $\Delta\nu$  je nepřímo úměrná době koherence, tj.

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\Delta t} \quad (2.3.5)$$

K pojmu koherenční délky se vrátíme při studiu viditelnosti interferenčních jevů (kap. 4).

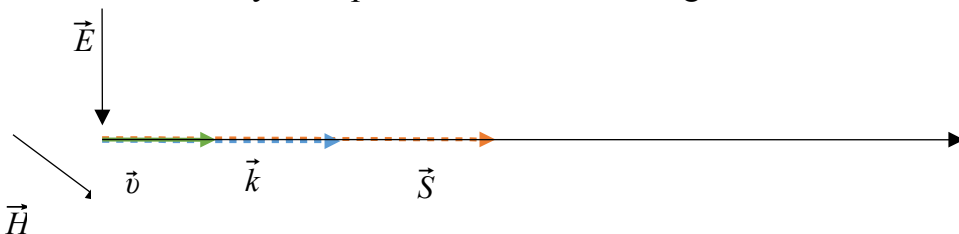
Světlo se jeví jako příčné (transversální) vlnění vektorů  $E$  a  $H$ . Oba vektory kmitají kolmo na normálu vlnoplochy (tj. kolmo na paprsek, obr.). Když si představíme, že světlo vychází od pozorovatele, tj. díváme-li se po směru šíření světla, je vektor  $H$  otočen vždy o  $90^\circ$  doprava (ve směru pohybu ručiček hodin) od vektoru  $E$ .

Energii, kterou přenáší elektromagnetické vlnění, lze charakterizovat Poyntingovým vektorem  $S$

$$S = E \times H \quad (2.3.6)$$

$$[E] = V \cdot m^{-1}, \quad [H] = A \cdot m^{-1} \quad \rightarrow \quad [S] = W \cdot m^{-2}$$

Plošná hustota výkonu přenášeného elektromagnetickou vlnou.



Velikost:

$$|\vec{S}| = |\vec{E} \times \vec{H}| = E_0 H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 = \varepsilon v E_0^2$$

Lze dokázat, že  $S$  vyjadřuje množství energie, které projde za jednu vteřinu jednotkovou plochou kolmou na směr šíření vlny.  $S$  tedy vyjadřuje plošnou hustotu výkonu a jeho rozměr je  $[\text{Wm}^{-2}]$  (tok energie plochou).

Pro rovinnou vlnu je okamžitá hodnota plošné hustoty výkonu elektromagnetické vlny se v daném místě mění s časem.

$$\vec{S} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \times \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} = (\vec{E}_0 \times \vec{H}_0) e^{2i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

Jelikož se okamžitá hodnota  $S$  v elektromagnetické vlně plynule mění, je vhodné stanovit jeho střední hodnotu za dobu 1 periody kmitů  $\langle S \rangle$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{S} dt = \frac{1}{2} \vec{E}_0 \times \vec{H}_0 = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2 \vec{p} \quad (2.3.7)$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \vec{E}_0 \times \vec{H}_0$$

Po dosazení:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon v E_0^2 \vec{v}$$

Ve vakuu pak:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 \vec{v}$$

Ve fotometrii této veličině dle ČSN 01 1301 říkáme hustota zářivého toku  $\varphi$  (viz kap. 8).  
Také platí:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon v E_0^2 = \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$$

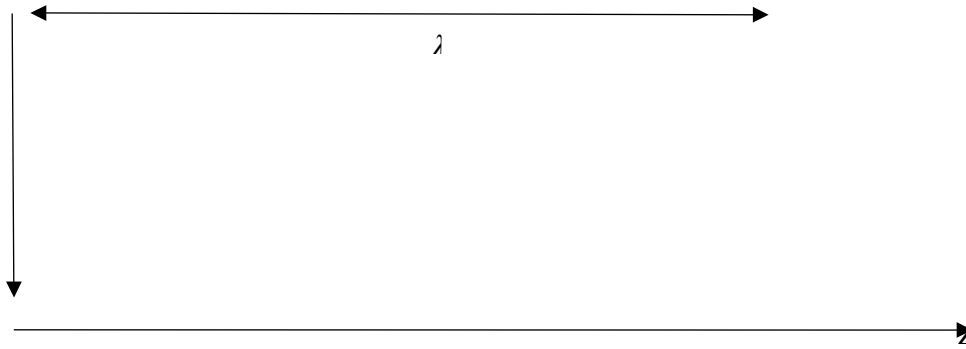
$$n = \sqrt{2\varepsilon_r} \quad \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2\mu}} \quad \mu = \mu_r \mu_0 \approx \mu_0$$

Hustota energie:

$$\varepsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2$$

V rovinné elektromagnetické vlně:



### 2.3.1. Postupné elektromagnetické vlny:

V bezprostřední blízkosti dipólu  $\left(d \frac{\lambda}{4}\right)$  jsou  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  fázově posunuty o  $90^\circ$ , ve větší vzdálenosti  $\left(d \gg \frac{\lambda}{4}\right)$  jsou vždy **ve fázi!**

### 2.3.2. Stojaté elektromagnetické vlny:

$\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsou fázově posunuty o  $90^\circ$ . (Elektromagnetická oscilace nejsou elektromagnetické vlny!!!)

## 3. Polarizace světla

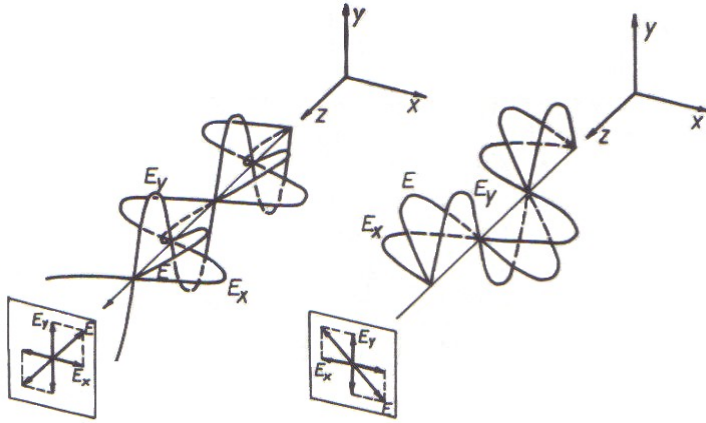
Vektory  $E$  a  $H$  elektromagnetické vlny kmitají ve fázové rovině, kolmé na směr šíření vlny. Koncový bod tzv. světelného vektoru  $E$  (a analogicky i koncový bod vektoru  $(\vec{H} = \vec{E} \times \vec{H})$ ) se obecně v prostoru otáčí kolem paprsku a opisuje v této fázové rovině jistou uzavřenou křivku (obecně elipsu).

Fázová rovina postupuje rychlostí  $\vec{v}$  prostorem – proto koncový bod  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  opisují v prostoru při své kmitavém pohybu v elektromagnetické vlně, obecně eliptickou šroubovici.

Vektor  $\vec{E}$  rovinné elektromagnetické vlny lze rozložit do 2 vzájemně kolmých směrů.

Vyšetříme dráhu koncového bodu světelného vektoru  $E$  pro případ elektromagnetické vlny, šířící se ve směru osy  $z$ . Koncový bod vektoru  $E$  se pohybuje v rovině  $xy$  a spolu s ní pak prostorem podél osy  $z$ . V nejobecnějším případě dostaneme v rovině  $xy$  elipsu - v prostoru se tedy koncový bod vektoru  $E$  pohybuje po eliptické šroubovici. Hovoříme, že uvažovaná vlna, resp. světlo je **elipticky polarizováno**. Zvláštními případy jsou pak vlny **lineárně** (obr.) nebo **kruhově** (obr.) **polarizované**. Smysl polarizace určíme tak, že zafixujeme určitý bod v prostoru (např.  $z = 0$ ) a sledujeme směr otáčení světelného vektoru pro různé časové okamžiky. Pozorovatel se přitom dívá směrem ke zdroji (světlo dopadá do jeho oka). Jestliže vidí otáčení vektoru  $E$  ve směru otáčí hodinových ručiček, jedná se o pravotočivou polarizaci. Když vidí otáčení vektoru  $E$  proti směru pohybu hodinových ručiček, pak se jedná o levotočivou polarizaci.





obr. Lineárně polarizované světlo

Matematicky lze typ a smysl polarizace určit snadno podle tvaru komplexní amplitudy v rovnici

(2.3.3). Je-li  $\vec{E}_0$  reálné, tj. v našem případě má tvar

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} \quad (3.1)$$

Složky  $E_x$  a  $E_y$  se mění **periodicky**, např.:

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t + \zeta)$$

$$E_y = E_{y0} \cos(\omega t + 2)$$

$\zeta, 2 \dots$  fáze osových složek při  $\vec{r} = \text{konstanta}$ .

Jako v případě skládání 2 izochronních kmitů najdeme trajektorii koncového bodu světelného vektoru  $\vec{E}$  ve fázové rovině – dostaneme rovnici elipsy.

$$\left(\frac{x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{y}{E_{y0}}\right)^2 - \frac{2xy}{E_{x0} E_{y0}} \cos \dot{\zeta}$$

Světlo (rovinná elektromagnetická vlna) **elipticky polarizováno**. Smysl polarizace – při pohledu **do** zdroje (světlo míří k pozorovateli):



•
•  
R
L  
Pravotočivá
Levotočivá  
Polarizace

Když rozdíl fáze  $2 - \xi = \mp \frac{\pi}{2}$  osy elipsy, po které se pohybuje koncový bod světelného vektoru, splývají s osami souřadnic.

Když přitom také  $E_{x0} = E_{y0}$ , jedná se o **kruhovou polarizaci**. Pokud je rozdíl fáze  $2 - \xi = \mp \pi$ , jde o **lineární polarizaci**.

**Azimut  $\alpha$**  (azimut je úhel, který svírá rovina kmitů se směrem osy x) lineárně polarizovaného světla:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{E_y}{E_x} \quad (3.2)$$

Je-li  $\vec{E}_0$  komplexní, jedná se o obecný případ elipticky polarizovaného světla (elektromagnetické vlny):

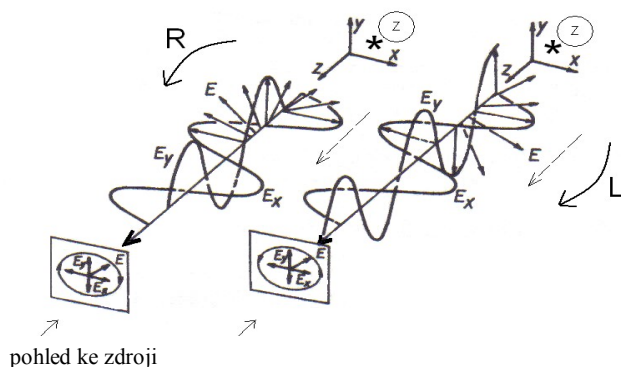
$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad \vec{E}_0 = iE_0 \pm jE_0' i \quad (3.3)$$

V případě, kdy  $E_0 = E_0'$ , tj. když

$$\vec{E}_0 = E_0 (i \pm i.j) \quad (3.4)$$

jedná se o světlo kruhově polarizované.

Ve smyslu nahoře podaných definic odpovídá pak znaménko + u imaginární části výrazů (3.3) a (3.4) **levotočivé polarizaci**, znaménko - u imaginární části těchto výrazů pak **pravotočivé polarizaci**



Pro shrnutí:

- Obecný tvar komplexní amplitudy – vlna **elipticky polarizovaná**.
- Když  $E_{x0} = E_{y0} = E_{00}$ , pak  $\vec{E}_0 = E_{00}(\vec{i} \mp i\vec{j})$  jde o vlnu **kruhově polarizovanou**.
- Když je  $\vec{E}_0$  reálné číslo, jedná se o vlnu **lineárně polarizovanou**.

## 4. Fotometrie

Světlo je viditelné záření hodnocené lidským zrakem. Proto se ve světelné technice neposuzují veličiny energetické (např. výkon  $[W]$ ), ale pracuje se s veličinami, které jsou založeny na zhodnocení světelné energie lidským zrakem. Přístroje pro měření světla musí vycházet z jeho citlivosti k záření různých vlnových délek.

**Fotometrické veličiny:**

### 4.1. Zářivá energie $W_e$

Energie přenášená elektromagnetickým zářením

$$dW_e = \langle \vec{S} \rangle dP \cdot dt$$

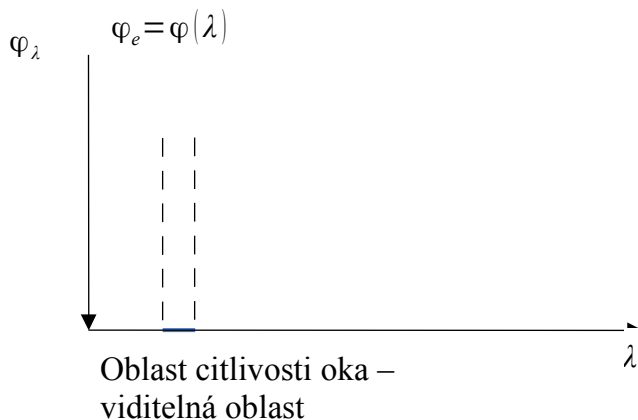
kde  $\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2 \vec{v}$  je střední hodnota Poyntingova vektoru.

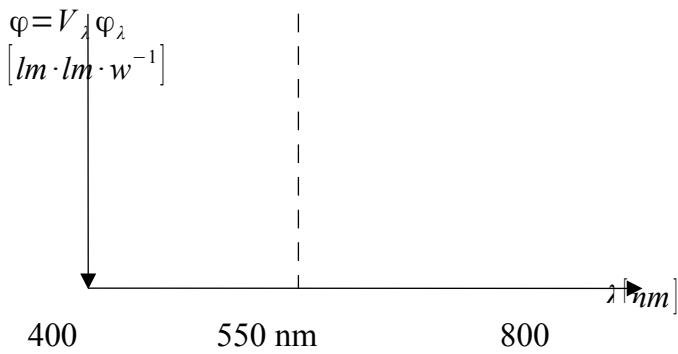
### 4.2. Výkon přenášený zářením

$$d\varphi_e = \frac{dW_e}{dt} = \langle \vec{S} \rangle dP$$

### 4.3. Zářivý tok

Tok energie  $\rightarrow$  **žářivý tok**  $\varphi_e [W]$        $\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2 \vec{v}$        $d\varphi_e = \langle \vec{S} \rangle d\vec{P}$





$V_\lambda$  ... poměrná světelná účinnost zář

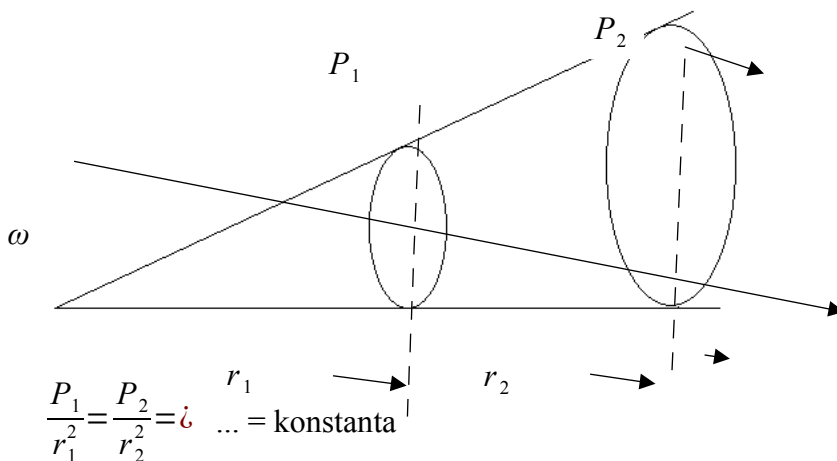
#### 4.4. Hustota zářivého toku

$$\varphi = \frac{d\varphi_e}{dP} = \langle \vec{S} \rangle [W \cdot m^{-2}]$$

#### 4.5. Světelný tok $\varphi_s [lm]$

Vyjadřuje schopnost zářivého toku  $\varphi_e$  vyvolat zrakový vjem. Je to tedy výkon zdroje přenášený zářením, zhodnocený normálním zrakem člověka. Jednotkou světelného toku je lumen (lm). Například světelný tok svíčky je 10 lm, stowattové žárovky 1300 lm a kompaktní 15wattové zářivky 900 lm. V katalogích výrobků světelně technický firem jsou kromě příkonu zdrojů ve wattech uvedeny i světelné toky zdrojů v (lm/W) a slouží k porovnání efektivnosti zdrojů světla. Např.: měrný výkon 100wattové žárovky je 13 lm/W, kompaktní zářivky 60 lm/W.

Světelná trubice = kužel se zdrojem ve vrcholu. Světelný tok jdoucí světelnou trubicí je stálý.



$$\frac{P_1}{r_1^2} = \frac{P_2}{r_2^2} = i \dots = \text{konstanta}$$

$$\frac{P}{r^2} = \omega \quad \text{prostorový úhel (steradián – sr)}$$

Plný prostorový úhel  $i 4\pi$  .

#### 4.6. Svítivost $I [cd]$

Vyjádřuje vlastnost zdroje světla. Základní fotometrickou veličinou a jednotkou v soustavě SI je **svítivost bodového zdroje**.

Definice: Zářivost je zářivý tok pro zafixovanou frekvenci (resp. Vlnovou délku ve vakuu). 1 kandela je svítivost v daném směru zdroje, který vysílá monochromatické záření frekvence 540THz

( $\rightarrow \lambda = 555\text{nm}$ ), a jehož zářivost v tomto směru činí  $\frac{1}{683}$  Wattů n steradián.

$$I = \frac{d\varphi_s}{d\omega} [cd]$$

Je to tedy část světelného toku světla, vyzářená do určité části prostoru (podíl světelného toku a prostorového úhlu). Jednotkou svítivosti je kandela (cd). Název je odvozen od anglického názvu „**ca**ndle“ pro svíčku – její svítivost je právě asi 1cd. Střední svítivost 100wattové žárovky do celého prostoru je asi 100 cd.

#### 4.7. Světelný tok $\varphi [lm]$

Vztahuje se k přenosu světla prostorem.

Jednotkou světelného toku je v SI odvozenou jednotkou: 1 lumen je světelný tok vyzařovaný do prostorového úhlu 1 sr bodovým zdrojem, jehož svítivost ve všech směrech je 1 cd.

$$1\text{lm} = 1\text{cd} \cdot 1\text{sr}$$

#### 4.8. Osvětlení $E [lx]$ ...“lux“

Určuje účinky světla při jeho dopadu na plochu tělesa. Osvětlenost je rovna poměru světelného toku

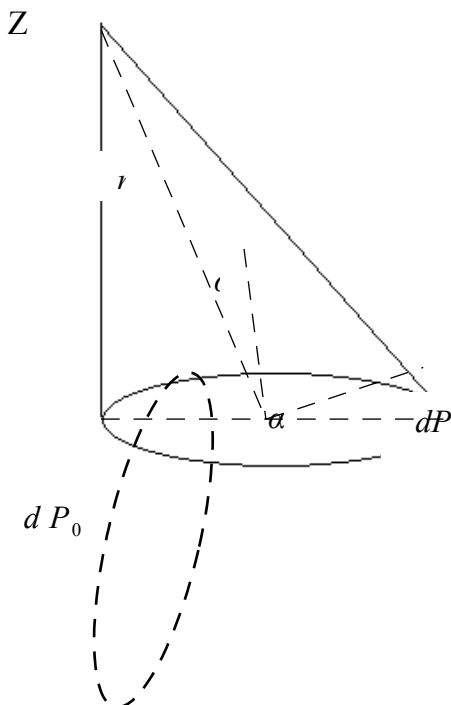
dopadlého na osvětlovanou plochu a velikost této plochy. Jednotou osvětlenosti je lux  $\left( lx = \frac{lm}{m^2} \right)$ . Ve

dne při zatažené zimní obloze je osvětlenost 5000 lx, v létě na slunci 70 000 lx a více.

$$E = \frac{d\varphi}{dP}$$

$$1\text{lx} = \frac{1\text{lm}}{1\text{m}^2}$$

Souvislost mezi E a I (pro bodový zdroj):



$$dP_0 = dP \cos \alpha$$

$$d\omega = \frac{dP_0}{r^2} = \frac{dP \cos \alpha}{r^2}$$

$$dP = \frac{r^2 d\omega}{\cos \alpha}$$

$$E = \frac{d\varphi}{dP} = \frac{d\varphi \cos \alpha}{r^2 d\omega} = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$$

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}$$

#### 4.9. Jas

Jas pozorovaného předmětu je důležitý pro hodnocení zrakové pohody. Jednotkou je  $\frac{cd}{m^2}$ . Při osvětlenosti 300 lx má bílý papír jas cca  $76 \frac{cd}{m^2}$ . Za dne mí obloha dle ročního období jas od 1500 do  $6000 \frac{cd}{m^2}$ . Jas travnaté louky je 150 až  $600 \frac{cd}{m^2}$ , je-li zataženo, a až  $2000 \frac{cd}{m^2}$  v létě za jasné oblohy. Hodnoty jasu za měsíčního osvětlení jsou řádově setiny.

Tyto veličiny byly zavedeny ještě před Maxwellovým objevem, že světlo je elektromagnetické vlnění.

Dnes bychom jednodušeji vycházeli z Poyntingova vektoru  $\langle \vec{S} \rangle$ . Osvětlení musí být pro činnost člověka optimální (ani málo, ani mnoho). V dnešní době se o správném osvětlení často hovoří. Je nezbytné opravdu kvalitní osvětlení na ulicích a u hlavních silnic, ale do jaké míry? – Zkuste se zamyslet a nad tím, kolik vzniká z venkovního osvětlení tepla...?!

Proto zde udáváme praktický přehled, kolik luxů by mělo být optimální osvětlení a na co.

#### Hygiena osvětlení

Prostor	lux
Ulice	1-10
Chodby	15
Obytné místnosti	30
Kanceláře	50
Hrubé práce	70
Jemné práce	200
Velmi jemné práce	300

#### 5. Vzájemné působení světla a hmotného prostředí

Šíření elektromagnetické vlny v homogenním izotropním dielektriku a na rovinném rozhraní dvou homogenních izotropních dielektrik. Energetické a fázové poměry na rozhraní: Fresnelovy vzorce, Fresnelovy amplitudy. Rozkládáme vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  na dvě navzájem kolmé složky.

- $p$  ...  $\parallel$  v rovině dopadu (TM... transverzálně magnetický mód)
- $s$  ...  $\perp$  kolmo k rovině dopadu (TE... transverzálně elektrický mód)

$i$  ... dopadající  
 $r$  ... odražená  
 $t$  ... lomená

} vlna

### 5.1. Šíření světla na rozhraní a v izotropním prostředí

(Na rozhraní dvou homogenních izotropních dielektrik)

Již před více jak dvěma tisíci lety Héron z Alexandrie věděl, že světelný paprsek vycházející z určitého bodu se po odrazu na rovinném zrcadle dostane do jiného bodu tak, že jeho dráha v prostoru je nejkratší. Tato skutečnost byla zobecněna Fermatem (1657) do známého tzv. **Fermatova principu**:

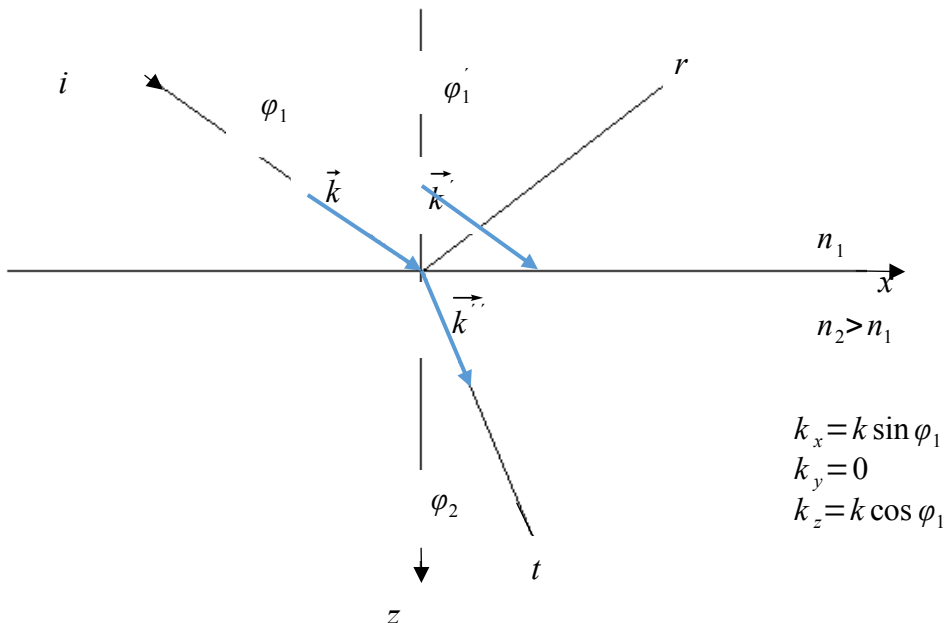
*Světelný paprsek se šíří prostorem tak, že jeho optické dráha je minimální.*

Optickou drahou  $d$  světelného paprsku rozumíme v homogenním prostředí výraz

$$d = n \cdot s$$

kde  $n$  je index lomu uvažovaného prostředí a  $s$  je geometrická dráha studovaného paprsku v tomto prostředí.

Z nauky o elektřině a magnetismu víme, že na rozhraní z dielektrik se zachovává tečná složka vektoru  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ . Zákon zachování tangenciálních složek intenzity elektromagnetického pole. Co to bude znamenat pro světlo jako elektromagnetickou vlnu? – Fresnel...  
 Rovina dopadu ( $x, z$ )



$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

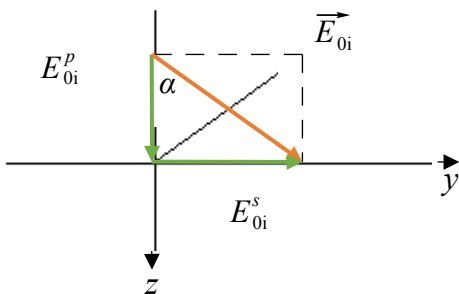
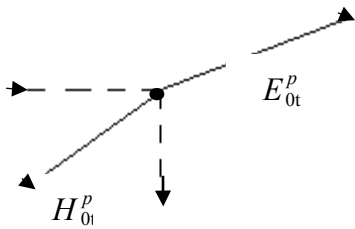
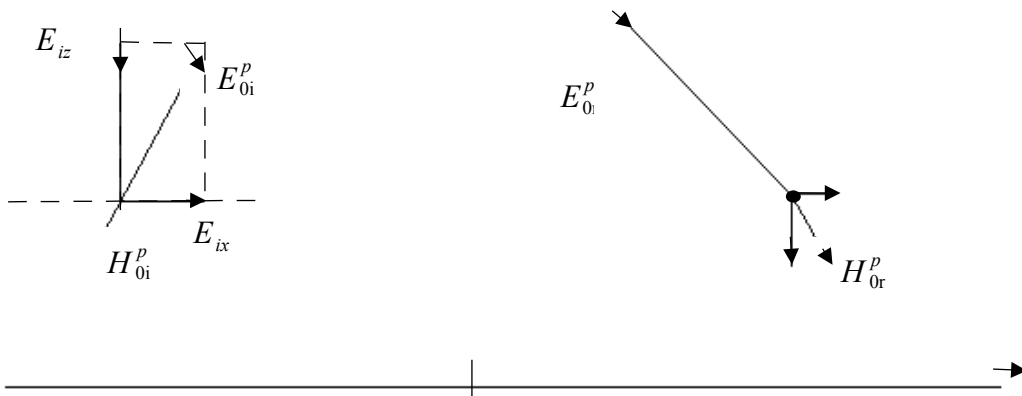
$$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} e^{i(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$\vec{k}, \vec{k}', \vec{k}''$  ... vlnové vektory

$$k = k' = \frac{2\pi}{\lambda_1} = 2\pi \frac{n_1}{\lambda_0}, \quad k'' = \frac{2\pi}{\lambda_2} = 2\pi \frac{n_2}{\lambda_0}$$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1}, \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_2}$$



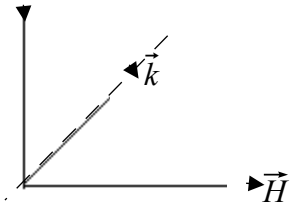
$$E_{0i}^p = E_{0i} \cos \alpha$$

$$E_{0i}^s = E_{0i} \sin \alpha$$

$\alpha$  ... azimut



$\vec{E}$  elektromagnetické vlně:

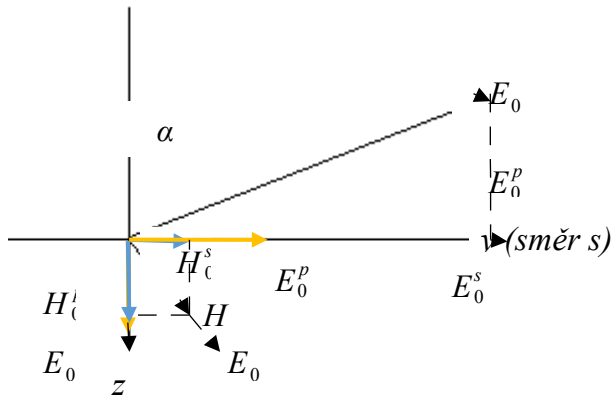


Pak máme:

$$\begin{array}{lll} E_{ix} = E_{0i}^p \cos \varphi_1 & E_{rx} = -E_{0r}^p \cos \varphi_1 & E_{tx} = E_{0t}^p \cos \varphi_2 \\ E_{iy} = E_{0i}^s & E_{ry} = E_{0r}^s & E_{ty} = E_{0t}^s \\ E_{iz} = -E_{0i}^p \sin \varphi_1 & E_{rz} = -E_{0r}^p \sin \varphi_1 & E_{tz} = -E_{0t}^p \sin \varphi_2 \end{array}$$

Pro intenzitu magnetického pole elektromagnetické vlny:

$$H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0 \rightarrow H_0 = n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 = \frac{n}{Z} E_0$$



Pootočením o  $90^\circ$  doprava ztotožníme směr  $E_0$  a  $H_0$ .

Pak platí:

$$\begin{array}{l} H_0^p = n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^s \\ H_0^s = n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^p \end{array}$$

Proto osové složky  $H_i, H_r, H_t$  jsou:

$$H_{ix}^p = -n_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_{0i}^s \cos \varphi_1 \quad H_{rx}^p = n_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_{0r}^s \cos \varphi_1$$

$$H_{tx}^p = -n_2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_{0t}^s \cos \varphi_2$$

$$H_{iy} = n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{0i}^p$$

$$H_{ry} = n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{0r}^p$$

$$H_{ty} = n_2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{0t}^p$$

$$H_{iz} = n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{0i}^s \sin \varphi_1$$

$$H_{rz} = n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{0r}^s \sin \varphi_1$$

$$H_{tz} = n_2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{0t}^s \sin \varphi_2$$

Našli jsme osové složky vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  v dopadající/odražené/prošlé rovinné vlně:

$$\left. \begin{aligned} E_{ix} &= E_{0i}^p \cos \varphi_1 \\ E_{iy} &= E_{0i}^s \\ E_{iz} &= -E_{0i}^p \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \text{Atd.}$$

$$\left. \begin{aligned} H_{ix} &= \frac{-n_1}{z_0} E_{0i}^s \cos \varphi_1 \\ H_{iy} &= \frac{-n_1}{z_0} E_{0i}^p \\ H_{iz} &= \frac{-n_1}{z_0} E_{0i}^s \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \text{Atd.}$$

$$z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_i &= \vec{E}_{0i} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ \vec{E}_r &= \vec{E}_{0r} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ \vec{E}_t &= \vec{E}_{0t} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \end{aligned} \right\} \text{Tvar našich rovinných vln}$$

Úhlový vlnčet:

$$k_x = k \sin \varphi_1, k_y = 0, k_z = \text{konst.}, \text{atd.}$$

Na rozhraní ( $z=0$ ) musí být splněny fázové a amplitudové podmínky:

a. Fázové podmínky:

$$e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = e^{i(\omega t - k \cdot \vec{r})}$$

tj.  $\vec{k} \cdot \vec{r} = k \cdot \vec{r} = k \cdot \vec{r}$

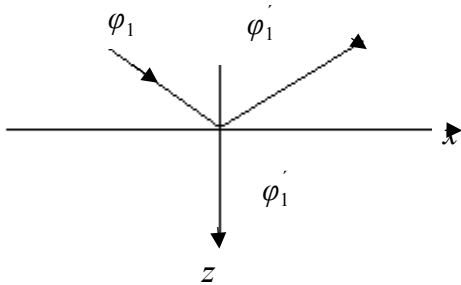
$$\varphi_1 = i \frac{2\pi n_2}{\lambda_0} x \sin \varphi_2$$

$$\varphi_1 = i \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} x \sin i$$

$$\frac{2\pi n_1}{\lambda_0} x \sin i$$

$$\sin \varphi_1 = \sin \varphi_1 n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2 \quad \text{Snellův zákon lomu!}$$

→  $\varphi_1 = \varphi_1$  resp.,  $\varphi_1 = \pi - \varphi_1$  Zákony odrazu!



Na základě Fermatova principu lze odvodit zákon odrazu a lomu světla na rovinném rozhraní dvou homogenních izotropních prostředí (obr.).

**Zákon odrazu**

$$\varphi_1 = -\varphi_1$$

\*)

**b. Amplitudové podmínky:**

Z analýzy Maxwellových rovnic plyne zákon zachování tangenciálních složek  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  při přechodu přes rozhraní. U nás tedy platí (rozhraní leží v rovině  $xy$ ):

$$E_{ix} + E_{rx} = E_{tx}$$

$$H_{ix} + H_{rx} = H_{tx}$$

$$E_{iy} + E_{ry} = E_{ty}$$

$$H_{iy} + H_{ry} = H_{ty}$$

Dosadíme:

$$\varphi_1 - E_{0r}^p \cos \varphi_1 = i E_{0t}^p \cos \varphi_2$$

$$\underline{\underline{E_{0i}^p \cos i}}$$

\*)\*) Znaménko minus odpovídá naší znaménkové konvenci - viz dále

$$E_{0i}^s + E_{0r}^s = E_{0t}^s$$

$$-n_1 E_{0i}^s \cos \varphi_1 + n_1 E_{0r}^s \cos \varphi_1 = -n_2 E_{0t}^s \cos \varphi_2$$

$$n_1 E_{0i}^p + n_1 E_{0r}^p = n_2 E_{0t}^p$$

Dělíme  $\frac{(1)}{(4)}$  :

$$E_{0i}^p \cos \frac{\varphi_1 - \dot{i} E_{0r}^p \cos \varphi_1}{n_1 E_{0i}^p + n_1 E_{0r}^p} = \frac{\cos \varphi_2}{n_2}$$

$$E_{0i}^p (n_2 \cos \varphi_1 - \dot{i} n_1 \cos \varphi_2) = E_{0r}^p (n_2 \cos \varphi_1 + n_1 \cos \varphi_2)$$

$$r_p = \frac{E_{0r}^p}{E_{0i}^p} = \frac{n_2 \cos \varphi_1 - \dot{i} n_1 \cos \varphi_2}{n_2 \cos \varphi_1 + n_1 \cos \varphi_2}$$

$p$  - složka - Fresnelovy amplitudy odraženého světla.

Analogicky  $\frac{(3)}{(2)}$  :

$$r_s = \frac{E_{0r}^s}{E_{0i}^s} = \frac{n_1 \cos \varphi_1 - n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1 + n_2 \cos \varphi_2}$$

$s$  - složka - Fresnelovy amplitudy odraženého světla.

Pro lomené světlo z vyjádření:  $\varphi_1 - E_{0r}^p \cos \varphi_1 = \dot{i} E_{0t}^p \cos \varphi_2$  a  $n_1 E_{0i}^p + n_1 E_{0r}^p = n_2 E_{0t}^p$  :

$$t_p = \frac{E_{0t}^p}{E_{0i}^p} = \frac{2 n_1 \cos \varphi_1}{n_2 \cos \varphi_1 + n_1 \cos \varphi_2}$$

$t_p$  ...  $p$  - složka - Fresnelovy amplitudy pro lomené světlo.

Analogicky z  $E_{0i}^s + E_{0r}^s = E_{0t}^s$  a  $-n_1 E_{0i}^s \cos \varphi_1 + n_1 E_{0r}^s \cos \varphi_1 = -n_2 E_{0t}^s \cos \varphi_2$  :

$$t_s = \frac{E_{0t}^s}{E_{0i}^s} = \frac{2 n_1 \cos \varphi_1}{n_1 \cos \varphi_1 + n_2 \cos \varphi_2}$$

$s$  - složka - Fresnelovy amplitudy pro lomené světlo.

**Fresnelovy vztahy** mohou být pro případ rozhraní dvou dielektrik zapsány ve dvou ekvivalentních formách (s použitím Snellova zákona a trigonometrických identit):

$$r_p = \frac{n_2 \cos \varphi_1 - n_1 \cos \varphi_2}{n_2 \cos \varphi_1 + n_1 \cos \varphi_2} = \frac{\tan(\varphi_1 - \varphi_2)}{\tan(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$r_s = \frac{n_1 \cos \varphi_1 - n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1 + n_2 \cos \varphi_2} = \frac{-\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$r_p = \frac{2 n_1 \cos \varphi_1}{n_2 \cos \varphi_1 + n_1 \cos \varphi_2} = \frac{2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

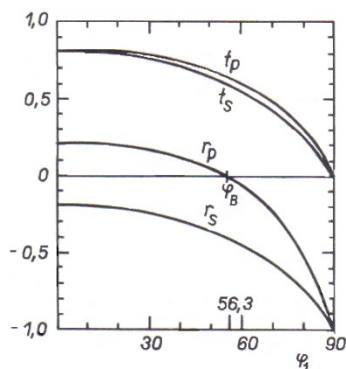
$$r_s = \frac{2 n_1 \cos \varphi_1}{n_1 \cos \varphi_1 + n_2 \cos \varphi_2} = \frac{2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Jak závisí fresnelovy amplitudy na úhlu dopadu  $\varphi_1$  ?

Nutno řešit konkrétně:

necht'  $n_1 = 1, n_2 = 1,5$

$$E_{0i}^p = E_{0i}^s = 1$$



Graficky lze znázornit pro konkrétní případ dopadu světla z vakua do skla ( $n_2 = 1,50$ ) závislost velikosti Fresnelových amplitud odraženého i lomeného světla na úhlu dopadu  $\varphi_1$  (obr.).

Z grafu je patrné, že existuje takový úhel dopadu  $\varphi_B$ , pro který je  $r_p = 0$ . Znamená to, že světlo, dopadající pod úhlem  $\varphi_B$  na rozhraní je po odrazu dokonale lineárně polarizováno tak, že elektrický vektor odražené vlny kmitá v rovině kolmé k rovině dopadu ( $r_s \neq 0$ ).

- Pro  $0 \leq \varphi_1 \leq 30^\circ$  se hodnoty Fresnelových amplitud nemění, lze tedy tyto úhly dopadu považovat z energetického hlediska za **kolmý dopad**.
- Pro  $\varphi_1 = \varphi_B$  je  $r_p = 0$

Tomuto úhlu dopadu říkáme **Brewsterův úhel**, a jak se lze snadno přesvědčit, platí pro něj vztah vycházející z:

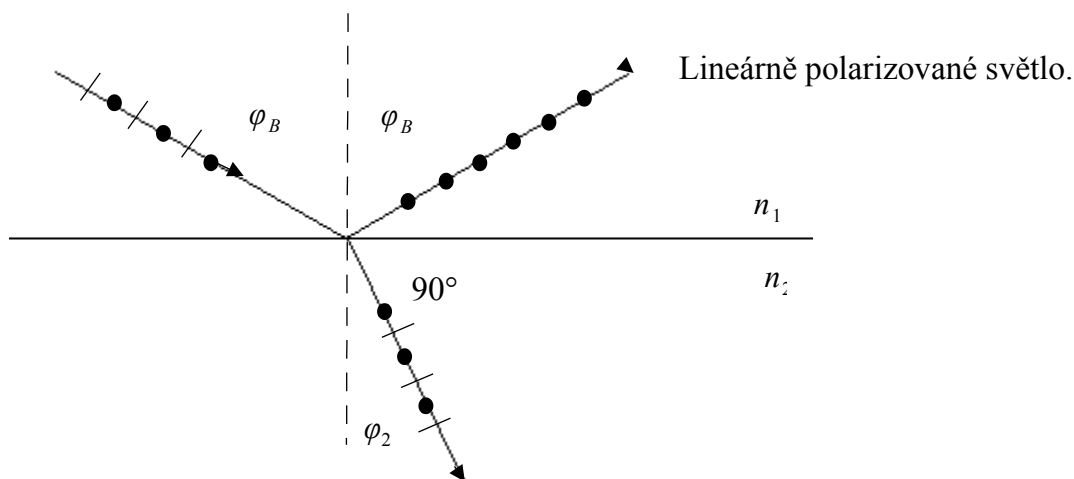
$$r_p = \frac{\tan(\varphi_B - \varphi_2)}{\tan(\varphi_B + \varphi_2)} = 0$$

$$\varphi_B + \varphi_2 = 90^\circ$$

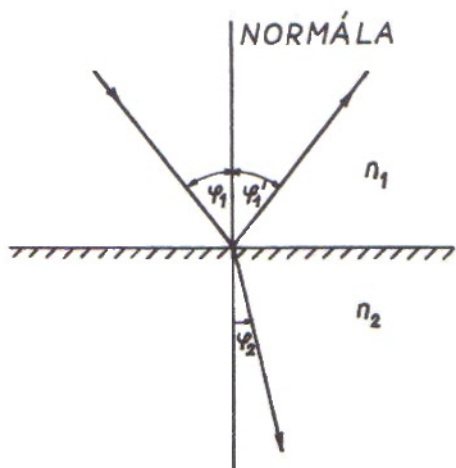
Proto  $n_1 \sin \varphi_B = n_2 \sin (90^\circ - \varphi_B)$  [ $\varphi_B = 56,3^\circ$ ]

$$\tan \varphi_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Brewsterův úhel:



$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$



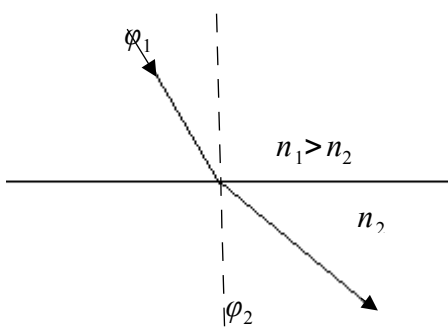
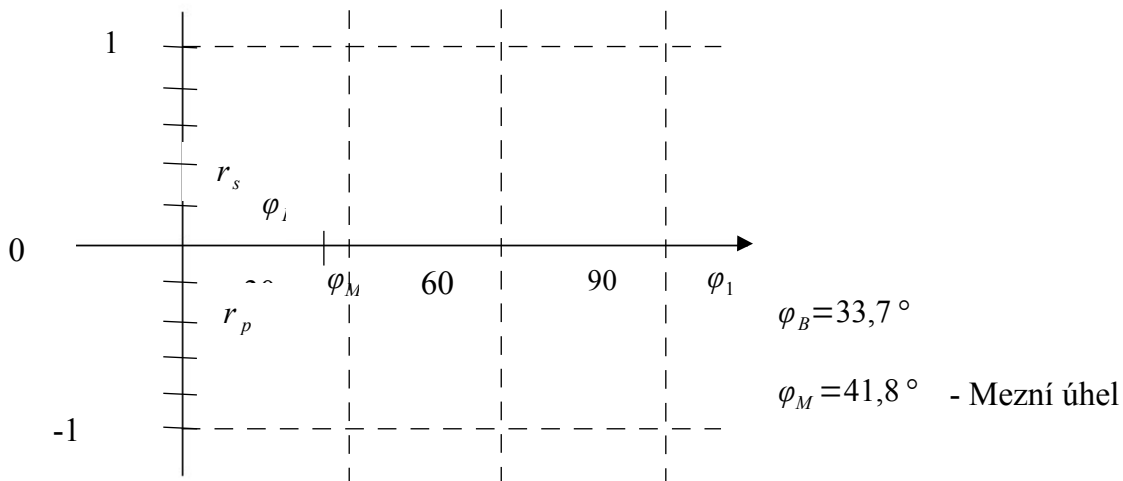
Příslušné úhly měříme od kolmice k rozhraní obou prostředí,  $n_1$  a  $n_2$  jsou odpovídající absolutní indexy lomu obou prostředí. Paprsky dopadající, odražený a lomený spolu s dopadovou normálou leží v jedné rovině, tzv. rovině dopadu (směr  $\mathbf{p}$ ). Rovina kolmá k rovině dopadu nám určuje tzv. polarizační rovinu (směr  $\mathbf{s}$ ). Ze zákona lomu je zřejmé, že existuje tzv. **mezní úhel** dopadu světla z opticky hustšího do opticky řidšího prostředí (tj.  $n_1 > n_2$ ), pro který je odpovídající úhel lomu roven  $90^\circ$ :

$$\varphi_m = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

Polarizace odrazem:

Brewsterova okénka v laseru (bezztrátový průchod p – složek světla)

Pro případ, že  $n_1 > n_2$  (konkrétně  $n_1 = 1,5, n_2 = 1, E_{0i}^p = 1$ ):



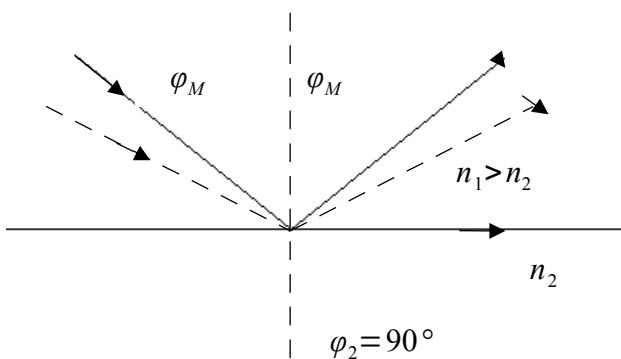
Pro úhly dopadu převyšující mezní úhel dochází k **totálnímu (úplnému) odrazu** světla. Této skutečnosti se využívá pro bezztrátové vedení světla ve světlovodech.

Lom od kolmice:  $\varphi_1 < \varphi_2$

$$n_1 \sin \varphi_M = n_2 \sin 90^\circ$$

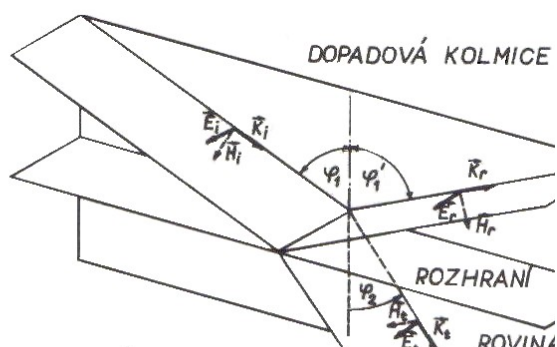
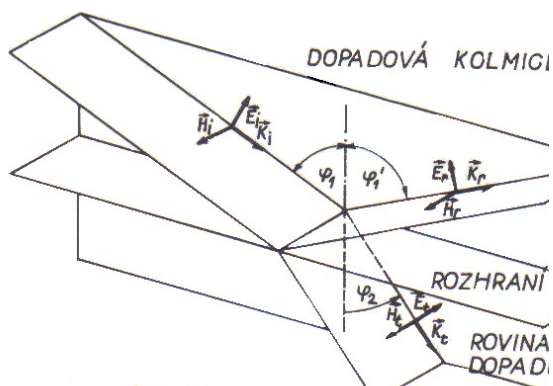
$$\sin \varphi_M = \frac{n_2}{n_1}$$

Nastává úplný odraz světla (totální) při  $\varphi_1 \geq \varphi_M$ .



Když je  $\varphi_1 = \varphi_M$ , šíří se lomená vlna podél rozhraní, je ale tlumená když je  $\varphi_1 > \varphi_M$ , jen odražená vlna.

A. J. Fresnel (1788 - 1827) odvodil (na základě teorie pružnosti) vztahy pro podíly **amplitudy** odražené a dopadající vlny v rovině **p** a **s** (označené  $\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s$ ), resp. pro podíly lomené a dopadající vlny ( $\mathbf{t}_p, \mathbf{t}_s$ ) na rozhraní dvou prostředí. Tyto vztahy byly později odvozeny i na základě Maxwellovy teorie a pro výpočty amplitudových a fázových poměrů na rozhraní jsou nenahraditelné (obr.).



Jestliže úhel dopadu překročí mezní úhel, tj. když  $\varphi_1 > \varphi_m$ , lze formálně zapsat Snellův zákon v komplexním tvaru (Pro  $\varphi_1 > \varphi_m$  nejsou Fresnelovy amplitudy reálná čísla. Se zavedením komplexního úhlu lomu  $\hat{\varphi}_2$  máme):

$$\sin \hat{\varphi}_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \varphi_1 > 1,$$

kde úhel lomu  $\hat{\varphi}_2$  je komplexní veličinou. I když si nedovedeme představit, co to je komplexní úhel lomu, je toto čistě formální zavedení užitečné pro řadu výpočtů. Odražená vlna je komplexní, a to má za následek, že její fáze nabývá hodnot od 0 do  $\pi$  vzhledem k fázi vlny dopadající. Fresnelovy amplitudy jsou v tomto případě rovněž komplexní a lze je psát ve tvaru



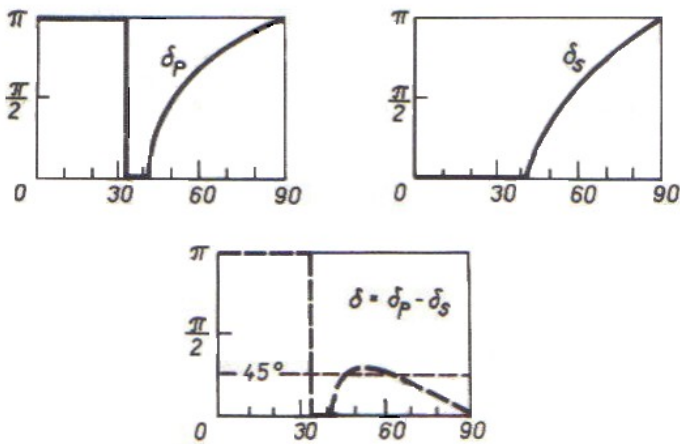
$$\bullet r_p = |r_p| e^{i\delta_p} = \frac{n_2^2 \cos \varphi_1 - i \sqrt{n_1^2 \sin^2 \varphi_1 - n_2^2} n_1}{n_2^2 \cos \varphi_1 + i \sqrt{n_1^2 \sin^2 \varphi_1 - n_2^2} n_1}$$

$$\bullet r_s = |r_s| e^{i\delta_s} = \frac{n_1 \cos \varphi_1 - i \sqrt{n_1^2 \sin^2 \varphi_1 - n_2^2}}{n_1 \cos \varphi_1 + i \sqrt{n_1^2 \sin^2 \varphi_1 - n_2^2}}$$

Graficky je závislost fáze  $p$  a  $s$  složky odražené vlny a jejich fázového rozdílu na úhlu dopadu zachycena na obr..

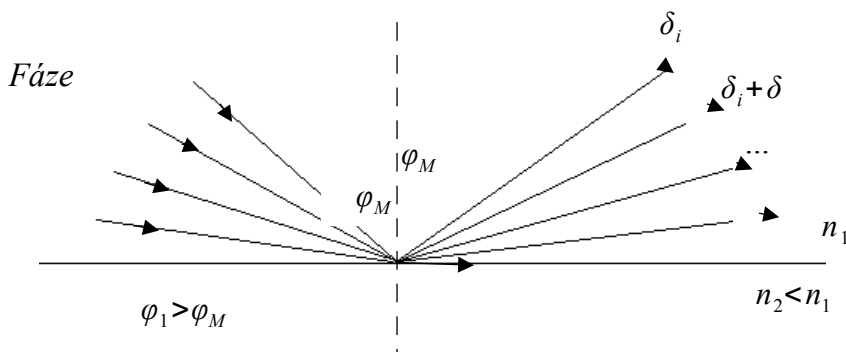
Tohoto zvláštního průběhu rozdílu fází obou složek odraženého světla při totálním odrazu se využívá pro získání kruhově polarizovaného světla (Fresnelův hranol).

Fáze  $\delta_p, \delta_s$  a fázový rozdíl  $\delta = \delta_p - \delta_s$  :

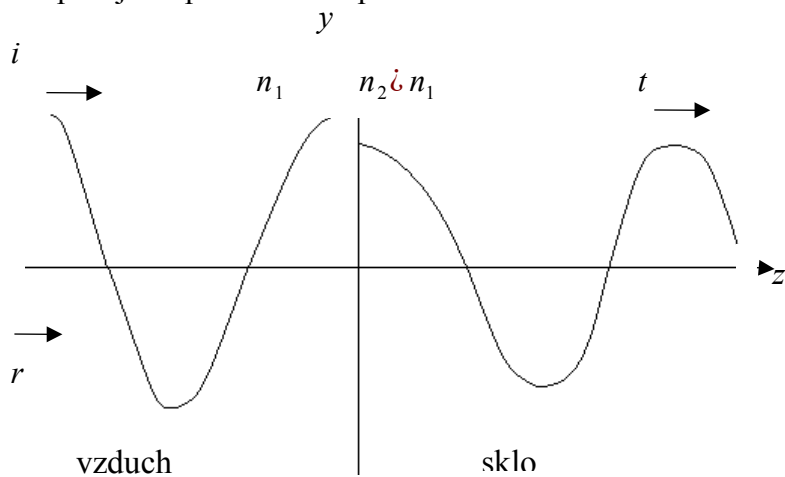


Obr. Průběh fáze:

- $p$  složky odražené vlny (vlevo nahoře)
- složky odražené vlny (vpravo nahoře)
- jejich fázového rozdílu

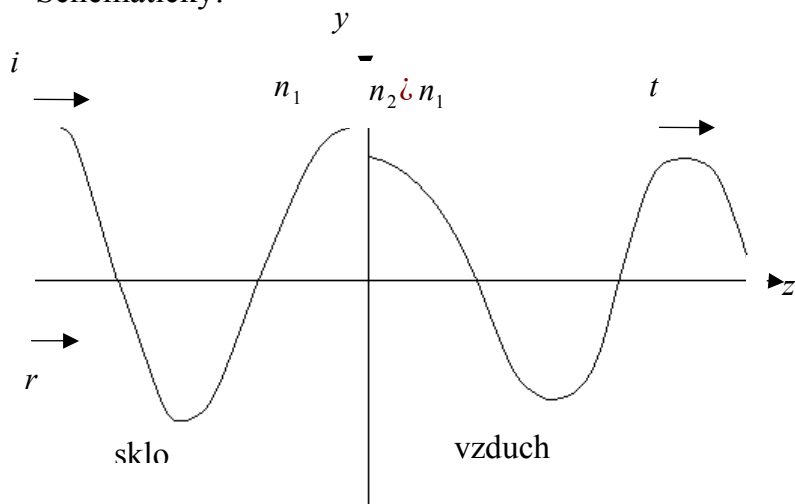


Fáze odražené vlny se pro  $\varphi_1 > \varphi_M$  plynule mění. Evanescentní vlna  $\rightarrow$  v prostředí  $n_2$ . Proto při  $n_1 \dot{>} n_2$  je odražená vlna fázově posunuta proti dopadající  $0 \mp \pi$ , prošlá má stejnou fázi, jako dopadající - pro kolmý dopad:



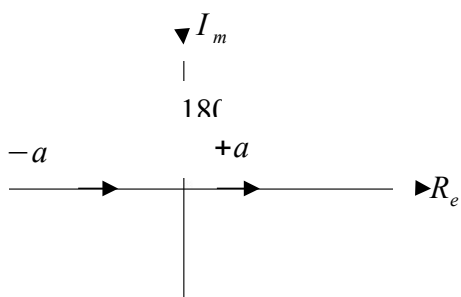
Obr. Fázový (půl vlnový) skok odražené

Schematicky:



Žádná změna fáze na rozhraní jině dopadu:

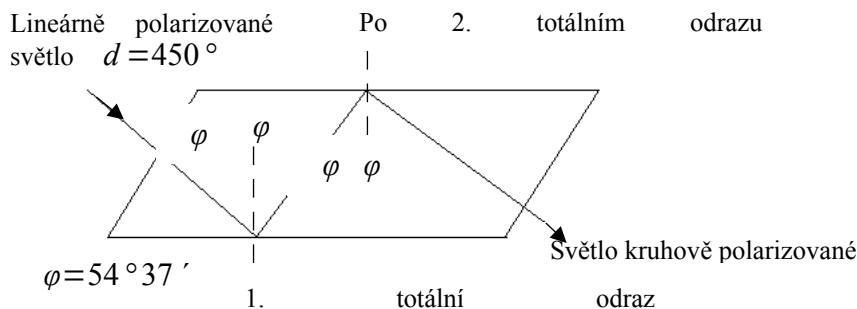
Fázi odražené a prošlé vlny určíme podle znaménka  $s$  – složky, tj.  $r_s$  a  $t_s$ :  
 Záporné znaménko znamená změnu fáze o  $180^\circ$  ( $o\pi$ ).



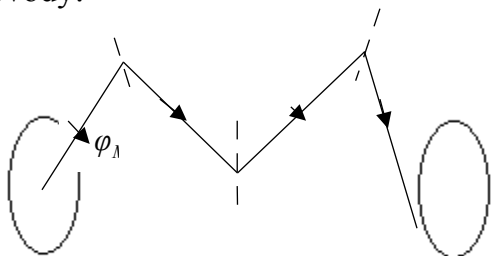
$t_s$  je vždycky kladná – prošlé světlo má stejnou fázi, jako světlo dopadající:

- $n_s < 0$  pro  $n_1 \dot{>} n_2 \rightarrow$  **změna fáze!**
- $n_s > 0$  pro  $n_1 \dot{>} n_2 \rightarrow$  nemění se

### Fresnelův hranol – pro získání kruhově polarizovaného světla:



### Světlovody:



### Vláknová optika - komunikace světla – (modulace) podmorský světelný kabel (zdroj: CO<sub>2</sub> laser v infračervené oblasti)

- Refraktometr – Abbého, ponorný (Zeiss)
- Měření indexu lomu kapalin, pevných látek.

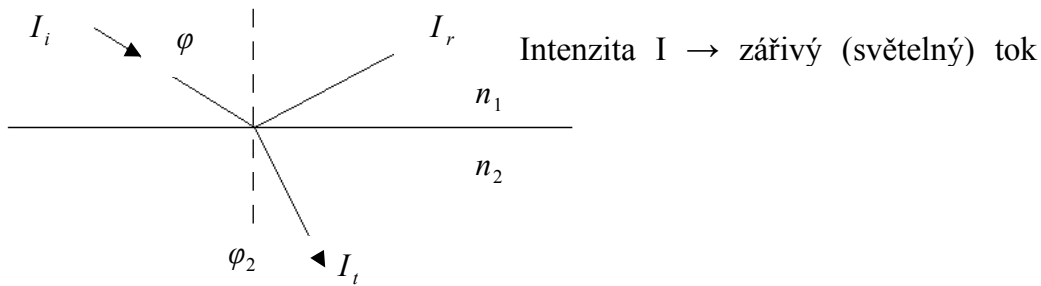
Pro **intenzity  $p$  a  $s$**  složek odraženého světla platí vztahy:

$$\rho_p = \frac{I_{rp}}{I_{ap}} = r_p^2 \qquad \rho_s = \frac{I_{rs}}{I_{as}} = r_s^2$$

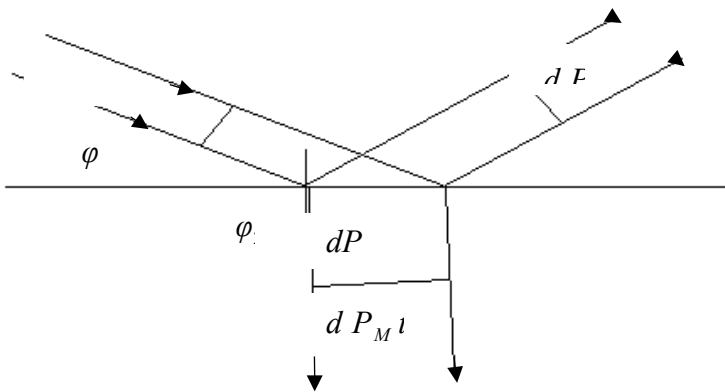
$$\tau_p = \frac{I_{tp}}{I_{ap}} = \frac{n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1} t_p^2 \qquad \tau_s = \frac{I_{ts}}{I_{as}} = \frac{n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1} t_s^2$$

kde  $\rho$  je **odrazivost** a  $\tau$  **propustnost světla** uvažovaného rozhraní 2 dielektrik.

Když si představíme intenzitu přirozeného světla jako součet polovičních intenzit  $p$  a  $s$  složky, lze nahoře uvedených výrazů použít i pro výpočet intenzity odraženého a prošlého přirozeného světla.



$$I_i = \langle \vec{S}^i \rangle \cos \varphi_1 dP \quad I_r = \langle \vec{S}^r \rangle \cos \varphi_1 dP \quad I_t = \langle \vec{S}^t \rangle \cos \varphi_2 dP \quad dP = 1$$



Nebot:

$$dP_n^i = dP_n^r = dP \cos \varphi_1 \quad \langle S \rangle = \frac{1}{2} \epsilon v E_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon v E_0^2$$

$$dP_n^t = dP \cos \varphi_2$$

$$I_i = \frac{1}{2} n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \varphi_1 E_{0i}^2 dP \quad I_r = \frac{1}{2} n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \varphi_1 E_{0r}^2 dP$$

$$I_t = \frac{1}{2} n_2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \varphi_2 E_{0t}^2 dP$$

Zákon zachování:

- Zářivé energie na rozhraní
- Zářivého toku na rozhraní

$$I_i = I_r + I_t \quad \text{nebo:} \quad \frac{I_r}{I_i} + \frac{I_t}{I_i} = 1$$

$$\frac{I_r}{I_i} = \rho = (R) \quad \dots \text{ odraznost rozhraní}$$

$$\frac{I_t}{I_i} = \tau = (T) \quad \dots \text{propustnost rozhraní}$$

Po dosazení:

$$\rho = \frac{E_{0r}^2}{E_{0i}^2} \qquad \tau = \frac{n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1} \cdot \frac{E_{0t}^2}{E_{0i}^2}$$

Pro  $p$ - $a$   $s$ - $i$  složky odraznosti a propustnosti:

$$\rho_p = \left( \frac{E_{0r}^p}{E_{0i}^p} \right)^2 = r_p^2 \qquad \rho_s = \left( \frac{E_{0r}^s}{E_{0i}^s} \right)^2 = r_s^2$$

$$\tau_p = \frac{n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1} t_p^2 \qquad \tau_s = \frac{n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1} t_s^2$$

Pak zákon zachování energie na rozhraní:

$$I_i^s = I_r^s + I_t^s \qquad I_i^p = I_r^p + I_t^p$$

A intenzitu:

$$I = \frac{1}{2} I_p + \frac{1}{2} I_s$$

Pro kolmý dopad ( $0 \leq \varphi_1 \leq 30^\circ$ ) a rozhraní vzduch/dielektrikum je:

$$\rho_0 = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \qquad \tau_0 = \frac{4n}{(n+1)^2}$$

Příklad: vzduch/sklo:  $n = 1,6$

$$\rho_0 = 0,05325 \qquad \tau_0 = 0,94675$$

5,3

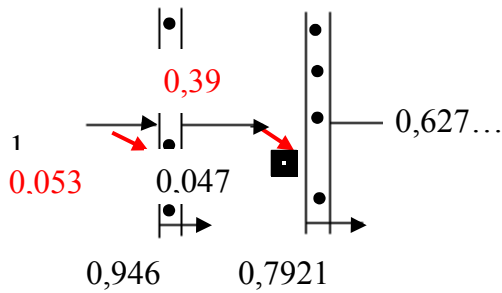
94,7

Pro:

$$\varphi_1 \approx 60^\circ \quad \text{je} \quad \rho \approx 10$$

$$\varphi_1 \rightarrow 90^\circ \quad \rho \rightarrow 100$$

Opakované odrazy a průchody:



Proto nutnost antireflexních vrstev!

Výrazy pro Fresnelovy amplitudy pro  $0 \leq \varphi_1 \leq 30^\circ$  (kolmý dopad):

$$r_p = r_s = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \quad t_p = t_s = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

### 5.1. Šíření světla anizotropním prostředím/dielektriku (krystalu):

Anizotropní prostředí – jeho elektrické a magnetické vlastnosti závisí na směru šíření elektromagnetické vlny. Krystaly můžeme rozdělit na jednoosé a dvouosé. V tomto prostředí

$$\vec{D} \neq \epsilon \vec{E} \quad \epsilon \quad \vec{D} = \tilde{\epsilon} \vec{E}$$

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

$$D_x = \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z$$

$$D_y = \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z$$

$$D_z = \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\sigma \vec{D}}{\sigma t} \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\text{rot } \vec{E} = \frac{-\sigma \vec{B}}{\sigma t} \quad \vec{D} = \tilde{\epsilon} \vec{E}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}$$

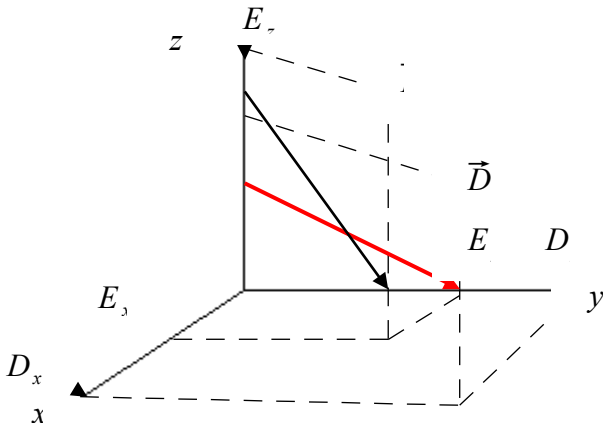
$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}$$

$\tilde{\epsilon}$

$$D_x = \epsilon_{xx} E_x$$

$$D_y = \epsilon_{yy} E_y$$

$$D_z = \epsilon_{zz} E_z$$

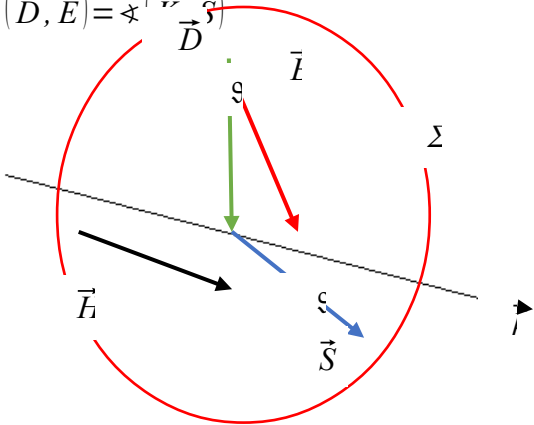


Důsledek: vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{D}$  elektromagnetické vlny v anizotropním prostředí mají obecně různý směr.  
Podrobnější analýzou Maxwellových rovnic pro anizotropní dielektrikum zjistíme tak, že:

$$\vec{H} \perp \vec{E}$$

$\vec{D}, \vec{E}, \vec{S}, \vec{k}$  ... koplanární vektory (leží v rovině  $\Sigma$ )

$$\angle(\vec{D}, \vec{E}) = \angle(\vec{D}, \vec{S})$$



$$\begin{aligned} \vec{S} \perp \vec{H} & \quad \vec{D} \perp \vec{H} \\ \vec{S} \perp \vec{E} & \quad \vec{D} \perp \vec{k} \end{aligned}$$

Makroskopicky se anizotropie projeví tzv. **dvojlomem**. Dopadající vlna se v krystalu rozdělí na dvě (v obecném případě):

- **Řádná** (ordinary/ordinarius:  $o$ )
- **Mimořádná** (extraordinary/extraordinarius:  $e$ )

Pro řádnou vlnu (řádny paprsek) platí Snellův zákon lomu, tj.:

$$n \sin \varphi_1 = n_o \sin \varphi_2$$

$n_o$  ... index lomu řádné vlny

Pro mimořádnou vlnu (mimořádný paprsek) Snellův zákon lomu neplatí:

$n_e$  ... index lomu závisí na směru

Z optického hlediska nejdůležitější jsou jednoosé krystaly. Jsou to dvojlomné látky – při dopadu elektromagnetické vlny (rovinné) v nich vzniknou dvě lomené vlny:

- Mají různé vlnové vektory
- Jsou polarizovány navzájem kolmo
- Jim odpovídají i dvě hodnoty indexu lomu  $n_o$  a  $n_e$ .

	$n_o$	$n_e$	
Vápenec	1,658	1,4864	+
	4		
Křemen	1,544	1,5534	-
	3		
led	1,309	1,313	-

Typ:

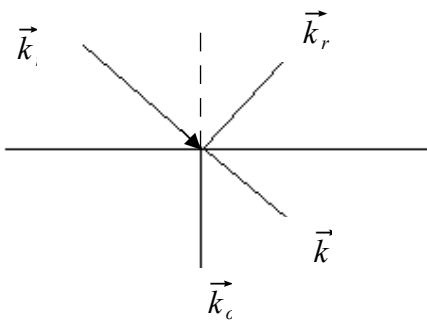
- Pozitivní + dvojlomná látka:  $n_o > n_e$
- Negativní – dvojlomná látka:  $n_o < n_e$

Tri - ↷

Tetr: - gonální krystaly jsou jednoosé

Hexa - ↷

Optická osa – směr, ve kterém nenastává dvojlom, tj. vlnový vektory  $\vec{k}_e = \vec{k}_o$ . Optická osa závisí na typu **krystalové mřížky** jednotlivých krystalů. Obecně po dopadu rovinné vlny na rozhraní dvojlomné látky vznikne vlna odražená -  $\vec{k}_r$  a dvě vlny lomené -  $\vec{k}_o, \vec{k}_e$ .



Na rozhraní musí pro ně platit:

$$\vec{k}, \vec{r} = \vec{k}_r, \vec{r} = \vec{k}_{ot}, \vec{r} = \vec{k}_{et}, \vec{r}$$

Zákon zachování složky vlnového vektoru v rozhraní:

$$\vec{k}_{ot} \equiv \vec{k}_o \qquad \vec{k}_{et} \equiv \vec{k}_e$$

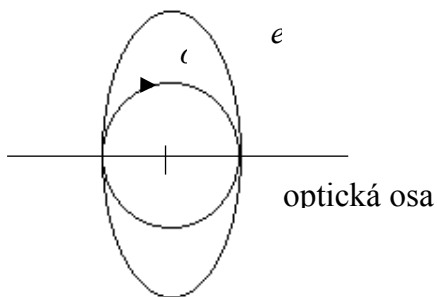
Použijeme pro konstrukci lomené vlny. V homogenním prostředí:

- Izotropní – vlnoplocha kulová
- Anizotropní – vlnoplocha má tvar rotačního elipsoidu

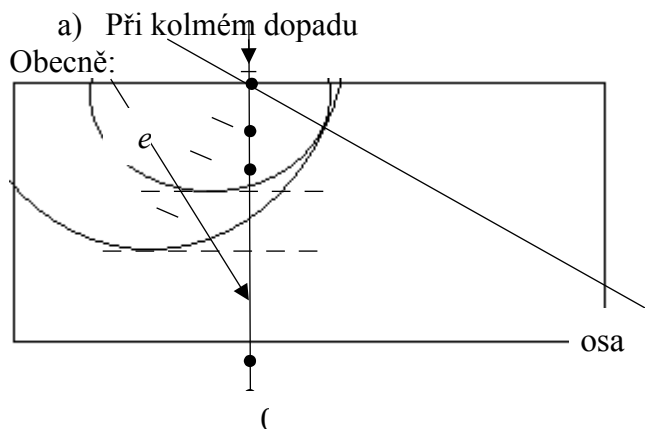
Např.:

Pro řádný paprsek

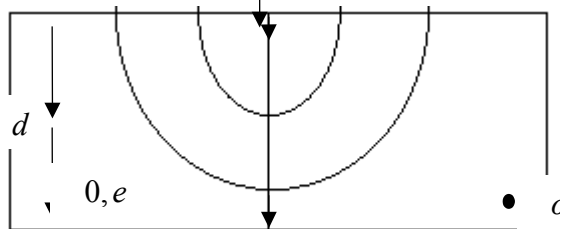
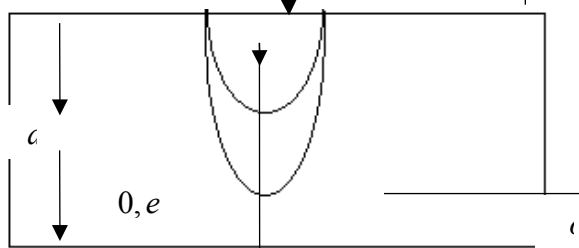
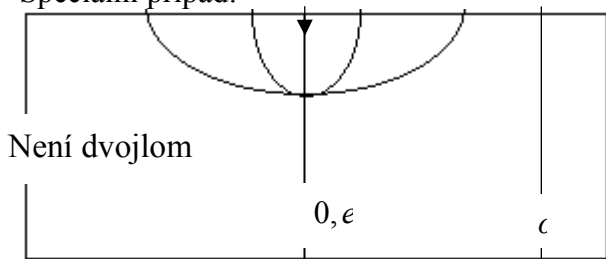




Pro mimořádný parsek



Speciální případ:



Není dvojlom, rychlost **o**, **a**, **e** vlny je různá, fázový rozdíl závisí na **d** fázové destičky

Fázový rozdíl v dvojlomné destičce D:

$$o - \delta_o = \frac{2\pi d}{\lambda} n_o$$

$$e - \delta_e = \frac{2\pi d}{\lambda} n_e$$

$$\Delta = \delta_o - \delta_e = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_o - n_e)$$

Když je  $\Delta = m\pi = 2m \frac{\pi}{2}$   $m=1, 2, 3, \dots$  . Vznikne složením obou paprsků opět **lineárně** polarizované světlo.

Když je  $\Delta = (2m-1) \frac{\pi}{2}$  . Vznikne složením obou paprsků **kruhově** polarizované světlo. Minimální

tloušťka destičky D v tomto případě může být:

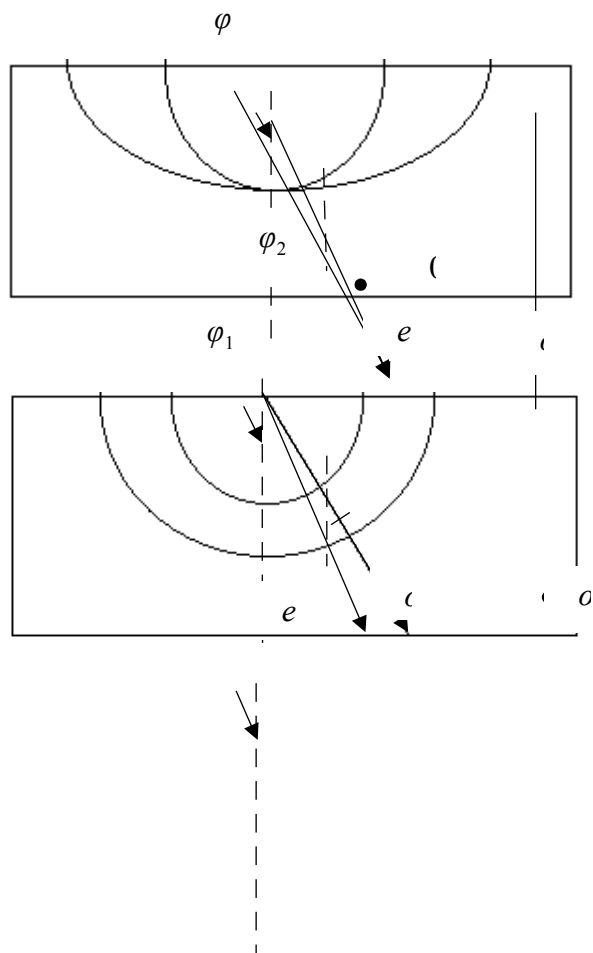
$$d_k = \frac{1}{n_o - n_e} \frac{\lambda}{4} \quad \text{„čtvrt-vlnová“ destička}$$

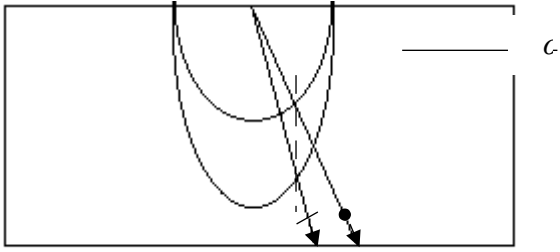
b) Při obecném úhlu dopadu

Úhel lomu řádného paprsku určíme ze Snellova zákona:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$

A směr paprsku mimořádného ze zachování projekce vlnových vektorů do rozhraní:

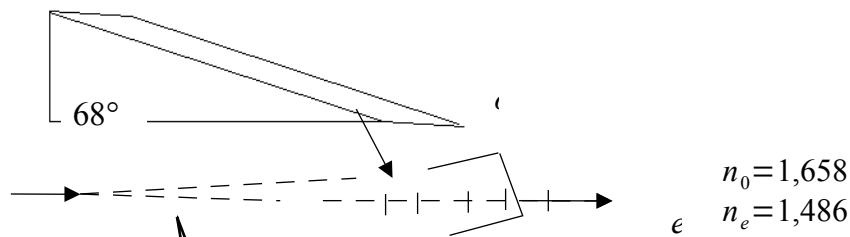




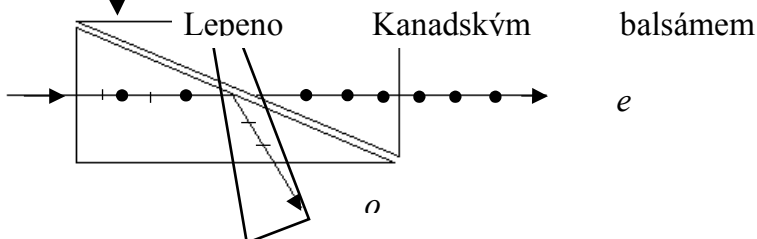
### Polarizační hranoly

Získání lineárně polarizovaného světla lomem (jeden z paprsků je totálně odražen). Využívají toho, že **mezní úhel** pro paprsek řádný je **jiný**, než pro paprsek mimořádný, neboť  $n_o \neq n_e$ .

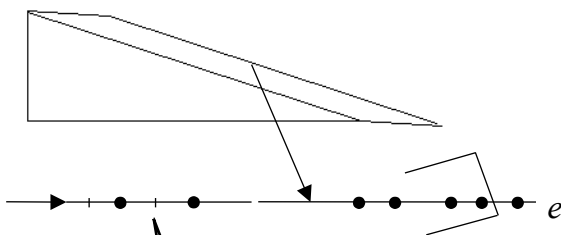
- Nikolův hranol (islandský vápenec)



- Glanův hranol

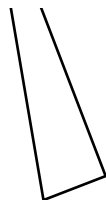


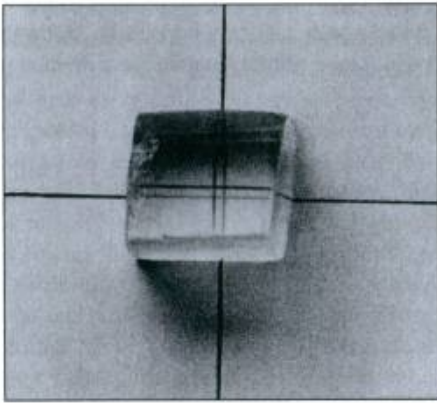
- Glanův – Thompsonův hranol (aragonit,  $\text{CaCO}_3$ ) – používá se nejčastěji



- Dvojlom v krystalu islandského vápence:

Lepeno Lanolínovým olejem  $n = 1,49$





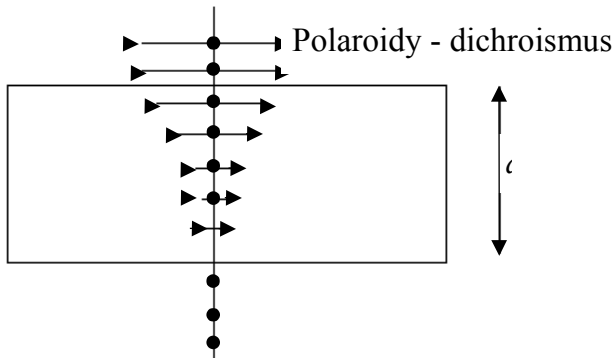
3-31 Islandský vápenc

Polarizace světla dvojlomem [online]. In: . [cit. 2016-01-30]. Dostupné z: <http://chemie.g6.cz/?p=312>

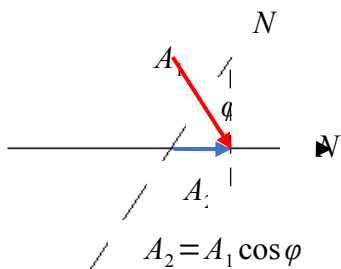
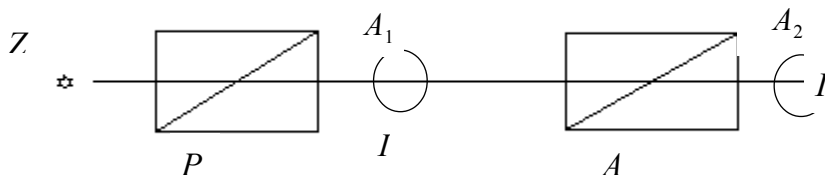
### Dichroismus

- Turmalín ( $d = 2\text{ mm}$ )
- Her-apatit

Mimořádný paprsek je absorbován řádný prochází:



Intenzita světla prošlého  $(A)a(P)$  :



$$A_2^2 = I, A_1^2 = I_0$$

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad \dots \text{Malusův zákon}$$

Při  $\varphi = 90^\circ$  - kmitosměry  $N_1$  a  $N_2$  svírají pravý úhel  $I = 0$  (zkřížené  $(A)a(P)$  ).

### 5.2.1. Umělá anizotropie

#### Fotoelastický jev:

Elastická deformace indukuje optickou anizotropii některých látek. Fotoelasticimetrie zkoumá napětí pole v objektech.

#### Kerrův jev:

Umělý dvojlom vyvolaný elektrickým polem  $\Delta = k E^2$  (příčně)

Např.:

Nitrobenzen

$$k = 4,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \text{V}^{-2} \rightarrow E = 2 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \text{ je}$$

$$n_o - n_e = 8,8 \cdot 10^{-6} \text{ pro } \lambda = 5 \cdot 10^{-7}$$

Malá setrvačnost  $10^{-8} \text{ s}$

#### Analogicky Pockelův jev:

Např.: kyselý fosforečnan amonný a draselný - elektrické pole podél optické osy. Získáme velmi krátké pulsy.

### 5.2. Optická aktivita látek

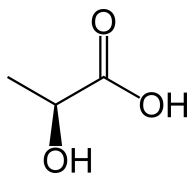
Některé látky otáčejí rovinu polarizovaného světla.

$R$  ... pravotočivá opticky aktivní látka

$L$  ... levotočivá opticky aktivní látka

V molekule opticky aktivních látek je asymetrický uhlík:

Např.: kyselina mléčná



„Lactic-acid-skeletal“ od Benjah-bmm27 – Vlastní dílo. Licencováno pod Volné dílo via Wikimedia

Comm. Lactic-acid-skeletal. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA):

Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-01-30]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Kyselina\\_ml%C3%A9%C4%8Dn%C3%A1#/media/File:Lactic-acid-skeletal.png](https://cs.wikipedia.org/wiki/Kyselina_ml%C3%A9%C4%8Dn%C3%A1#/media/File:Lactic-acid-skeletal.png)

Úhel pootočení:  $\alpha = [\alpha]dc$

$[\alpha]$  ... specifická stáčivost

$c$  ... koncentrace

Optická aktivita látek se měří polarimetry nebo sacharimetry.

### 5.3. Elektromagnetická vlna je ve vodiči absorbována

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{Pro } \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = i\omega \vec{E} \quad \text{je} \quad \text{rot } \vec{H} = (\sigma + i\varepsilon\omega) \vec{E} = i\omega \left( \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right) \vec{E}$$

V dielektrikách platí:  $\text{rot } \vec{H} = i\varepsilon\omega \vec{E}$

Zavedeme komplexní permitivitu prostředí:  $\hat{\epsilon} = \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega}$

Analogicky, jako u dielektrik, je:  $\hat{u} = \sqrt{\frac{\hat{\epsilon} \mu}{\epsilon_0 \mu_0}}$ , proto píšeme pro komplexní index lomu:

$$\hat{u} = n - iK = n(1 - i\kappa)$$

Zde:

$n$  ... reálná část komplexního indexu lomu ( $n \geq 0$ )

$K$  ... index absorpce

$K = \frac{\kappa}{n}$  ... koeficient absorpce

Pro elektromagnetickou vlnu ve vodivém prostředí je vlnový vektor komplexní.

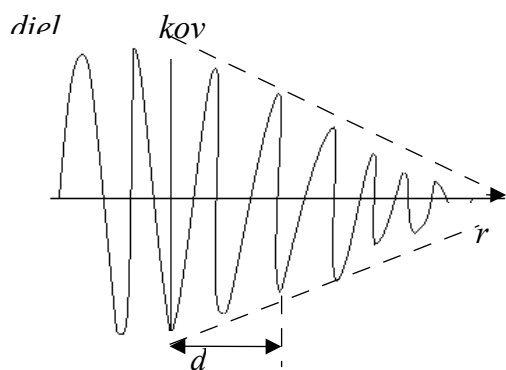
$$\hat{k} = \vec{s} \frac{2\pi}{\lambda_0} \hat{n} = \hat{n} \vec{k}_0 \quad \vec{k}_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{s}$$

$$\hat{n} = n - iK \quad |\vec{s}| = 1$$

Proto:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \hat{n} \vec{k}_0 \vec{r})} = E_0 e^{-K \vec{k}_0 \vec{r}} e^{i(\omega t - n \vec{k}_0 \vec{r})} = E_0 e^{-K \vec{k}_0 \vec{r}} e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}$$

Ubývající harmonická vlna  
amplituda  
- tlumení

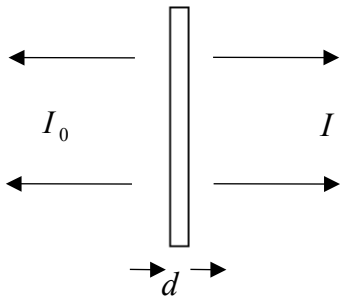


Intenzita:

$$I = \hat{E} \hat{E}^* = E_0^2 e^{-2\vec{k}_0 \vec{r}} = I_0 e^{-\alpha d}$$

$\alpha$  ... lineární koeficient absorpce (pro slabě absorbující látky)  $[\alpha] = m^{-1}$

Fotometrie, kolorimetrie



$$\frac{I}{I_0} = e^{-\alpha d}$$

$$\alpha = \frac{1}{d} \ln \frac{I_0}{I}$$

Disperze světla

$$n = f(\lambda)$$

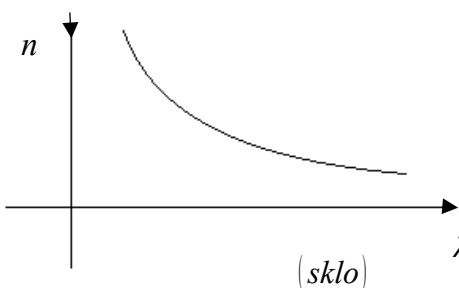
Disperze prostředí (číselná disperze)

$$\dot{N} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$\dot{N} = \frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}(f(\lambda))$$

Obvykle:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$$



Lorentzova teorie vzájemného působení světla a hmotného prostředí:

- Absorpce
- Disperze

Vektor elektrické polarizace:

$$\vec{P} = \sum_i n_{0i} e_i \vec{r}_i$$

Vzniká jako důsledek vychýlení nabitě částice i-tého druhu z rovnovážné polohy  $0$   $\vec{r}_i$  působením elektrického pole elektromagnetické vlny  $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$ . Částice koná vynucené kmity vlivem síly:

$$\vec{F}_i = e_i \vec{E}$$

Pak

$$\vec{r}_i = \vec{A}_i \sin \omega t$$

Kde

$$\vec{A}_i = \frac{e_i \vec{E}_0}{m_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)} \quad \dots \text{amplituda vynucených kmitů}$$

$$\vec{r}_i = \frac{e_i \vec{E}_0 \sin \omega t}{m_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)} = \frac{e_i \vec{E}}{m_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}$$

Proto vektor polarizace:

$$\vec{P} = \sum_i \frac{n_{0i} e_i^2 \vec{E}}{m_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}$$

Vektor elektrické polarizace:

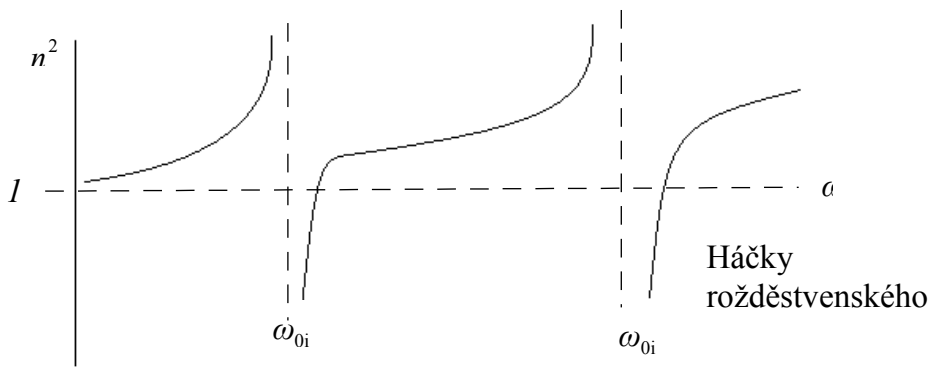
$$\vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E}$$

U nás tedy:

$$\sum_i \frac{n_{0i} e_i^2 \vec{E}}{m_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E}$$

$$n^2 = 1 + \sum_i \frac{n_{0i} e_i^2}{\varepsilon_0 m_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)} = 1 + \sum_i \frac{a_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \quad \dots \text{ disperzní vztah}$$





Když provedeme přesnější výpočet, najdeme vztah Lorenz-Lorentzův:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \sum_i \left( \frac{n_{0i}}{\epsilon_0} \frac{4\pi e_i^2}{3m_i} \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \right)$$

Nebo

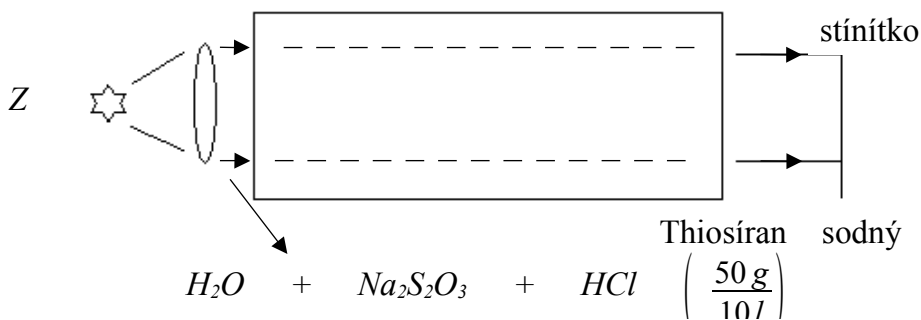
$$\frac{1}{\delta} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \text{konstanta} \quad \text{pro } \omega = \text{konst.}$$

Specifická refrakce látky

Když světlo prochází kalným prostředím ( $d < \lambda$ ) – **rozptyl**

$$I \propto f^4 \frac{1}{\lambda^4} \dots \text{(Rayleigh)}$$

Intenzita rozptýleného světla. Rozptýlené světlo je lineárně polarizováno, když  $d \approx \lambda$  – **absorpce**  
 Pokus na rozptyl světla:



Rozptýlené **modré** světlo

Prošlé **červené** světlo

## 6. Vlnová optika

Do této oblasti spadá interference a difrakce (ohyb) – jevy, které modelujeme vlnovou teorií světla (ohybové jevy)

## 6.1. Interference světla

Objevitelem interference světla je Thomas Young (1801). O svém objevu referuje takto: "Všude tam, kde dvě části jednoho a téhož světla dopadají do oka po různých drahách a mají přitom stejný nebo skoro stejný sklon, bude světlo nejsilnější tam, kde rozdíl drah je celistvým násobkem jisté délky; nejméně silné bude pak mezi těmito stavy interferujících částí. Ona délka je různá pro světlo rozdílných barev."

Princip superpozice vlnění:

- Detektory (oko, fotočlánky, emulze,...)  $\Delta t \approx 10^{-1} s$
- Akt emise záření  $\Delta t \approx 10^{-8} s$

V obecném případě přirozených zdrojů světla se podmínky pro minima a maxima mění tak rychle, že interferenci nestačíme zaznamenat.

Pro získání trvalé interference, tj. takového jevu, který můžeme pozorovat okem nebo registrovat na fotografickou emulsi, je třeba, aby skládané části světla byly **koherentní** – nutnou podmínkou pozorovatelné interference světla je tedy koherentní záření. Rozlišujeme **koherenci časovou**, spojenou s mono chromatičností zdroje záření, a **koherenci prostorovou**, související s rozměry zdroje záření. Jednotlivé emitované (vyzářené) vlnové balíky mají buď stejnou fázi, nebo stálý fázový rozdíl. Přirozené zdroje (Slunce, hvězdy, žárovky, výbojky,...) vysílají nekoherentní (neuspořádané) záření, proto od nich interferenci světla nepozorujeme. Zatímco kvantové generátory světla (lasery) jsou zdroje záření s vysokým stupněm koherence.

Podmínky pozorování interference světla:

- Koherence
- Amplitudová podmínka ( $I_1 = I_2$ )
- Fázová podmínka

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}_1)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}_2)$$

Dříve jsme odvodili amplitudu výsledného vlnění v místě P: \_\_\_\_\_

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2 E_{01} E_{02} \cos \vec{k} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}$$

Interferenční člen

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta \vec{r} \quad \dots \text{ dráhový rozdíl}$$

$$\vec{k} \Delta \vec{r} = \delta \quad \dots \text{ fázový rozdíl}$$

Nebo:

$$u_0 = \sqrt{u_{01}^2 + u_{02}^2 + 2 u_{01} u_{02} \cos k(x_2 - x_1)}$$

$$\cos k(x_2 - x_1) = \cos \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) \quad \dots \text{ interferenční člen}$$

$$x_2 - x_1 \quad \dots \text{ dráhový rozdíl}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) \quad \dots \text{ fázový rozdíl}$$

Zavádíme důležitou charakteristiku interferenčního jevu, **viditelnost V**:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (56)$$

kde jsme označili  $I_{\max}$  intenzitu maxima interferenčního jevu a  $I_{\min}$  intenzitu jeho minima. Viditelnost interferenčních proužků může sloužit jako míra stupně koherence. Ukazuje se, že pro dobré pozorování interferenčního jevu je nutné, aby jeho viditelnost  $V \geq 0,88$ . Interferenční jev vymizí při  $V = 0$ . Zavádíme tzv. komplexní stupeň koherence  $\dot{\gamma}(\tau)$  vztahem pro intenzitu

$$I = E_0^2$$

$$I = I_{01} + I_{02} + 2\sqrt{I_{01}I_{02}}\cos\delta$$

Když je splněna amplitudová podmínka, pak  $I_{01} = I_{02} = I_0$ .

$$I = 2I_0(1 + \cos\delta) = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}$$

$$\cos^2\frac{\delta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos\delta)$$

Tedy:

$$I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad \dots \text{ fázový rozdíl}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\dot{\gamma}\cos\Delta\varphi \quad (57)$$

kde  $I_1$  a  $I_2$  jsou intenzity obou skládaných záření a  $\Delta\varphi$  je jejich fázový rozdíl, se kterým se setkávají v uvažovaném místě stínítka. Fázový rozdíl  $\Delta\varphi$  splňující podmínku

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \Delta\varphi = 2m\pi, (m=0, 1, 2, \dots) \quad \text{MAXIMA} \quad (6.1.4)$$

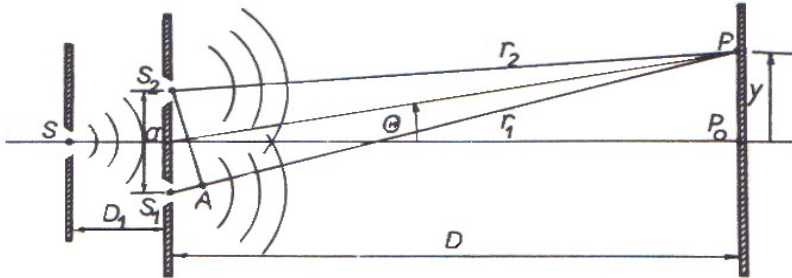
zaručuje **konstruktivní interferenci** (interferenční maxima) a fázový rozdíl

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \Delta\varphi = (2m+1)\pi, (m=0, 1, 2, \dots) \quad \text{MINIMA} \quad (6.1.5)$$

znamená, že nastává **destruktivní interference** (interferenční minima).

$r_1, r_2$  ... směr šíření

Ve vztahu (57) odpovídá  $\bar{\gamma}=1$  koherentnímu záření,  $\bar{\gamma}=0$  nekoherentnímu záření a pro  $0 \leq \bar{\gamma} \leq 1$  hovoříme o záření s částečnou koherencí.



Obr. Youngův pokus

Prostorovou koherenci uvažovaného zdroje nejsnáze zjistíme postupným zvětšováním vzdálenosti a mezi oběma štěrbinami v Youngově pokusu (obr.).

Při jisté maximální vzdálenosti  $a_0$  někdy zvané koherenční šířka, bude viditelnost interferenčního jevu nulová - proužky vymizí. Pro tuto vzdálenost pak platí

$$a_0 = 1,22 \frac{\bar{\lambda}}{\Phi} \quad (60)$$

V tomto vztahu je  $\bar{\lambda}$  vlnová délka použitého světla (resp. střední vlnová délka),  $\Phi$  je apertura zdroje, tj. úhel, pod kterým vidíme ze středu obou štěrbin zdroj záření. V případě kruhovitěho zdroje o průměru  $2r$  ve vzdálenosti  $D_1$  od štěrbin je

$$\Phi = 2 \arctg \frac{r}{D_1} \cong \frac{2r}{D_1} \quad (61)$$

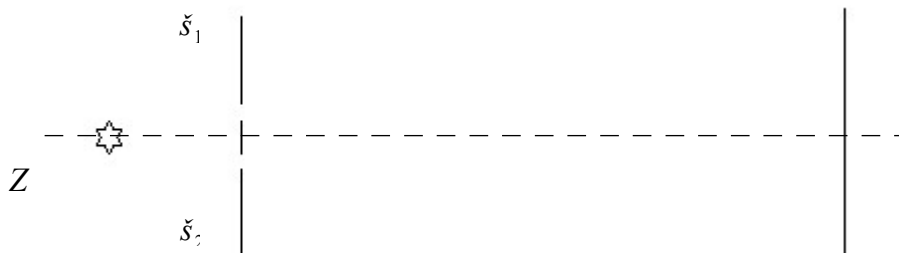
Podmínka dobré viditelnosti ( $V \geq 0,88$ ) pro tento případ bude vyjádřena vztahem:

$$a \leq 0,32 \frac{\bar{\lambda}}{\Phi} \quad (62)$$

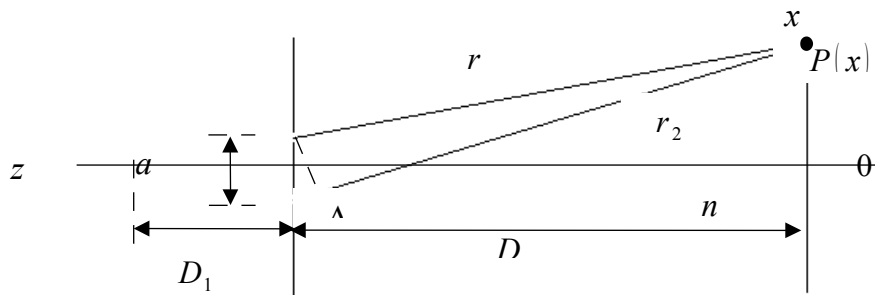
Klasické způsoby získávání koherentních paprsků, schopných trvale interferovat, se zakládají

- a) na dělení čela vlny (Youngův interferenční pokus – dvojštěrbin, Fresnelův dvojhranolek - biprisma, Fresnelova zrcátka, Lloydovo zrcadlo, Billetova dvojčochka, Meslinův pokus)

Youngův pokus:



Vyjádříme podmínky minima a maxima interference na stínítku.



Pro  $P(x)$  platí:

$$r_1 = \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \qquad r_2 = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2}$$

$$r_2^2 - r_1^2 = 2ax$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \frac{2ax}{r_2 + r_1} \cong \frac{ax}{D} \quad \dots \text{ dráhový rozdíl}$$

$$D \gg a \rightarrow r_1 + r_2 \cong 2D$$

$$x \approx 0$$

$$\Delta = n \Delta r = \frac{nax}{D} \quad \dots \text{ optický dráhový rozdíl}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{nax}{D}$$

Konstruktivní interference:

$$\Delta r' = m\lambda \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ interferenční řád}$$

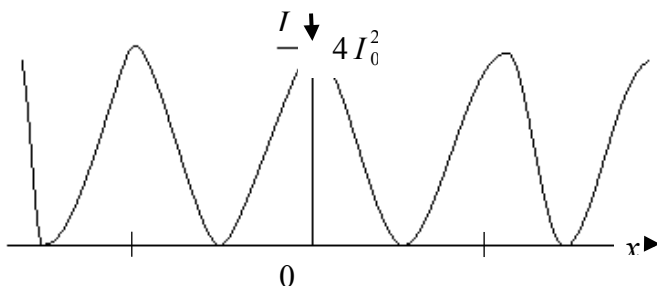
$$x_{max} = \frac{mD\lambda}{na} \qquad \text{MAXIMA}$$

Destruktivní interference:

$$\Delta r'' = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \rightarrow \delta = (2m+1)\pi$$

$$x_{min} = \frac{(2m+1)D}{na} \frac{\lambda}{2} \quad \text{MINIMA}$$

Na stínítku pozorujeme interferenční proužky:



Symetrické vzhledem k optické ose ekvidistantní.

Šířka interferenčních proužků:

$$\zeta = x_{max_{m+1}} - x_{max_m}$$

$$\zeta = \frac{D\lambda}{na}$$

Př.:

Pro  $\lambda = 600 \text{ nm}$ ,  $n = 1$ ,  $a = 1 \text{ mm}$ ,  $D = 5 \text{ m}$  je  $\zeta \approx 3 \text{ mm}$ .

Pozn. 1: Vztah pro maxima a minima interference lze kompaktně zaznamenat ve tvaru:  $\Delta = m\lambda$ , kde pro  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\text{Pro } m = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \dots$$

Pozn. 2: Podmínka  $\Delta r' = (r_2 - r_1)n = m\lambda$  určuje v prostotu soustavu rotačních hyperboloidů s ohnisky lokalizovanými s bodech  $\check{s}_1$  a  $\check{s}_2$  - pozorované interferenční proužky jsou průsečnice hyperbol s rovinou stínítku - na malé ploše se nám jeví jako části přímek.

Intenzitu interferenčních proužků:

$$I = 4 I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

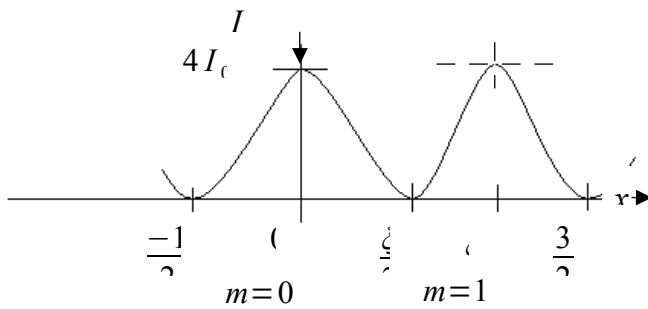
Lze vyjádřit pomocí šířky proužků  $\zeta$ . Platí:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{na x}{D} = \frac{2\pi x}{\zeta} \quad \zeta = \frac{D\lambda}{na}$$

Proto:

$$I = 4 I_0 \cos^2 \frac{\pi x}{\zeta}$$

Viditelnost interferenčních proužků:



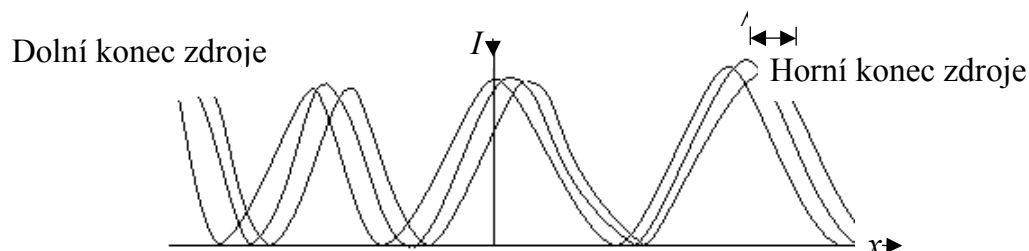
$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Když je  $I_{min} = 0$ , je  $V = 1$ . Když  $I_{max} = I_{min}$ , je  $V = 0$ .

$$0 \leq V \leq 1$$

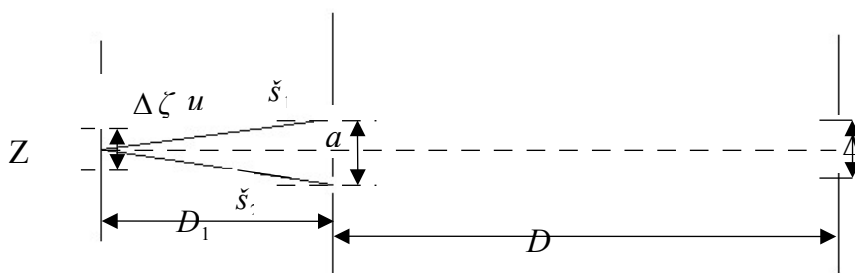
Když  $V \geq 0,9$  je viditelnost interference ještě dobrá (pro pozorování interference okem).

V důsledku konečných rozměrů zdroje se interferenční proužky posouvají, na stínítku se překládají soustavy interferenčních proužků a viditelnost interference se zhoršuje.:



Vliv velikosti zdroje na viditelnost interferenčních proužků.

Prostorová koherence zdroje záření:



Posunutí proužků  $\Delta x$  při šířce zdroje  $\Delta \zeta$

$$\frac{\Delta \zeta}{D_1} = \frac{\Delta x}{D}$$

Úhlová apertura zdroje  $u$ :

$$\tan \frac{u}{2} \approx \sin \frac{u}{2} \approx \frac{u}{2} = \frac{a}{2D_1} \qquad \sin u = \frac{a}{D_1}$$

Když je posunutí  $\Delta x \leq \frac{1}{4} \zeta = \frac{1}{4} \frac{D\lambda}{na}$  je viditelnost interferenčních proužků  $V \geq 0,9$  (dohodnutá mez). V tomto případě je  $\Delta \zeta_{max} \leq \frac{D_1}{D} \Delta x = \frac{1}{4} \frac{D_1 \lambda}{na}$ . Tato hodnota udává maximální šířku zdroje světla, zabezpečující viditelnost interferenčních proužků  $V \geq 0,9$ .

$$(\Delta \zeta)_{max} = \zeta \leq \frac{1}{4} \frac{D_1 \lambda}{na} \qquad \zeta \sin u \leq \frac{1}{4n}$$

Vztah určující podmínku prostorové koherence zdroje.

Pomocí aparatury zdroje  $u = \frac{a}{D_1}$  :

$$\Delta \zeta \equiv \zeta \leq \frac{1}{4} \frac{\lambda}{n} \frac{1}{u} \quad \text{ale} \quad \frac{\lambda}{n} = \lambda_0 \quad \dots \text{ vlnová délka ve vakuu}$$

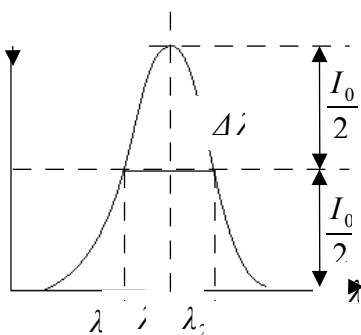
$$\text{Proto} \quad \zeta \sin u \leq \frac{\lambda_0}{4}$$

Podmínka prostorové koherence zdroje:

- $\zeta$  : šířka zdroje
- $u$  : apertura zdroje (numerická)
- $\lambda_0$  : vlnová délka záření zdroje ve vakuu

Vyjasníme vliv nedokonalé monochromaticity zdroje na viditelnost interferenčního jevu:

Přirozený profil spektrální čáry



Pološířka spektrální čáry

$$\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$$

Interferenční maxima pro  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  budou ležet v jiné části stínítka. Stejnému dráhovému rozdílu bude odpovídat obecně různý interferenční řád  $m_1, m_2$



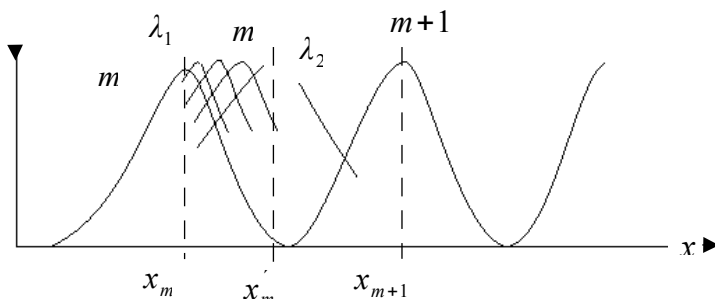
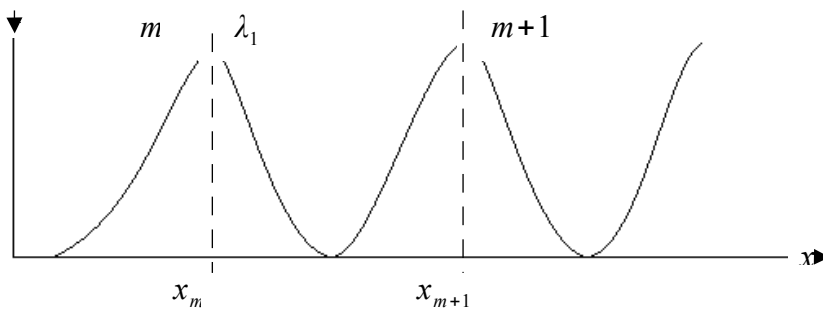
$$\Delta r = m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2 \quad n=1$$

Šířka interferenčních proužků:

$$\xi_1 = \frac{D \lambda_1}{a}, \quad \xi_2 = \frac{D \lambda_2}{a}$$

Tedy  $\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

Ve středu stínítka ( $x=0$ ) leží maxima pro obě vlnové délky ( $m_1=m_2=0$ ). Se vzrůstající vzdáleností od středu (pro rostoucí  $x$ ) se polohy maxim pro  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  stále více rozdělují. Jelikož je rozložení intenzity zdroje mezi  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  spojitě, je na stínítku prosto mezi maximem interference pro  $\lambda_1$  a následujícím maximem interference pro  $\lambda_2$  a spojitě vyplněn. Maxima pro všechny  $\lambda \in (\lambda_1, \lambda_2)$ .



Polohy maxim interference pro  $\lambda_1$  :

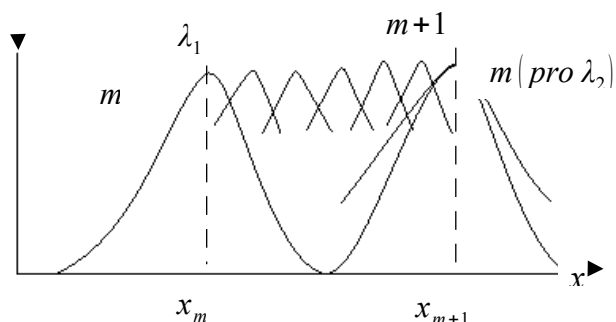
$$x_m = \frac{mD \lambda_1}{na} = Am \lambda_1 \quad A = \frac{D}{na}$$

$$x_{m+1} = A(m+1) \lambda_1$$

Pro  $\lambda_2$  je maximum v místě:

$$x_m = \frac{mD}{na} \lambda_2 = Am \lambda_2 \quad A = \frac{D}{na}$$

Prostor stínítka mezi  $x_m$  a  $x_{m+1}$ . Je spojitě zaplněn maximy pro  $\lambda \in (\lambda_1, \lambda_2)$ . Jakmile splyne na stínítku interferenční maximum  $n$ -tého řádu pro  $\lambda_2$  s interferenčním maximumem  $(m+1)$  řádu pro  $\lambda_1$ , interferenční jev poprvé vymizí, protože mezi uvedenými dvěma maximy jsou spojitě rozložena maxima řádu  $m$  pro  $\lambda \in (\lambda_1, \lambda_2)$ .



Podmínka prvního vymizení interferenčních proužků na stínítku:

$$x_{max}^{(m)}(\lambda_2) = x_{max}^{(m+1)}(\lambda_1)$$

Nebo

$$Am \lambda_2 = A(m+1)\lambda_1$$

Ale  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda$

Proto

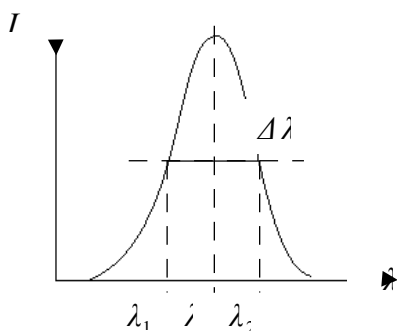
$$m(\lambda_1 + \Delta \lambda) = (m+1)\lambda_1$$

Pro interferenční řád, kdy poprvé vymizí interferenční jev na stínítku:

$$m = m_1 = \frac{\lambda_1}{\Delta \lambda}$$

Tomu odpovídá dráhový rozdíl:

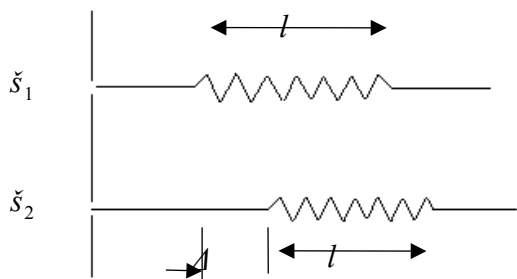
$$l_1 = m_1 \lambda_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\Delta \lambda}$$



Když  $\lambda_1 \approx \lambda_2 \Rightarrow \lambda_1, \lambda_2 = \lambda^2$  a  $l_l = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$  je délka koherence nedokonale monochromatického zdroje (je rovna délce emitovaného vlnového balíku).

Délka koherence zdroje je totožná s délkou emitovaného vlnového balíku:

$$\tau = \frac{l}{c} = \frac{\lambda^2}{c \Delta\lambda} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \quad \dots \text{doba koherence}$$



$$\Delta t < \tau$$

Koherence dvou vln - fáze (respektive fázový rozdíl) se nemění. Zdroje:

- prostorová (souvisí s šířkou zdroje  $\Delta\gamma$ )

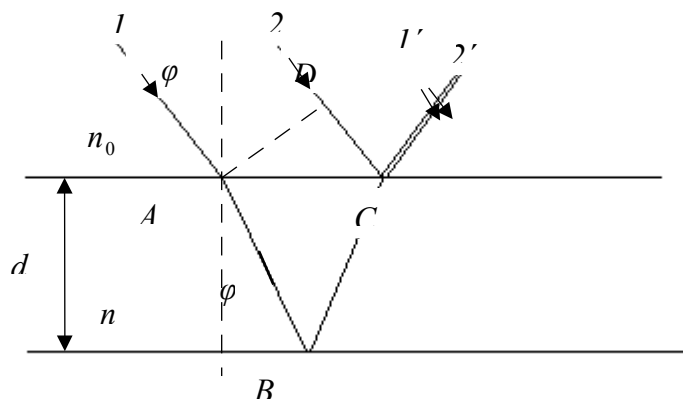
$$\Delta\gamma \sin u \leq \frac{\lambda_0}{4}$$

- časová (souvisí se spektrální čistotou zdroje a jeho koherenční délkou  $l$ )

$$l = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$\tau = \frac{l}{c} = \frac{\lambda^2}{c \Delta\lambda} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \quad \dots \text{doba koherence}$$

b) na dělení amplitudy (interferenční jevy na tenkých vrstvách)

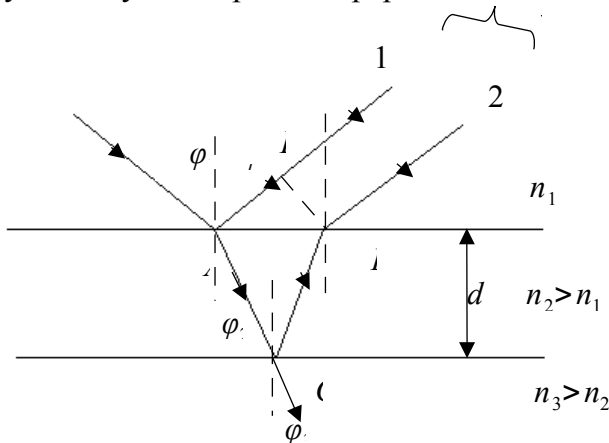


$$\Delta r = (AB + BC) - DC \left( \pm \frac{\lambda}{2} \right) \quad \dots \text{ dráhový rozdíl}$$

$$\Delta = (AB + BC)n - DCn_0 \left( \pm \frac{\lambda}{2} \right) \quad \dots \text{ optický dráhový rozdíl}$$

$$\Delta = 2nd \cos \varphi_2 \pm \frac{\lambda}{2}$$

Optický dráhový rozdíl pro dvoupraskovou interferenci v planoparalelní vrstvě.



Vrstva musí být tenká (omezená je koherenční délka zdroje). O členu  $\pm \frac{\lambda}{2}$  musíme rozhodnout vždy individuálně. Interferenci můžeme pozorovat v odraženém i v prošlém světle (jako doplňkové jevy).

$$\Delta = 2nd \cos \varphi_2 \pm \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad \dots \text{ MAXIMA } \left( i 2m \frac{\lambda}{2} \right)$$

$$\Delta = 2nd \cos \varphi_2 \pm \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad \dots \text{ MINIMA}$$

Podmínka vzniku interferenčních maxim a minim může být splněna:

- Změnami indexu lomu vrstvy
- Změnami tloušťky vrstvy
- Proměnným úhlem dopadu světla na vrstvu
- Použitím jiné vlnové délky

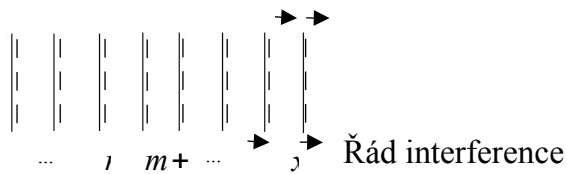
Interferenční proužky

- Stejněho sklonu  $\rightarrow$  mění se  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$
- Stejně tloušťky  $\rightarrow$  mění se  $d$

Při aplikacích interferometrie je významná její přesnost!

Interferenční proužky:

$$\Delta$$



Vzdálenost proužků                      změně dráhového rozdílu o  $\lambda$  .

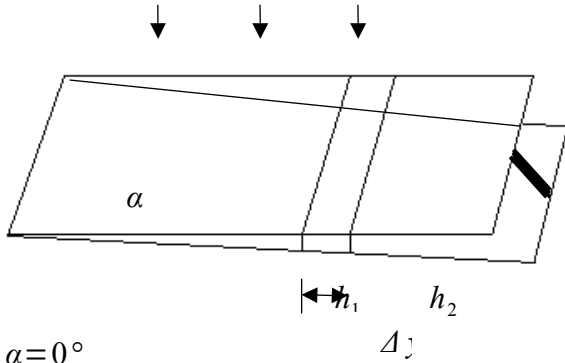
$$\Delta x \frac{1}{B_0} \lambda \dots \text{možnosti detekce}$$

Proto:

$$\begin{aligned} \Delta d & 10^{-5} \text{ mm} \\ \Delta n & 10^{-5} \\ \Delta \varphi & 10^{-5} \text{ rad} \end{aligned}$$

Proužky stejné tloušťky:

a) Na klínové vrstvě



$$\alpha = 0^\circ$$

$\varphi_1 = \varphi_2 = 0^\circ$  ... kolmý dopad světla

$$\Delta = 2nd \cos \varphi_2 \pm \frac{\lambda}{2} = 2nd \pm \frac{\lambda}{2}$$

Pro  $d = h_1, h_2$  ... maxima (sousední)

Pak

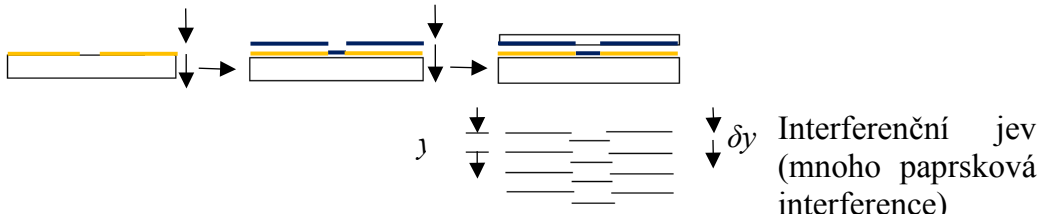
$$\left. \begin{aligned} 2n h_1 \pm \frac{\lambda}{2} &= m\lambda \\ 2n h_2 \pm \frac{\lambda}{2} &= (m+1)\lambda \end{aligned} \right\} 2n(h_2 - h_1) = \lambda$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\lambda}{2n} \dots \text{měření tloušťky tenkých vrstev}$$

$$\alpha = \frac{\Delta h}{\Delta y} = \frac{\lambda}{2n \Delta y} \quad \dots \text{ měření malých úhlů}$$

Lokalizace proužků – na povrchu vrstvy!

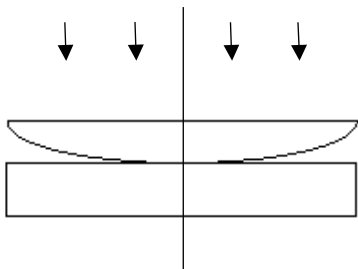
Tolanského metoda měření tloušťky tenké vrstvy:



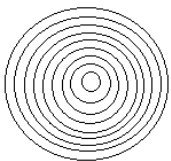
$$d = \frac{\delta y}{y} \frac{\lambda}{2r}$$

$d_{min} \approx 10^{-6} \text{ mm}$  ... denzitometrie přesnost měření zvýší

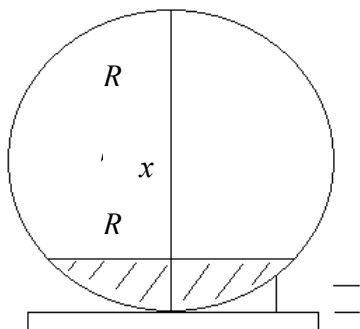
b) Newtonova skla



Vznikají proužky stejné tloušťky – v důsledku symetrie to jsou kružnice.  
Newtonovy kroužky:



Určíme poloměr Newtonových kroužků  $r_m$  :



Podle Thaletovy věty:

$$r_m^2 = d(2R - d) = 2Rd - d^2$$

$$d \ll R \rightarrow r_m^2 \approx 2Rd$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad n = 1$$

$$\Delta = 2d \pm \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = \frac{r_m^2}{R} \pm \frac{\lambda}{2}$$

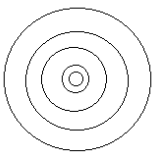
Pro tmavé kroužky:

$$\Delta = \frac{r_m^2}{R} \pm \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$r_m = \sqrt{R\lambda} \sqrt{m} = \text{konst.} \sqrt{m}$$

Poloměry tmavých Newtonových kroužků jsou úměrné řadě odmocnin přirozených čísel. Ve středu je minimum (v důsledku změny fáze při odrazu).

Plocha mezikruží mezi dvěma sousedními kroužky je v našem přiblížení  $(d^2 \ll 0)$ . Konstantní pro celý interferenční jev.



$$S = \pi(r_{m+1}^2 - r_m^2) = \pi R \lambda \quad \dots \text{nezávisí na řádu interference } m$$

### Interferenční barvy tenkých vrstev

Při pozorování v bílém světle je pro dané  $d$  a  $\varphi_2$  splněna podmínka interferenčního maxima v odraženém světle řádu  $m$  pro určitou vlnovou délku  $\lambda$ : vrstva jeví určitou barvu.

Např.: Pro  $n=1, \varphi_1 = \varphi_2 = 0^\circ, m=1$ :

$d = 100 \text{ nm}$  ... světle fialová

$d = 150 \text{ nm}$  ... tmavě žlutá

$d = 200 \text{ nm}$  ... tmavě červená

...

$d = 400 \text{ nm}$  ... zelená

...

### Zdroje světla

Mikroskopicky je světlo generováno při přechodech vnějších elektronů v atomech:

$$f_{21} = \frac{1}{h}(E_2 - E_1)$$

Klasické zdroje (tepelné) – Slunce, svíčka, kahan, žárovka, zářivky, výbojky,...

Kvantové generátory světla – lasery (He-Ne, rubínové, CO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>,...), kapalinové, přeladitelné,...

Laser = light amplification by stimulated emission of radiation (He-Ne)

Lasery v důsledku své obrovské koherenční délky značně zjednodušují potřebné experimentální vybavení pro pozorování interference. Navíc, již při promítnutí stopy laseru na stěnu nebo na hrubozrné stínítko můžeme pozorovat interferenční maxima a minima jako "zrnění" stopy laseru. Prostorově dokonale koherentní záření laseru rozptýlené v difusním prostředí, dává vzniknout trvalé interferenci. Polohy minim a maxim se mění při pohybu hlavy pozorovatelovy a závisí pochopitelně také na rozměrech zrn stínítka, na kterém stopu laseru pozorujeme. V řadě případů je tento jev na závadu pozorování jiných jevů a projevuje se jako šum pozadí.

V posledním desetiletí se rozvíjí nový obor - intenzitní interferometrie, pracující s korelacemi intenzit záření a fotoelektrického proudu, vznikajícího přeměnou tohoto záření ve fotonásobiči. Své uplatnění našla především v interferometrii velmi vzdálených hvězd.

Vezmeme-li vztah (31) pro šířící se vlnu, pak s uvážením vztahu (15) dostaneme konstruktivní interferenci (vztah (58)):

$$\Delta\varphi = 2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (63)$$

kde  $d_2 - d_1 = n_2 r_2 - n_1 r_1$  je **optický dráhový rozdíl** dvou paprsků šířících se po dráze  $r_2$ , resp.  $r_1$  v prostředí s odpovídajícími indexi lomu  $n_1, n_2$ .

Pro maxima tedy

$$d_2 - d_1 = m\lambda = 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (64)$$

tj. sudý násobek  $\frac{\lambda}{2}$ .

Analogicky pro minima

$$d_2 - d_1 = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (65)$$

tj. lichý násobek  $\frac{\lambda}{2}$ .

$$\lambda = 632,8 \text{ nm}$$



Stimulovaná emise  
monochromatické záření



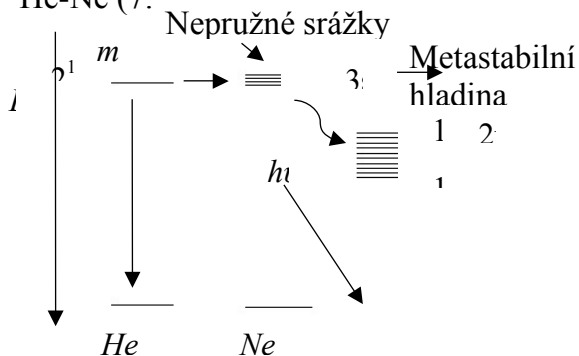
koherentní záření  
 lineárně polarizované záření  
 málo divergentní svazek

Laser-kvantový generátor světla:

Basov, Prochorov (SSSR) + Townes (USA) – 1951/1952. Za tento objev společně získali v roce 1964 Nobelovu cenu.

Stimulovaná emise:

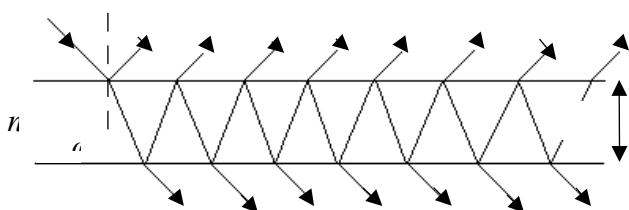
He-Ne (7:1)



Buzení VMF generátorem 21,12 mHz, 1500 V

### Mnohopaprsková interference

Mnohonásobný odraz světla ve vrstvě.



Dochází k interferenci mnoha svazků. Je-li povrch planparalelní desky opatřen odrazivou vrstvou, je splněna amplitudová podmínka a pozorujeme velmi úzké interferenční proužky. Lze ukázat, že intenzita interference v odraženém světle je dána vztahem.

$$I_R = \frac{I \sin^2 \frac{\Delta}{2}}{1 + I \sin^2 \frac{\Delta}{2}} I_0$$

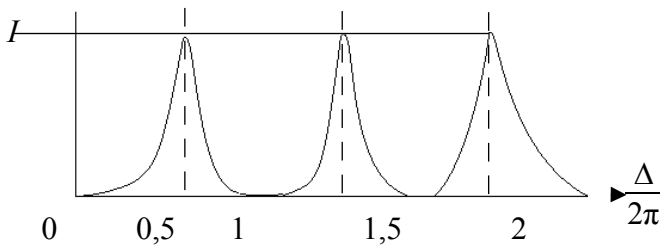
Kde

$I$  ... Fabryho činitel jemnosti závisí na odrazivosti povrchu planparalelní desky

$$I = \frac{4\rho}{(1-\rho)^2}$$

$$\Delta = 2nd \cos \varphi_2 \pm \frac{\lambda}{2}$$

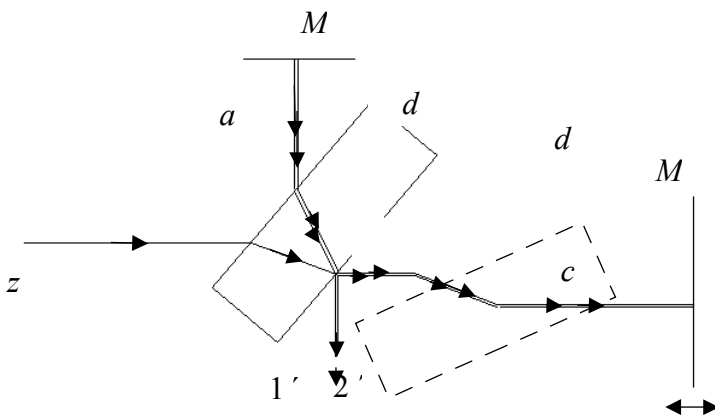




Interferenční proužky pro velké hodnoty  $I$ . Jsou velmi ostré a jejich viditelnost  $V \rightarrow 1$ .

Interferometry – přístroje využívající interference světla pro měření.

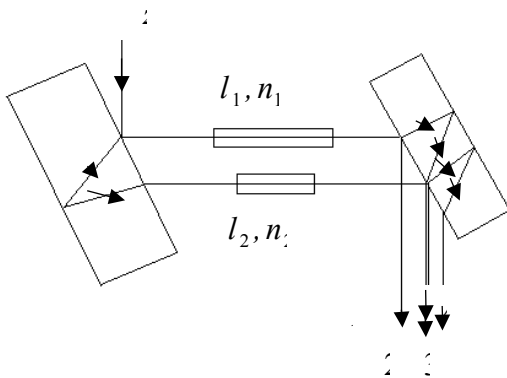
- Indexu lomu (zejména plynů)
- Kvality povrchových ploch (testování optických zrcadel, čoček)
- Délk s velkou přesností
- Jemné struktury spektrálních čar



$$\Delta = 2a - 2(b+c)$$

Pokus Michelsona – Morleye (1887): Prokázal, že se hypotetický éter pohybuje spolu se Zemí (ale z měření aberace vyplývalo, že se Země vzhledem k éteru pohybuje s rychlostí  $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ). Tento rozpor vedl k revoluci ve fyzice.

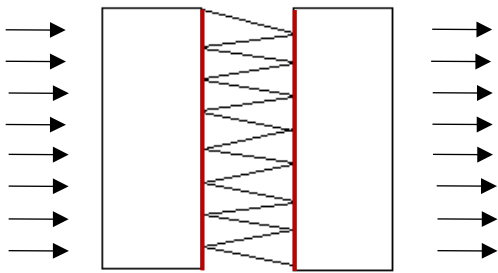
Interferometr Jaminův:



Pozorujeme Brewsterovy proužky – interference svazků  $2'+3'$  na pozadí méně intenzivní interference svazků  $1'+4'$  (není splněna amplitudová podmínka). Svazky  $2'+3'$  se setkávají s dráhovým rozdílem  $\Delta = n_1 l_1 - n_2 l_2$ . Měření indexu lomu plynů a kapalin.

Interferometr Fabryho-Perota:

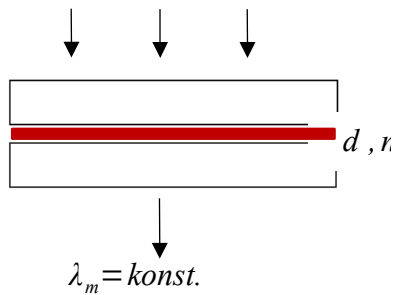
Mnohopaprsková interference na vzduchové vrstvě



Pro analýzu jemné a superjemné struktury spektrálních čar.

### Interferenční filtry

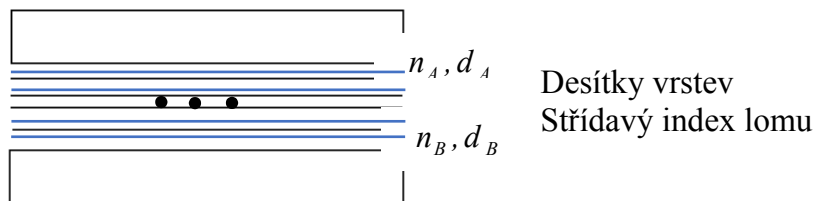
Pro získání kvazimonochromatického světla:



$$\lambda_m = \frac{2nd}{m - \varphi}$$

$\varphi$  ... fázový rozdíl ve vrstvě

Pro dokonalejší monochromaticnost – „složité sendviče“:



$$\Delta\lambda \quad 2-5 \text{ nm}$$

$$\tau \quad 80$$

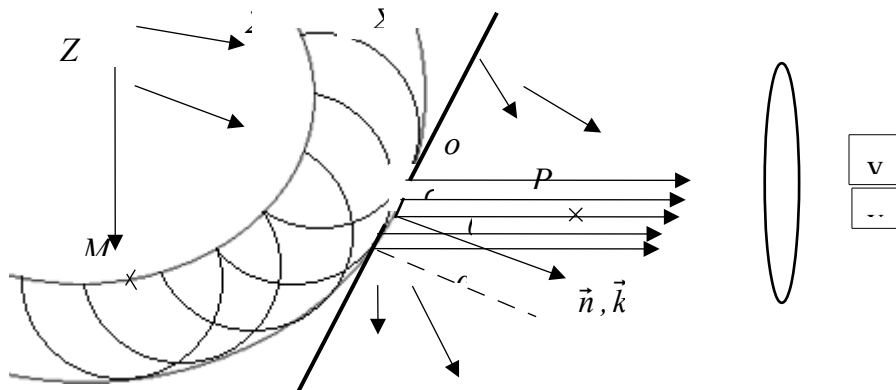
Další využití interference

- Antireflexní vrstvy (neviditelné sklo)
- Studená zrcadla (Ge)
- Determální sklo ( $\text{TiO}_2$ )
- IR zrcadla – úsporná žárovka

Ohyb světla – difrakce

Fresnelova difrakce: Ohyb kulových (divergentních nebo konvergentních) vln.

Fraunhoferova difrakce: Ohyb rovinných vln (objekt i pozorovací bod jsou v nekonečnu). Vycházíme z Huygensova-Fresnelova principu. Jakýkoliv bod  $M$  vlnoplochy  $\Sigma$  lze považovat za sekundární zdroj, jehož amplituda a fáze jsou přesně rovny amplitudě a fázi kmitu vyvolávaného v bodě  $M$  zdrojem  $Z$ .



Určení amplitudy difraktovaného světla v bodě  $P$  je složitou matematickou úlohou: superpozice elementárních koherentních vlnění. Příspěvek elementu plochy do odkryté části vlnoplochy  $\tau$  v bodě  $P$ :

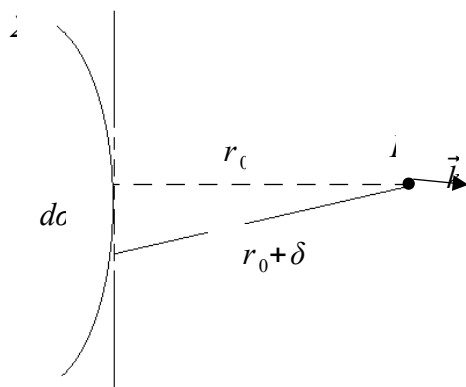
$$du = \kappa d\sigma \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r})$$

$$\kappa \frac{1}{r}, \kappa \cos 0$$

Výsledné vlnění v bodě  $P$ :

$$u = \int_{\sigma} \kappa \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}) d\sigma$$

Upravíme



$$|\vec{k} \vec{r}| = k r_0 + k \delta$$

$$\omega t - \vec{k} \vec{r} = \omega t - k r_0 - k \delta$$

$$\omega t' = \omega t - k r_0 \quad (\text{závisí na } d\sigma)$$

$$C(A - B) = C(A)C(B) + S(A)S(B)$$

Proto

$$u = \int_{\sigma}^{\square} \kappa \cos(\omega t' - k\delta) d\sigma$$

Nebo

$$\kappa \cos(k\delta) d\sigma + \dot{\iota} \sin \omega t' \int_{\sigma}^{\square} \kappa \sin(k\delta) d\sigma$$
$$u = \cos \omega t' \int_{\sigma}^{\square} \dot{\iota}$$

Označíme

$$C = \int_{\sigma}^{\square} \kappa \cos(k\delta) d\sigma$$
$$S = \int_{\sigma}^{\square} \kappa \sin(k\delta) d\sigma$$

} Amplitudové integrály  
difraktovaného světla

Potom

$$\omega t' + \dot{\iota} S \sin \omega t'$$
$$u = C \cos \dot{\iota}$$

$$u = A \cos(\omega t' - \varphi) \quad \dots \text{ vlnění v bodě } P$$

Kde

$$A = \sqrt{C^2 + S^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{S}{C}$$

Intenzita difraktovaného světla v bodě  $P$  :

$$I \quad A^2 = C^2 + S^2$$

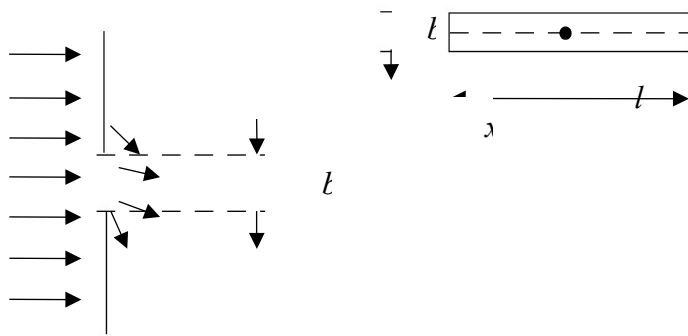
Při řešení konkrétní situace je třeba vhodně vybrat  $\sigma$ , vypočítat amplitudové integrály  $C$  a  $S$  a stanovit hledanou intenzitu difraktovaného světla.

Fraunhoferova difrakce

a) Na obdélníkové štěrbíně

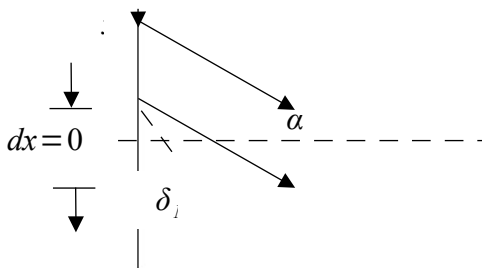
– Difrakce rovinných vln na obdélníkové štěrbíně:





$$d\sigma = l dx$$

$$-\frac{b}{2} \leq x \leq +\frac{b}{2}$$



Dráhový rozdíl celého svazku, vycházejícího ze štěrbiny pod úhlem  $\alpha$  :

$$\delta_M = b \sin \alpha$$

Pro element štěrbiny  $dx$  v místě o souřadnici  $x$  . Je dráhový rozdíl  $\delta = x \sin \alpha$  .

Amplitudové integrály

$$C = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \kappa l \cos(k\delta) dx = B \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos(kx \sin \alpha) dx$$

$$S = B \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sin(kx \sin \alpha) dx$$

Integrujeme přes celou šířku štěrbiny, ale

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha) \quad \dots \text{lichá funkce}$$

Proto

$$S = 0$$

Vypočteme druhý integrál a označíme:

$$kx \sin \alpha = z$$

$$k \sin \alpha dx = dz$$

A

$$C = \frac{B}{k \sin \alpha} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos z dz$$

Proto

$$C = \frac{B}{k \sin \alpha} \left[ \sin(kx \sin \alpha) \right]_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} = \frac{2B \sin\left(\frac{1}{2} kb \sin \alpha\right)}{k \sin \alpha}$$

$$C = Bb \frac{\sin\left(\frac{kb \sin \alpha}{2}\right)}{\frac{kb \sin \alpha}{2}}$$

Označíme

$$\alpha = i \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha = \frac{\pi}{\lambda} \delta_{MAX}$$

$$\mu = \frac{kb \sin \alpha}{2} = \frac{\pi}{\lambda} b \sin i$$

Pak

$$C = Bb \frac{\sin \mu}{\mu} = Bb \operatorname{sinc} \mu$$

Kde

$$\frac{\sin \mu}{\mu} = \operatorname{sinc} \mu \quad [\text{čti „sinc“}]$$

Intenzita difraktovaného světla

$$I C^2 = B^2 b^2 \sin^2 \mu = I_0 \sin^2 \mu$$

$$I_0 = B^2 b^2 \quad \dots \text{aperturní konstanta}$$

$$I(\alpha) = \left( \frac{\sin \mu}{\mu} \right)^2 I_0$$

$$I(\alpha) = I_0 \left( \frac{\sin \mu}{\mu} \right)^2 = I_0 \operatorname{sinc}^2 \mu$$

$$\mu = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha$$

$$\delta_{MAX}$$

Nulová minima:

$$I = 0 \quad \text{pro} \quad b \sin \alpha = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad m \neq 0$$

Centrální maximum:

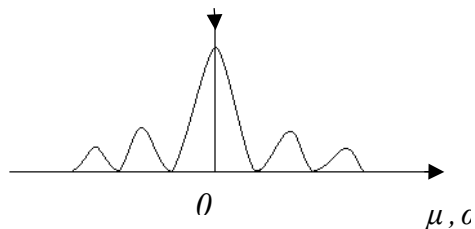
$$I = I_0 \quad \text{pro} \quad \alpha = 0$$

Vedlejší maxima řádu  $m = 1, 2, \dots$  pro  $\mu = \tan \mu$ .

Transcendentní (trigonometrické) rovnice pro polohu vedlejších maxim (maxim vyšších řádů).

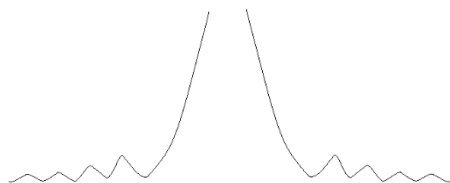
Fraunhoferova difrakce na obdélníkové štěrbině:

$$I = I_0 \left( \frac{\sin \mu}{\mu} \right)^2 \quad \mu = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha$$



Centrální maximum pro  $\mu = \alpha = 0$  :

- maxima I., II., ... řádu (vedlejší maximum) pro  $\mu = \tan \mu$
- minima ( $I = 0$ ) pro  $b \sin \alpha = m\lambda$





Intenzity  $\frac{I}{I_0}$  :

Hlavní maximum	$\mu=0$	1
I. vedlejší maximum	$\mu=\pm 1,43 \pi$	0,04 7
II. vedlejší maximum	$\mu=\pm 2,46 \pi$	0,01 6
III. vedlejší maximum	$\mu=\pm 3,47 \pi$	0,00 8

Úhlové rozložení:

Když  $b \gg \lambda$  je  $\sin \mu \approx \mu, \sin \alpha \approx \alpha$  :

$$\text{MINIMA } \alpha_{MIN} = m \frac{\lambda}{b}$$

$$\text{MAXIMA } \alpha_{MAX} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{b}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

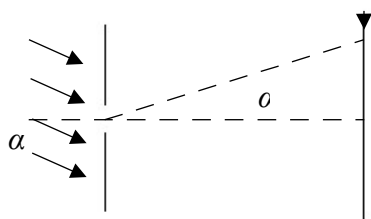
Úhlová vzdálenost 2 sousedních minim:

$$\Delta \alpha = \alpha_{m+1} - \alpha_m = \frac{\lambda}{b}$$

Lineární vzdálenost na stínítku ve vzdálenosti  $L < f$  :

$$\Delta y = L \Delta \alpha = \frac{L \lambda}{b}$$

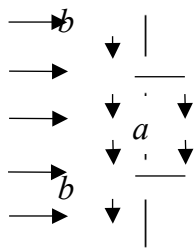
Při šikmém dopadu rovinné vlny (úhel dopadu  $\varphi$ ) se difrakční jev na stínítku posune:



$$\mu = \frac{\pi}{\lambda} b (\sin \alpha \pm \sin \varphi)$$

b) Na dvou štěrbinách

– Difrakce na dvou rovnoběžných obdélníkových štěrbinách konečné šířky

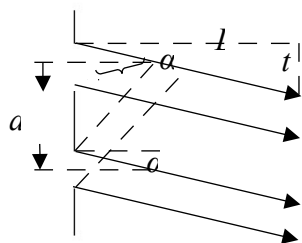


At'  $b < a$  : za stínítkem dojde k interferenci difraktovaných světelných svazků.

Od jedné štěrbině:

$$I_1 = I_0 \text{sinc}^2 \mu \quad \mu = \frac{1}{2} kb \sin \alpha$$

Při obou odkrytých štěrbinách dojde k interferenci. Dráhový rozdíl interferujících svazků je  $\delta_i = a \sin \alpha$  (je stejný pro všechny dvojice odpovídajících bodů jedné i druhé štěrbině).



Oběma štěrbinami prochází v daném směru  $\alpha$  světlo stejné intenzity  $I_1$ . Po interferenci bude intenzita:

$$I = 4 I_1 \cos^2 \frac{\pi x}{\zeta} \quad \dots \text{Youngův pokus}$$

$$\text{U nás ale } \frac{x}{D} = \tan \alpha \approx \sin \alpha \quad \zeta = \frac{D\lambda}{a} \quad \dots \text{Youngova interference}$$

Proto

$$\frac{\pi x}{\zeta} = \frac{\pi D \sin \alpha}{\frac{D\lambda}{a}} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \alpha = \frac{k \delta_i}{2}, \quad a \sin \alpha = \delta_i$$

Proto rozložení intenzity difraktovaného světla:

$$I = 4 I_0 \overbrace{\text{sinc}^2 \mu}^{I_1} \cos^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} a \sin \alpha \right)$$

Označíme  $I_1$

$$P^2 = \text{sinc}^2 \mu$$

$$Q^2 = \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} a \sin \alpha\right)$$

Pak

$$I = 4 I_0 P^2 Q^2$$

Nulová intenzita:

- I.  $P=0$  ... případ minim difrakce pro  $b \sin \alpha = m\lambda, m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$   
 II.  $Q=0$  ... případ interferenčních minim

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda} a \sin \alpha\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{\lambda} a \sin \alpha = \frac{2m+1}{2} \pi$$

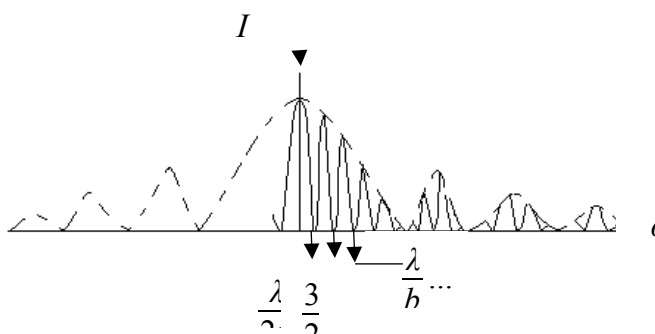
$$a \sin \alpha = \frac{2m+1}{2} \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Na stínítku pozorujeme současně difrakční minima pro  $\sin \alpha_D = \frac{\lambda}{b} m$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

I interferenční minima pro  $\sin \alpha_i = \frac{\lambda}{a} \frac{2m+1}{2} \quad m = 0, 1, 2, \dots$

Jelikož  $a > b$ , je  $\alpha_i < \alpha_D$  tj. interferenční minima nastávají uvnitř difrakčních maxim: přes tato difrakční maxima se naloží interferenční jev, jehož maxima určuje **difr.č**

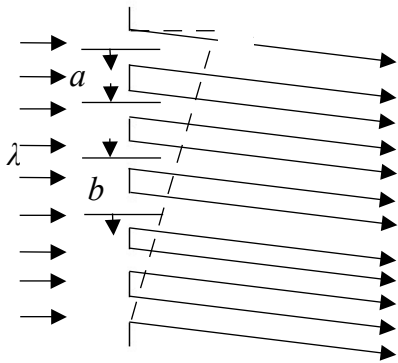


Diapozitivy: Dvořáčková Komrska

c) Na mřížce

– Ohyb na mřížce

Soustava N identických ekvidistantních štěrbin šířky  $b$ , vzdálenost sousedních štěrbin  $a$ :



$$\delta_i = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \alpha$$

Fázový rozdíl 2 interferujících sousedních difraktovaných svazků. Jeho intenzita je

$$I_1 = I_0 \text{sinc}^2 \mu \quad \mu = \frac{1}{2} kb \sin \alpha$$

N štěrbin  $\rightarrow$  N interferujících svazků (mnoho paprsková interference) – celková intenzita

$$I = I_0 P^2 R^2$$

Kde difrakční člen

$$P^2 = \text{sinc}^2 \mu$$

A člen pro intenzitu mnoho paprskové interference s fázovým rozdílem  $\delta_i, 2\delta_i, 3\delta_i, \dots, N\delta_i$  je

$$R = \frac{\sin \frac{N\delta_i}{2}}{\sin \frac{\delta_i}{2}}$$

Když označíme  $\beta = \frac{\delta_i}{2} = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \alpha$  je  $R^2 = \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}$ .

Tento člen charakterizuje intenzitu interference od N štěrbin, celková intenzita jevu je pak ještě modulována rozložením intenzity difraktovaného světla, tj. členem  $P^2$ . Podmínka pro hlavní maxima m-tého řádu:

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \alpha = m\pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$a \sin \alpha = m\lambda$  ... Difrakční rovnice pro mřížku

Minima nastávají pro

$$\beta = m \frac{\pi}{N}, m = 1, 2, 3, \dots, N-1, N+1, \dots$$

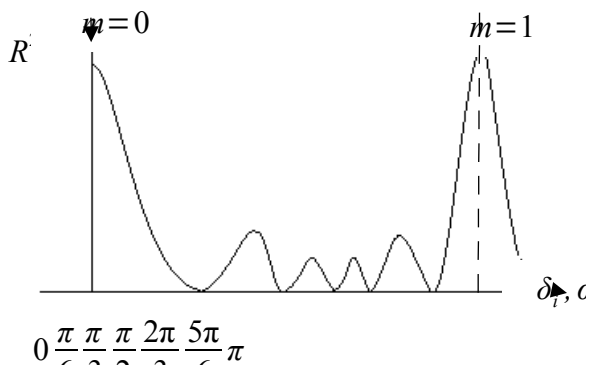
Neboť pro tyto hodnoty  $\beta$  je  $\sin \beta \neq 0$ , ale  $\sin N\beta = 0$ . Podmínka pro minima osvětlení:

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \alpha = m \frac{\pi}{N}$$

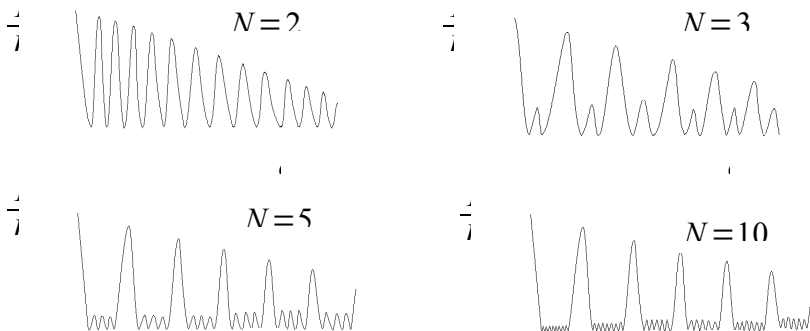
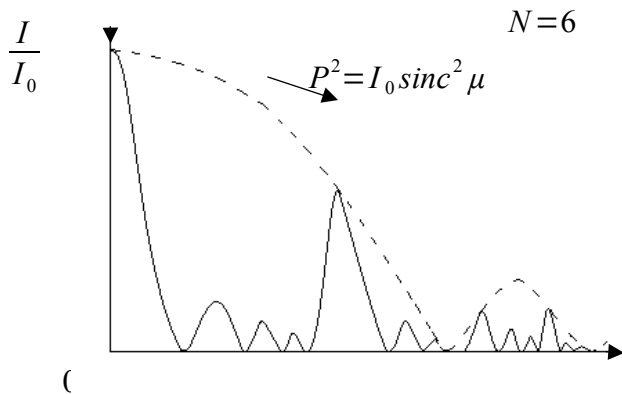
$$Na \sin \alpha = m\lambda \qquad m = \pm 1, \pm 2, \dots \qquad m \neq N, 2N, 3N, \dots$$

Mezi dvěma sousedními hlavními maximy leží tedy  $(N-1)$  minim, proto tam musí existovat ještě  $(N-2)$  vedlejších maxim, jejichž intenzita rychle klesá s růstem  $N$ .

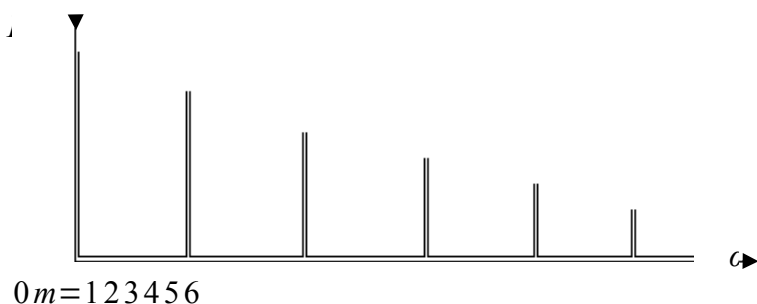
Např.: Pro  $N=6$



A celková intenzita difraktovaného světla  $I = I_0 P^2 R^2$ .



Při  $N \gg 1$  jsou patrná pouze hlavní maxima. Intenzita vedlejších maxim je zanedbatelně malá.



Jejich poloha závisí na  $\alpha$  – difrakční mřížka se užívá ve spektrální analýze. Charakteristiky:

- Disperze mřížky
- Rozlišovací schopnost mřížky

Dosazením  $d_\alpha$  do vztahu pro úhlovou dispersi máme:  $d_\lambda = \frac{\lambda}{Na \cos \alpha}$

$$\frac{d_\alpha}{d\lambda} = \frac{\lambda}{Na \cos \alpha} = \frac{m}{a \cos \alpha}$$

$$r = \frac{\lambda}{d\lambda} = mN$$

Rozlišovací schopnost difraktované mřížky:

- Závisí na celkovém počtu štěrbin a na difraktovaném řádu
- Nezávisí na mřížkové konstantě  $a$

Př.: Na dublet  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ ,  $d\lambda = 0,6 \text{ nm}$

Pro jeho rozlišení musí být  $r > \frac{589,3}{0,6} = 982 = mN$ , proto pro  $m=2$  je  $N_{\min} = 500$ .

Parametry:

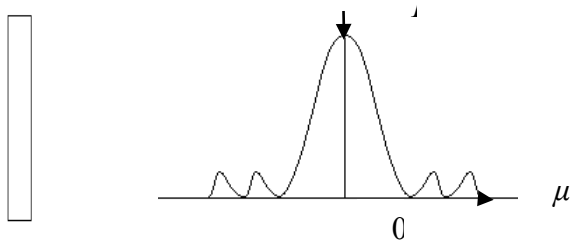
- Disperze difraktované mřížky (úhlová):  $\frac{d_\alpha}{d\lambda} = \frac{m}{a \cos \alpha}$  [ $m^{-1}$ ]. Úhlová odchylka difrakčního maxima m-tého řádu připadající na jednotkový interval vlnových délek.

$$\frac{d_\alpha}{d\lambda} \approx m, \frac{1}{a}$$

- Rozlišovací schopnost difraktované mřížky  $r = \frac{\lambda}{d\lambda}$  [ $mN$ ]. Podíl vlnové délky a nejmenšího rozlišitelného intervalu  $d\lambda$ .

Poznámka k Fraunhoferově difrakci:

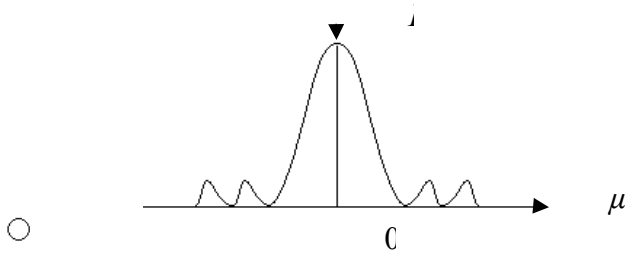
- Na obdélníkové štěrbině



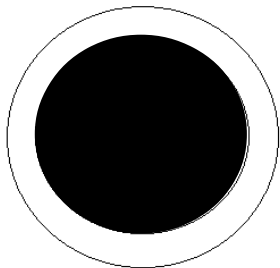
$$I = I_0 \left( \frac{\sin \mu}{\mu} \right)^2$$

$$\mu = \frac{1}{2} kb \sin \alpha$$

– Na kruhovém otvoru

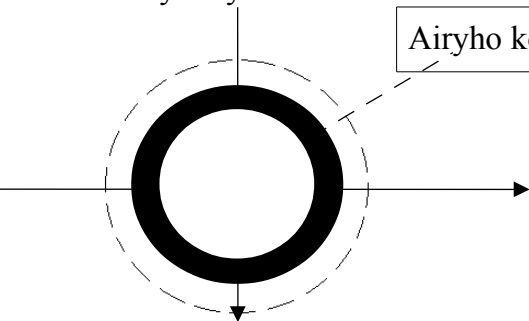


Středově symetrické rozložení intenzity difrakce.



Analyticky?

Airyho kotouč



Matematicky jde o rozložení intenzity na stínítku.

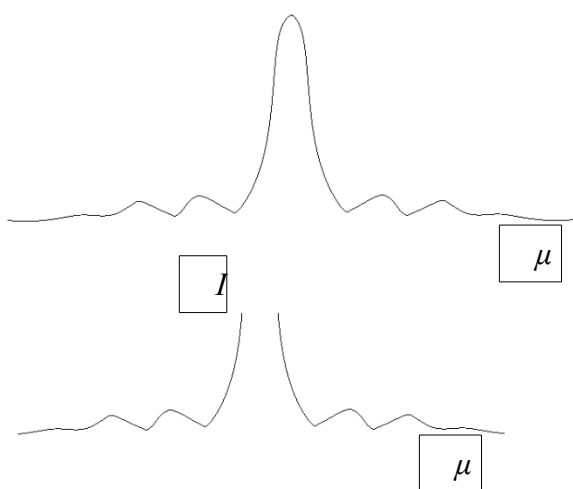
$$I = I_0 \left( \frac{B(\tau)}{\tau} \right)^2$$

Kde  $B(\tau)$  je Besselova funkce 1. řádu.

$$\tau = \frac{\pi}{\lambda} D \sin \alpha$$

Nulových hodnot nabývá funkce  $B(\tau)$  pro  
 $\tau_1 = 3,832 \rightarrow$  omezení centrálního maxima  
 $\tau_2 = 7,016 \dots$

$$I = I_0 \left( \frac{B(\tau)}{\tau} \right)^2 \quad \boxed{I}$$

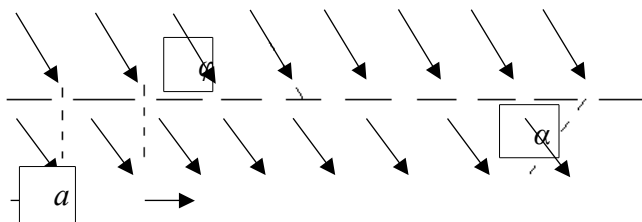


Pro úhlovou šířku centrálního maxima (Airyho kotouče) platí  $\sin \alpha_1 = \frac{\tau_1}{\pi} \frac{\lambda}{D} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ .

Proto při zobrazení bodu má jeho obraz tvar kruhové plošky s úhlovou šířkou  $\alpha_1 \approx \sin \alpha_1 \geq 1,22 \frac{\lambda}{D}$

Tato rovnice určuje meze rozlišení optických přístrojů. Pro  $\alpha < \alpha_1$  nemůžeme rozlišit při použitím průměru čočky  $D$  a vlnové délky  $\lambda$  dva blízké body. Poznámka k Fraunhoferově difrakci na plošných a objemových strukturách:

1) Úhly dopadu měříme ne od kolmice, ale přímo od roviny plošné nebo prostorové „mřížky“



Proto difraktované rovnice  $a (\cos \alpha \pm \cos \varphi_0) = m\lambda$

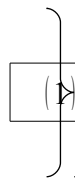
2) Difrakční rovnice



$$a_1(\cos \alpha - \cos \varphi_0) = m_1 \lambda$$

$$a_2(\cos \beta - \cos \psi_0) = m_2 \lambda$$

$$a_3(\cos \gamma - \cos \chi_0) = m_3 \lambda$$



Navíc geometrická podmínka

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos^2 \varphi_0 + \cos^2 \psi_0 + \cos^2 \chi_0 = 1$$

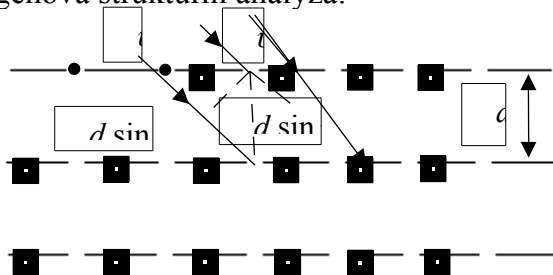


Vztahy (1) a (2) nelze splnit celistvými čísly  $m_1, m_2$  a  $m_3$  – pro daný směr vlny dostáváme pro každý daný řád interference  $m_1, m_2$  a  $m_3$ . Jen jednu hodnotu  $\lambda$ , která v tomto směru jeví difrakční maximum. Proto při analýze je třeba užít ne monochromatické, ale **spojité** záření, po difrakci se objeví maxima pro diskrétní hodnoty  $\lambda$ .

RTG záření:

- Určování typu krystalové mřížky
- Měření délky vlny RTG

Rentgenová strukturní analýza:



$$2d \sin \theta = m \lambda$$

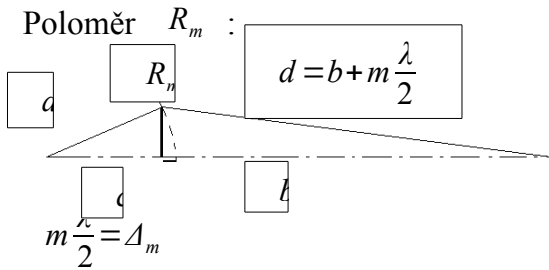
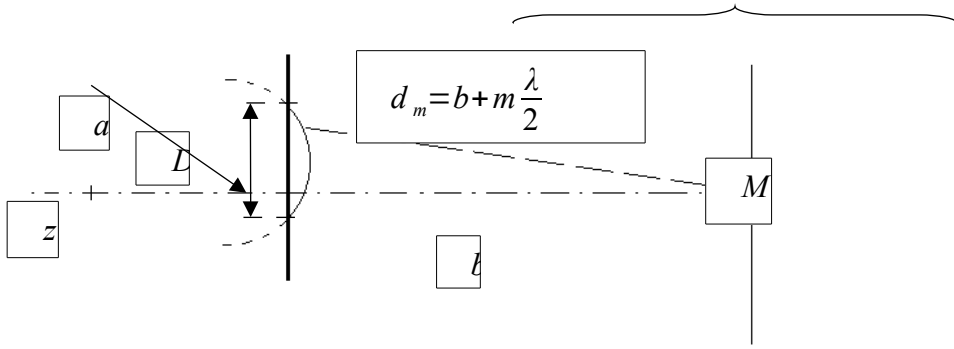
$m$  – největší společný dělitel řádů  $m_1, m_2, m_3$ .

Braggova rovnice pro maxima RTG difrakce.

Fresnelovu difrakci

d) Na kruhovém otvoru

Kulová vlna  $u(r, t) = \frac{A_0}{r} \sin(\omega t - kr)$ . Řešení metodou Fresnelových pásem (zón):



$$R_m^2 = a^2 - (a - c)^2 = 2ac$$

$$R_m^2 = (b + \Delta_m)^2 - (b + c)^2 = 2b(\Delta_m - c)$$

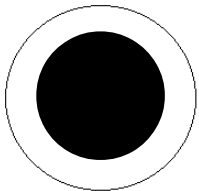
$$2ac = 2b(\Delta_m - c)$$

$$\Delta_m = \frac{(a+b)c}{b} = \frac{a+b}{2ab} R_m^2$$

$$m \frac{\lambda}{2} = \frac{a+b}{2ab} R_m^2$$

$$R_m^2 = m \frac{\lambda ab}{a+b}, R_m = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\lambda ab}{a+b}} \quad \dots \text{ poloměr } m\text{-té Fresnelovy zóny}$$

Plocha mezi dvěma sousedními zónami



$$s_m = \pi (R_{m+1}^2 - R_m^2) = \frac{\pi \lambda ab}{a+b} \quad \dots \text{ nezávisí na } m$$

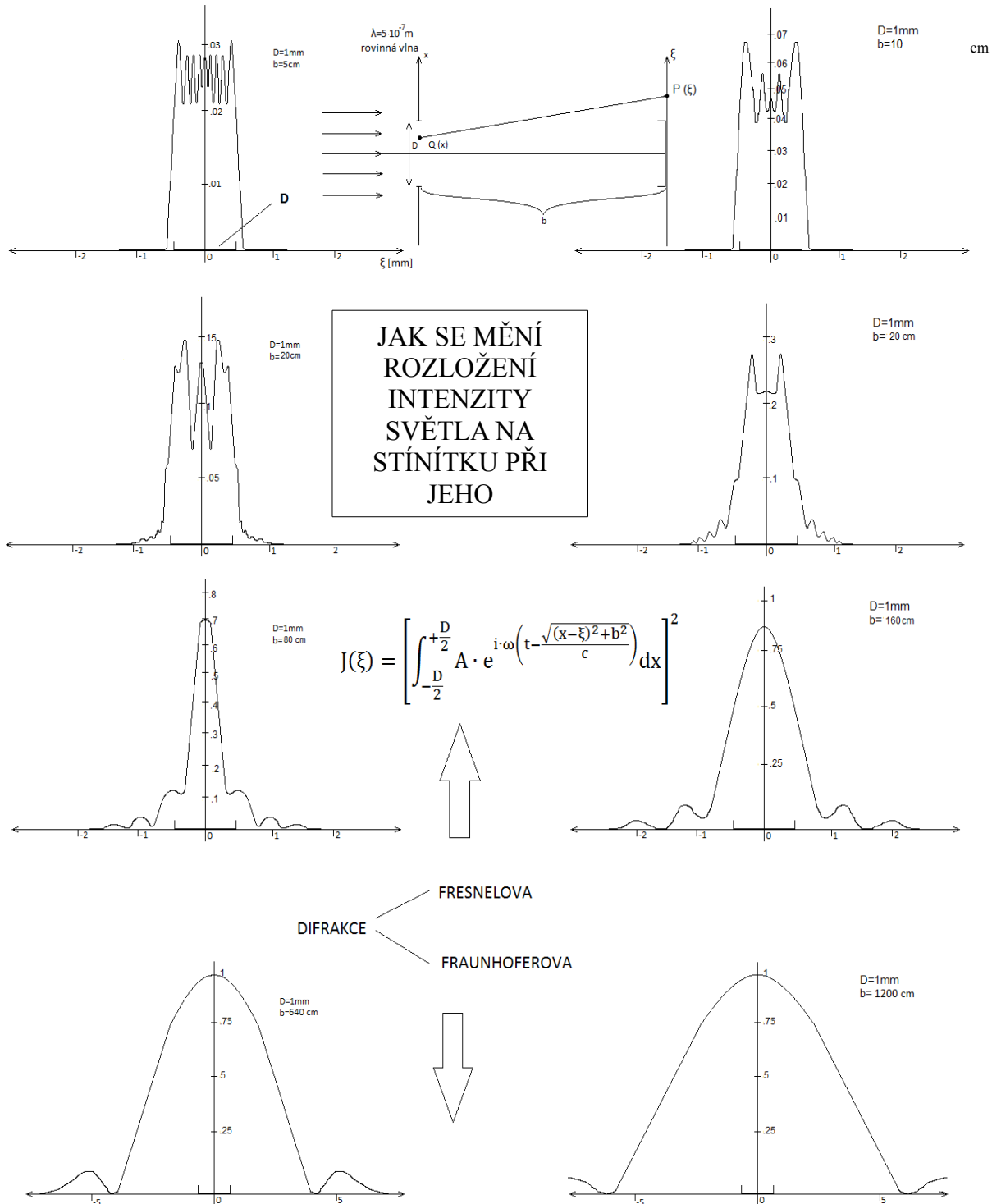
Střední hodnota fáze vlny, vystupující z Fresnelovy zóny, se mění o  $\pi$ . Amplituda  $\sim$  ploše, tj. v našem přiblížení stálá, tj. intenzita vyzařovaná z každé zóny je stejná.

Výsledná amplituda světla v bodě  $M_0$  (na optické ose):

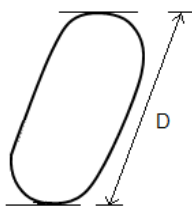
Pro  $m_{\max}$  liché:  $A_{M_0} = \sum A_m \neq 0$

Pro  $m_{\max}$  sudé:  $A_{M_0} = 0$

Jinak v bodech mimo optickou osu je dána intenzita Fresnelovy difrakce tzv. Fresnelovými integrály:

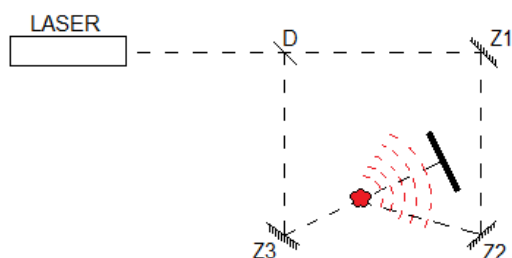


Poznámka na závěr Difrakce - Veškeré zobrazování čočkami můžeme interpretovat jako Fraunhoferovy difrakci na kruhovém otvoru o průměru čočky.

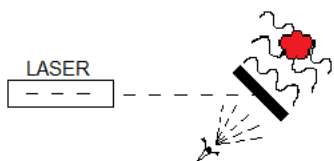


V ohniskové rovině se bodový zdroj zobrazí jako soustava difrakčních maxim a minim nás zajímá jen centrální Airyho kotouč.

## 6.2. Holografie – Gabor, 1947



Interference + Difrakce odražené vlny s referenčním svazkem  
Úplná informace o snímaném objektu  
Trojrozměrný obraz



Zviditelnění

Holografická interference

X

Video:

Holografie

Koherezní zrnitost

Hologramy:

Zviditelnění laserem

Pozorování v bílém světle

(National geografic)

## 7. Geometrická optika

Optické zobrazování – postuláty:



Roviny:: Fokální (ohniskové)

Hlavní  
Uzlové

Ohnisková vzdálenost  $R, R'$ :

Vzdálenost odpovídající hlavní a fokální roviny

Samostudium:

Katoptrické zobrazovací soustavy

Zobrazení lomem

Průchod světla hranolem a planoparalelní deskou

Podmínka minimální deviace

Parakiální prostor:

1. řádu – nitkový, Gaussův

$$\tan \alpha = \sin \alpha = \alpha \quad \alpha \leq 2^\circ; 10^{-5}$$

3. řádu – Seidlův

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} \quad 2^\circ < \alpha \leq 15^\circ$$

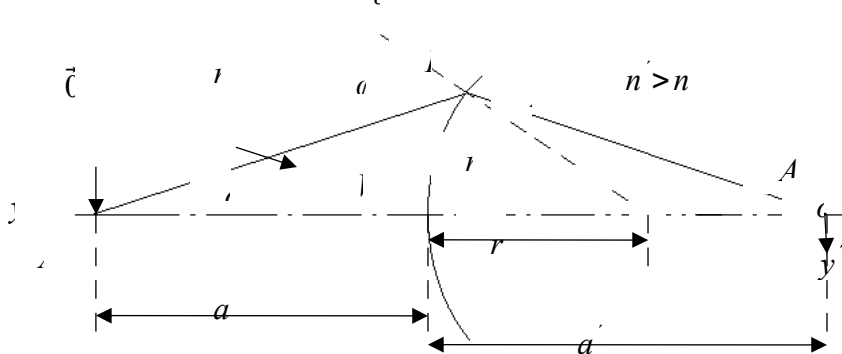
Ideální zobrazení:  $A \rightarrow A'$

Skutečné zobrazení: Vady

Znaménková konvence – str. 109 skripta

$$J(\xi) = \left[ \int_{\frac{-D}{2}}^{\frac{+D}{2}} A \cdot e^{i \cdot \omega \left( t - \frac{\sqrt{(x-\xi)^2 + b^2}}{c} \right)} dx \right]^2$$

Zobrazení jednou lámavou plochou:



Podle znaménkové konvence platí:

$$r > 0, \alpha > 0, \varphi > 0, \varphi' > 0, \alpha' < 0, a > 0, a' > 0$$

Zákon lomu:  $n \sin \varphi = n' \sin \varphi'$

$$\Delta ABC \quad \frac{\sin(\pi - \varphi)}{\sin \alpha} = \frac{r+a}{r}$$

$$\Delta CBA' \quad \frac{\sin \varphi'}{\sin(-\alpha')} = \frac{-\sin \varphi'}{\sin \alpha'} = \frac{a'-r}{r}$$

$$\Delta ABA' \quad \alpha + (\pi - \varphi) + \varphi' - \alpha' = \pi \rightarrow \alpha' = \alpha - \varphi + \varphi'$$

V paraxiálním prostoru 1. řádu  $\sin \beta = \beta$ , proto  $n\varphi = n'\varphi' \rightarrow \varphi' = \frac{n}{n'}\varphi$  (1')

$$\varphi = \alpha \frac{r+a}{r} \quad (2')$$

$$-\varphi' = \alpha' \frac{a'-r}{r} \quad (3')$$

$$\alpha' = \alpha - \varphi + \varphi' \quad (4')$$

$$-\alpha' \frac{a'-r}{r} = \frac{n}{n'} \frac{r+a}{r} \alpha$$

$$-n' \alpha' \frac{a'-r}{r} = n \alpha \frac{r+a}{r} \quad \dots \text{eliminujeme úhly dopadu } \varphi \text{ a lomu } \varphi' \text{ a také } \alpha \text{ a } \alpha'$$

Ze (4):  $\alpha' + \alpha' \frac{a'-r}{r} = \alpha - \alpha \frac{r+a}{r} \quad \dots$

$$\alpha' \frac{a'}{r} = -\alpha \frac{a}{r}$$

Dělíme  $\frac{-n' \alpha' \frac{a'-r}{r} = n \alpha \frac{r+a}{r}}{\alpha' \frac{a'}{r} = -\alpha \frac{a}{r}} :$

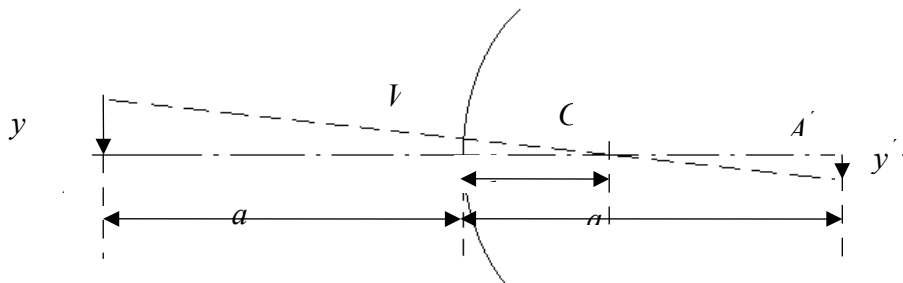
$$n' \frac{a'-r}{a'} = n \frac{r+a}{a}$$

$$n' \left(1 - \frac{r}{a'}\right) = n \left(\frac{r}{a} + 1\right)$$

$$\frac{n'}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n}{r} + \frac{n}{a} \quad \dots \text{zobrazovací rovnice lámavé plochy}$$

$$\frac{n' - n}{r} = D \quad \dots \text{optická mohutnost lámavé plochy}$$

Paprsek s  $\varphi = 0$  se neláme:



Proto příčné zvětšení (boční)

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{-a' - r}{a + r} = \frac{1 - \frac{a'}{r}}{1 + \frac{a}{r}}$$

Ze zobrazovací rovnice

$$m = \frac{-n a'}{n' a}$$

Pro hlavní body  $H, H'$  je  $m = 1$ , tj.

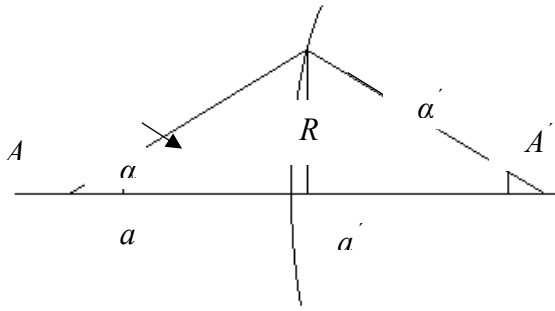
$$\text{Z } m = \frac{-n a'}{n' a} : \quad n a'_H = -n' a_H \quad n \geq 1, n' \geq 1$$

$$\text{A také z } m = \frac{y'}{y} = \frac{-a' - r}{a + r} = \frac{1 - \frac{a'}{r}}{1 + \frac{a}{r}} : \quad a'_H = -a_H \rightarrow a_H = a'_H = 0$$

Oba hlavní body lámavé plochy splývají s jejím vrcholem V:  $H = H' = V$

Pro uzlové body  $N, N'$  je  $g = 1$ , tj.





$$\frac{h}{a} \alpha, \frac{h}{a'} \alpha'$$

$$g = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

$$g = \frac{-a_N}{a_{N'}} = 1$$

$$a_N = -a_{N'} \rightarrow \frac{n}{a_N} + \frac{n'}{a_{N'}} = \frac{1}{a_N} (n - n') = \frac{1}{r} (n' - n) \rightarrow a_N = -r, a_{N'} = +r$$

Oba uzlové body leží ve středu křivosti lámavé plochy:  $N = N' = C$ .

Polohy ohnisek  $F, F'$  a ohniskové vzdálenosti. Pro  $F : \alpha' \rightarrow \infty$

$$\frac{n}{a_F} = \frac{n' - n}{r} = D$$

Ale  $a_F = f : f = \frac{nr}{n' - n} = \frac{n}{D}$

Pro  $F' : a \rightarrow \infty$

$$\frac{n'}{a_{F'}} = \frac{n' - n}{r} \rightarrow f' = \frac{n' r}{n' - n} = \frac{n'}{D}$$

Zřejmě  $\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$  a  $f' - f = r$

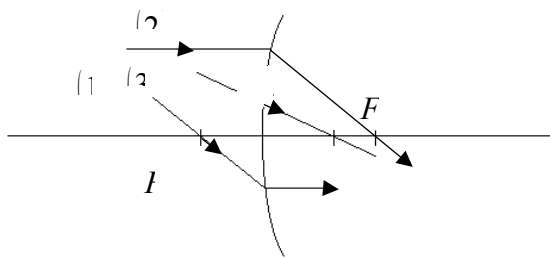
Pak zobrazovací rovnice lámavého rozhraní píšeme ve tvaru:

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1 \quad \dots \text{Gaussova zobrazovací rovnice pro lámavé rozhraní}$$

Zavedeme Newtonovy souřadnice  $a = f + q, a' = f' + q'$

Pak  $q q' = f f'$  ... Newtonova zobrazovací rovnice pro lámavé rozhraní

Grafický způsob určení odrazu z chodu tří významných paprsků:



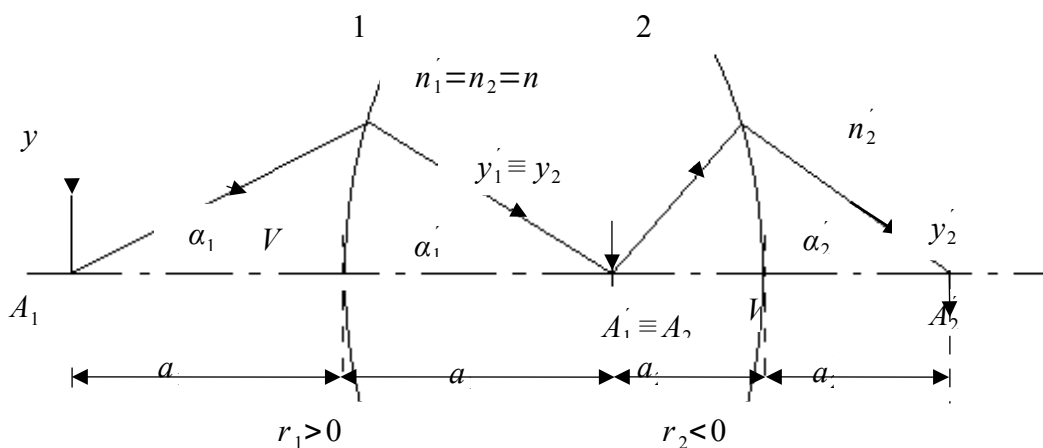
(1)  $F \rightarrow \infty$

(2)  $\infty \rightarrow F'$

(3) vlastnost uzlových bodů  $g = 1$

Čočka – soustava 2 lámavých ploch

Obraz, vytvořený první lámavou plochou, tvoří předmět, který je zobrazen druhou lámavou plochou.



Tloušťka čočky  $d = V_1 V_2$

Zřejmě platí:

$$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_1'}{a_1'} = \frac{n_1' - n_1}{r_1} = D_1$$

$$\frac{n_2}{a_2} + \frac{n_2'}{a_2'} = \frac{n_2' - n_2}{r_2} = D_2$$

Ale také  $n_1' = n_2 = n$  ... index lomu čočky a  $d = a_1' + a_2$  ... transformační rovnice čočky

Proto

$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n}{a_1} = \frac{n-n_1}{r_1}$  } Rešíme spolu tak,  
 abychom vyloučili a např.:

$$\frac{n}{d-a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2-n}{r_2}$$

$$a_1' = \frac{n}{\frac{n-n_1}{r_1} - \frac{n_1}{a_1}}$$

$$a_2' = \frac{n_2}{\frac{n_2-n}{r_2} - \frac{n}{a_1-a_1}} \quad \dots \text{ poloha obrazu malého předmětu v paraxiálním prostoru}$$

Zvětšení čočky:

- Příčné  $m = \frac{y_2'}{y_1}$  ale  $m_1 = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{-n_1 a_1'}{n a_1}, m_2 = \frac{y_2'}{y_2} = \frac{-n a_2'}{n_2 a_2}$

$$y_1' = y_2$$

Proto

$$m = m_1 m_2 = \frac{n_1 a_1' a_2'}{n_2 a_1 a_2}$$

Úhlové zvětšení:

$$g = \frac{\alpha_2'}{\alpha_1}$$

Ale  $g_1 = \frac{\alpha_1'}{\alpha_1} = \frac{-a_1'}{a_1}, g_2 = \frac{a_2'}{a_2}$

$$a_1' = a_2$$

Proto

$$g = g_1 g_2 = \frac{a_1 a_2'}{a_1 a_2}$$

Vztah mezi příčným a úhlovým zvětšením čočky:  $mg = \frac{n_1}{n_2} = \text{konstanta}$

Úhlové zvětšení čočky (soustavy) je nepřímo úměrné příčnému zvětšení.

Výsledná amplituda světla v bodě  $M_0$  (na optické ose)

Pro  $m_{\text{MAX}}$  liché:  $A_{M_0} = \sum A_m \neq 0$

Pro  $m_{\text{MAX}}$  sudé:  $A_{M_0} = 0$

Najdeme polohu ohnisek  $F a F'$  tlusté čočky:

Když

$$a_1 \rightarrow \infty \text{ je } a_2' \equiv a'(F')$$

$$a_2' \rightarrow \infty \text{ je } a_1 \equiv a(F)$$

ze zobrazovacích rovnic platí:

$$a(F) = \frac{n_1 \cdot (n - d \cdot D_2)}{n \cdot \left( D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2 \right)}$$

$$a'(F') = \frac{n_2' \cdot (n - d \cdot D_1)}{n \cdot \left( D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2 \right)}$$

$$D = D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2$$

Optická mohutnost (tlusté) čočky

Hlavní body čočky  $H, H'$

$$m=1 \rightarrow n_1 \cdot a_1' \cdot a_2' = n_2' \cdot a_1 \cdot a_2 \quad / \cdot n$$

$$\frac{n}{a_1'} \cdot \frac{n_2'}{a_2'} \cdot a_1 = n_1 \cdot \frac{n}{a_2}$$



Dosadíme ze zobrazovacích rovnic a z transformačních z transformačních vztahů; platí:

$$a_1(H) \equiv a(H)$$

$$a_2'(H') \equiv a'(H')$$

- $a(H) = \frac{n_1 \cdot d \cdot D_2}{n \cdot D}$

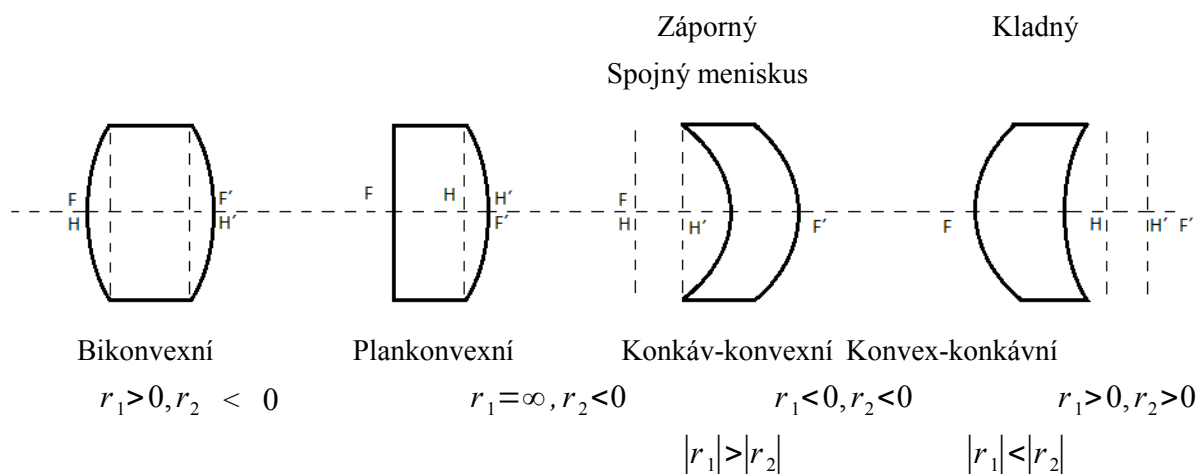
- $a'(H') = \frac{n_2' \cdot d \cdot D_1}{n \cdot D}$

Kde:

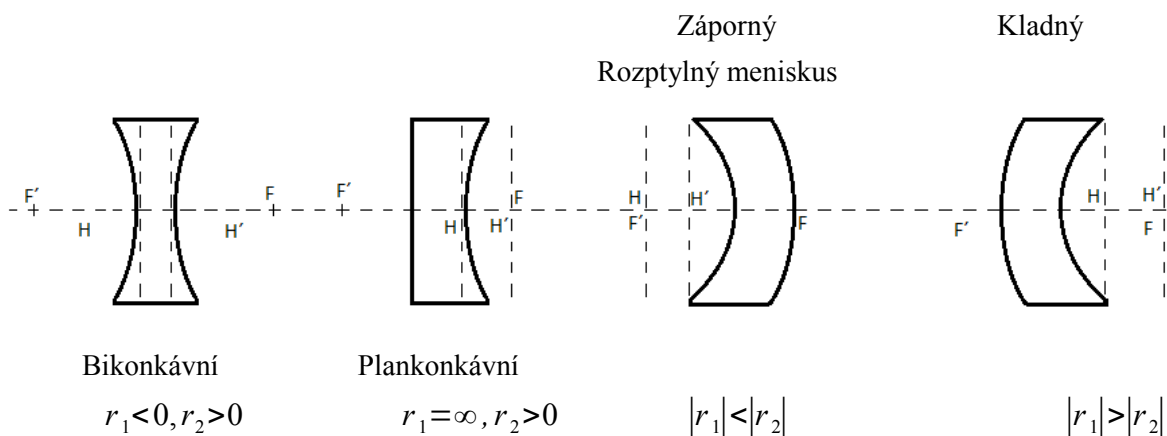
$$D = D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2 \quad \dots \text{optická mohutnost tlusté čočky}$$

Hlavní body mají obecně různou polohu. Poloha hlavních bodů a ohnisek u různých typů čoček:

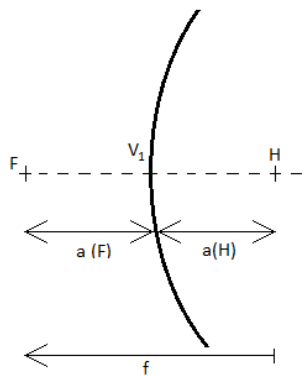
**Spojky** – čočky kolektivní



**Rozptylky** – čočky disperzivní



Ohnisková vzdálenost  $f, f'$  je definována jako vzdálenost příslušného ohniska od odpovídajícího hlavního bodu:



Analogicky pro  $F' a H'$ .

V souladu s naší znaménkovou konvencí je

$$f = a(F) + a(H) = \dots = \frac{n_1}{D}$$

$$f' = a'(F') + a'(H') = \dots = \frac{n_1'}{D}$$

Ohniskové vzdálenosti tlusté čočky. Uzlové body  $N, N'$ .

Najdeme 2 podmínky:

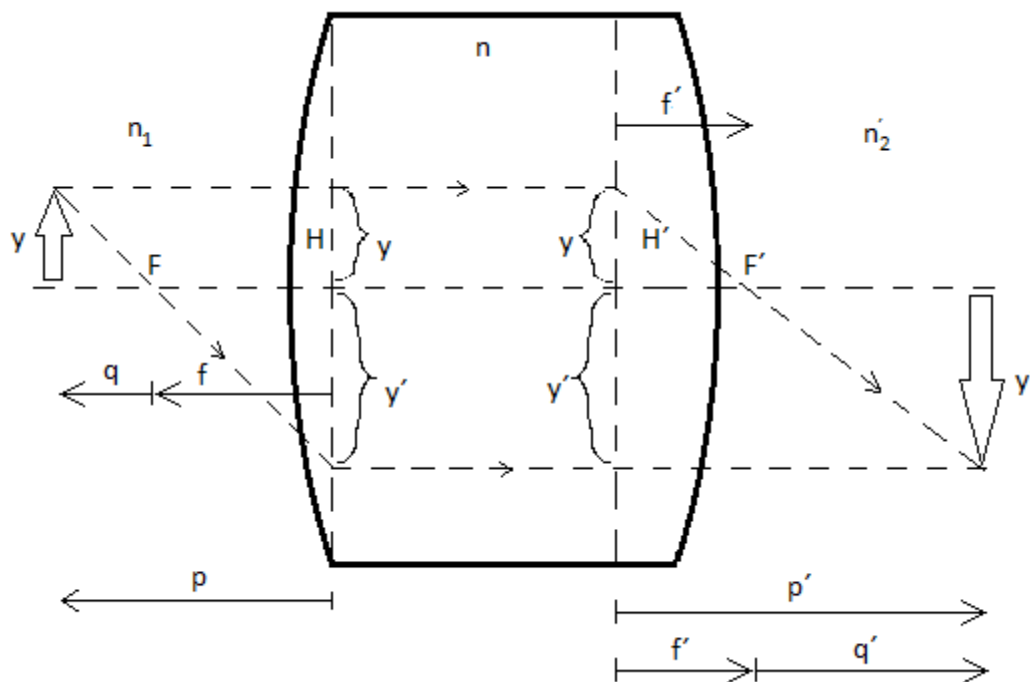
$$g = \frac{a(N) \cdot a_2}{a'_1 \cdot a' \cdot (N')} = 1$$

Máme  $a_2 = d - a'_1$

$$a(N) = \frac{a'_1}{d - a'_1} \cdot a'(N')$$

S využitím zobrazovacích rovnic bychom opět jejich polohu našli – leží opět zcela obecně na optické ose.

Chod zobrazujících paprsků



Označíme-li polohu předmětu a jeho obrazu od odpovídajících hlavních rovin  $p$  a  $p'$

Platí:

$$p = q + f$$

$$p' = q' + f'$$

Zřejmě platí:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{-f}{q} \qquad m = \frac{y'}{y} = \frac{-q'}{f'}$$

Proto:

$$q \cdot q' = f \cdot f'$$

Newtonova zobrazovací rovnice pro tlustou čočku.

Když dosadíme:

$$q = p - f$$

$$q' = p' - f'$$

Dostaneme

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1$$

Gaussova zobrazovací rovnice pro tlustou čočku.

Poznámka:

Nejčastěji bývá  $n_1 = n_2 = 1$  (čočka ve vzduchu)

Pak  $f = f'$ ,  $a(F) = d(F')$

$$H \equiv N, H' \equiv N'$$

V praxi rovněž často používáme **tenkou čočku**:

Vzdálenost  $d$  vrcholů obou lámavých ploch je malá vzhledem k jejich poloměrům křivosti.

$$d \ll |r_1| \qquad d \ll |r_2|$$

Pak

$$V_1 \equiv V_2 \equiv H \equiv H' \dots \text{ (splývá se středem čočky)}$$

$$f' = a'(F') \qquad f = a(F)$$

$$p' = a' \qquad p = a$$

$D = D_1 + D_2$  ... Optická mohutnost tenké čočky

Výraz

$$(1) \quad \frac{n' - n}{r} = D \quad \frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n' - n}{r} \quad \dots \text{jsme nazvali optickou mohutností lámavé plochy,}$$

výraz

$$(2) \quad D = D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2 \quad \dots \text{optickou mohutností čočky a výraz}$$

$$(3) \quad D = D_1 + D_2 \quad \dots \text{optickou mohutností tenké čočky.}$$

Vyjádříme si nyní optickou mohutnost pomocí ohniskových vzdáleností.

Pro předmět v nekonečnu je  $a' = f'$  pro obraz v nekonečnu je  $a = f$

Proto z (1)

$$D = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f}$$

**Optická mohutnost je určena jako podíl odpovídajícího indexu lomu a ohniskové vzdálenosti.**

Pro tlustou čočku jsme měli analogicky:

$$D = \frac{n_1}{f} = \frac{n_2'}{f'}$$

Jednotkou optické mohutnosti je **1 DIOPTRIE**:

Je to optická mohutnost čočky, která má na vzduchu ( $n_1 = n_2' = 1$ ) . Ohnisková vzdálenost 1 metr.

Zobrazovací rovnice tenké čočky:

Newtonova -

$$q q' = f f'$$

Gaussova -

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1$$

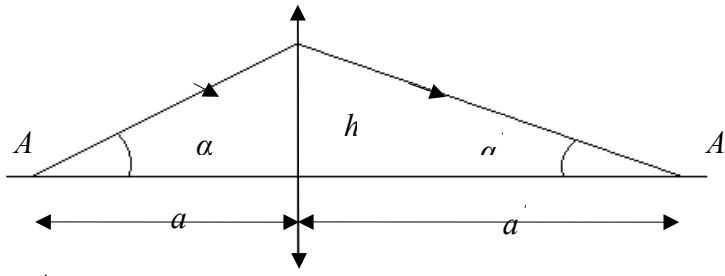
Když  $n_1 = n_2'$  :  $f = f'$  , proto

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \quad \dots \text{případ tenké čočky na vzduchu}$$

7.1 Tenká čočka

Úhlové zvětšení  $g$  :





$$g = \frac{a'}{a} = \frac{-a'}{a} \equiv -\frac{a_1}{a_2}$$

Ale

$$m = \frac{-n_1 a_2}{n_2 a_1} \rightarrow mg = \frac{n_1}{n_2}$$

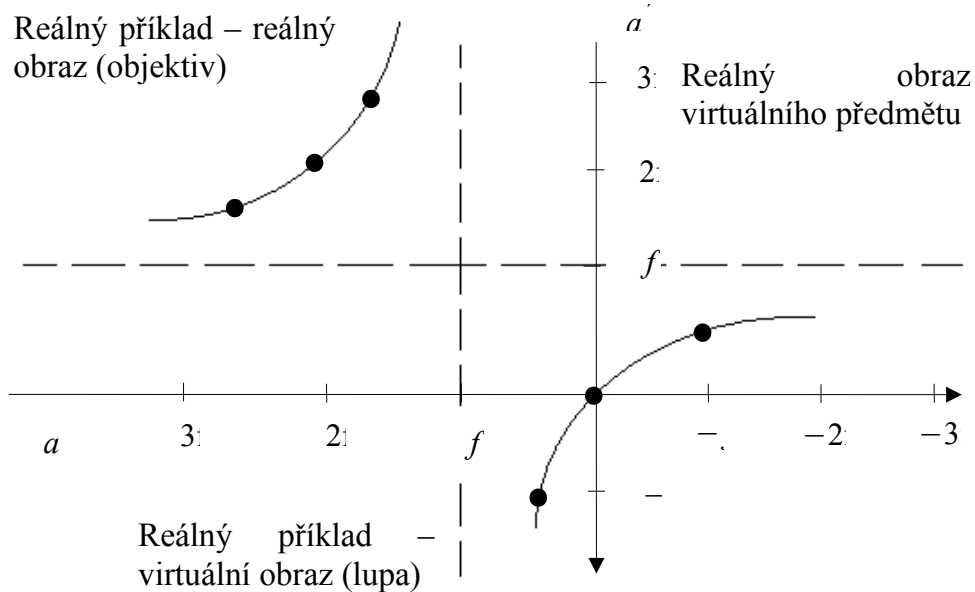
Když prostředí před čočkou a za ní je stejné ( $n_1 = n_2$ ), platí

$$mg = 1$$

Úhlové a příčné zvětšení v různých bodech optické osy je různé, ale vždy platí, že  $m = \frac{1}{g}$ .

Graficky:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$



$a$	$a'$	$m$	$a$	$a'$	$m$
$2f$	$\frac{3}{2}f$	$-\frac{1}{2}$	$f$	$\infty$	$/$
$2f$	$2f$	$-1$	$\frac{2}{3}f$	$-2f$	$+3$
$\frac{3}{2}f$	$3f$	$-2$	$0$	$0$	$+1$
			$-2f$	$\frac{2}{3}f$	$\frac{+1}{3}$

Uzlové body tenké čočky

$$g=1, \text{ ale } g = \frac{-a_N}{a'_N} = 1 \rightarrow a_N = -a'_N$$

Ze zobrazovací rovnice pro uzlové body dostáváme:

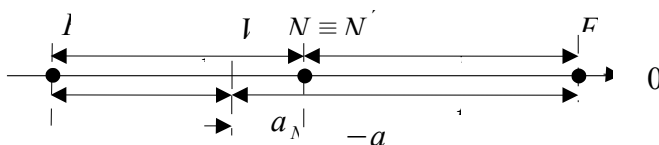
$$\frac{1}{a_N}(n_1 - n_2) = D_1 + D_2 = \frac{n_1}{f} + \frac{n_2}{f'} \quad \dots \quad a_N = f \left( 1 - \frac{n_2}{n_1} \right) = f \left( 1 - \frac{f'}{f} \right) = f - f'$$

Ale

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{f'}{f}$$

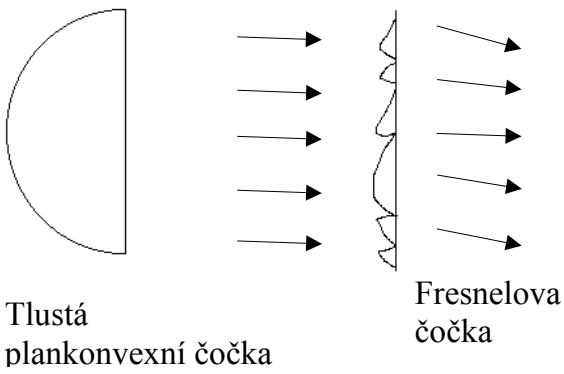
Pak

$$a'_N = -a_N = f' - f$$



### Fresnelova čočka

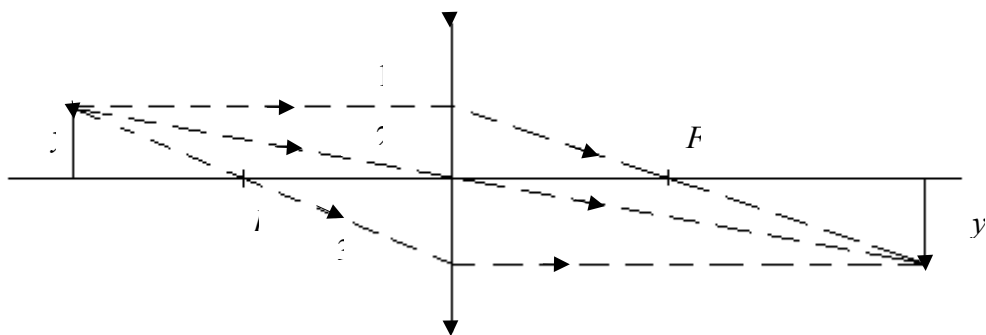
Její části, odpovídající Fresnelovým zónám, mají stejný tvar, jako tlustá čočka daných optických parametrů – jen je vynechán nepotřebný objem materiálu čočky (skla, plasty).



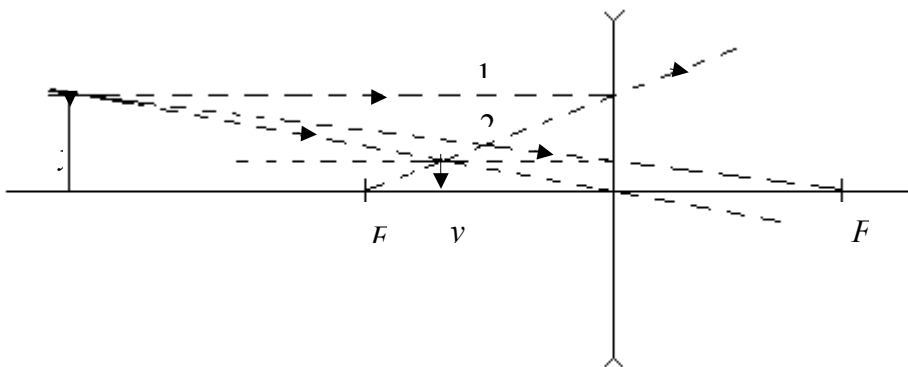
**Grafické konstrukce**

Tří-paprsková konstrukce

Spojka:



Rozptylka:



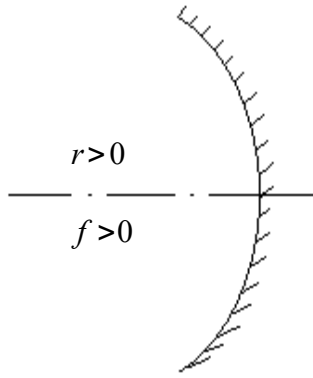
**Znaménková konvence**

Kladná +

Veličina

Záporná -

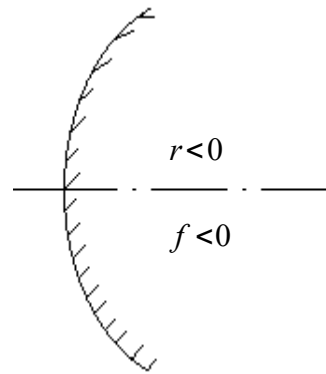
konkávni (duté) zrcadlo



$a_1, a'_1, f, r \dots$   
 poloha předmětu a  
 obrazu, ohnisková  
 vzdálenost a poloměr  
 křivosti zrcadlíci  
 kulové plochy

$a, a' \dots$  před  
 zrcadlem **kladné**, za  
 zrcadlem **záporné**

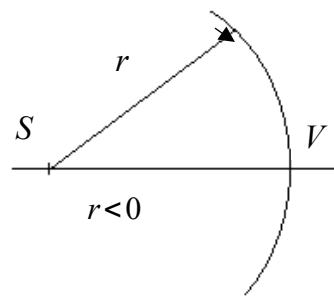
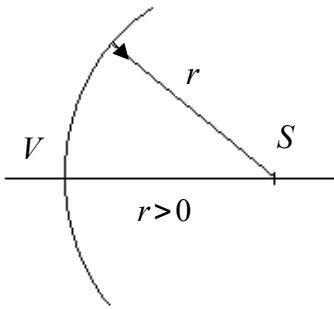
Konvexní (vypuklé)  
 zrcadlo



$r \dots$  poloměr  
 křivosti lámavé plochy

$v \dots$  vrchol lámavé  
 plochy

$s \dots$  střed křivosti

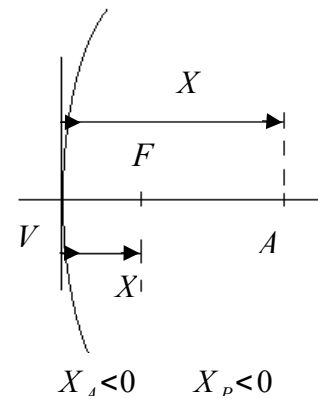
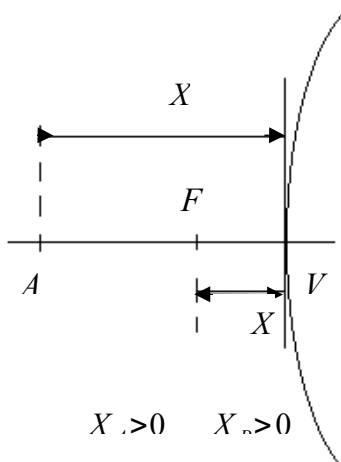


$X_A, X_P \dots$  poloha  
 předmětu a poloha  
 předmětového ohniska

$F \dots$  předmětové  
 ohnisko

$V \dots$  vrchol  
 lámavé plochy

$A \dots$  předmět

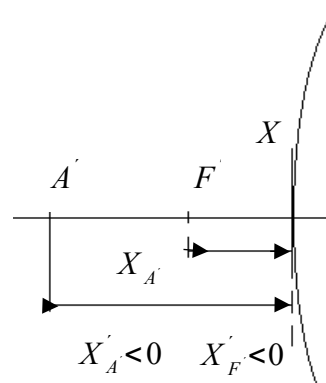
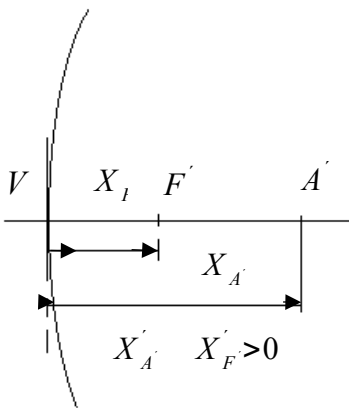


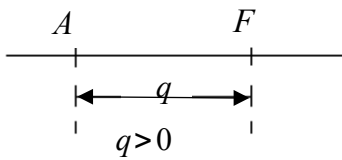
$X'_A, X'_F \dots$  poloha  
 obrazu a poloha  
 odrazového ohniska

$F' \dots$  obrazové  
 ohnisko

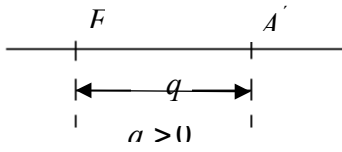
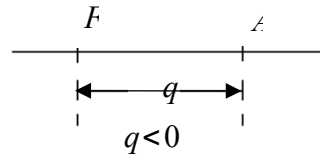
$V \dots$  vrchol  
 lámavé plochy

$A' \dots$  obraz

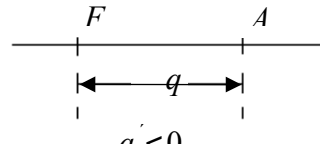




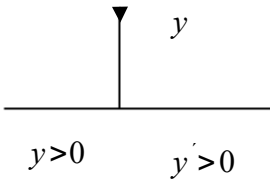
$q$  ... poloha  
předmětu  $A$   
vzhledem  
k předmětovému  
ohnisku  $F$



$a$  ... poloha  
obrazu  $A'$   
vzhledem  
k obrazovému ohnisku  
 $F'$

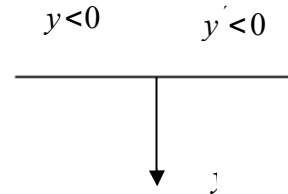


Nad optickou osou

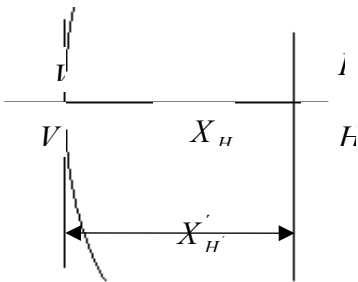


$y$  a  $y'$  ... příčná  
velikost předmětu  
nebo obrazu

Pod optickou osou

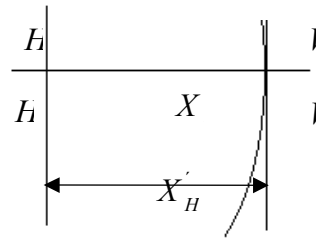


$X_H > 0$        $X'_H > 0$



$X_H, X'_H$  ...  
poloha hlavní roviny  
(předmětové nebo  
obrazové) měřená od  
vrcholu lámavé  
plochy

$X_H < 0$        $X'_H < 0$



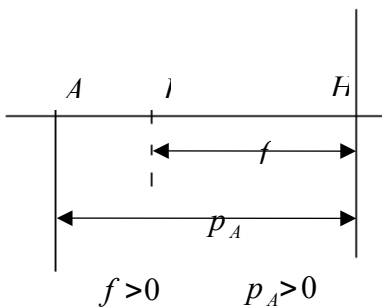
$v, v'$  ... vrcholy

$H, H'$  ... hlavní  
body

Stejná konvence  
platí i pro polohu  
uzlových bodů

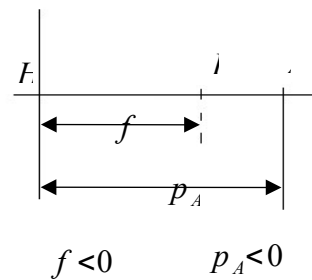
$N$  a  $N'$

$p_A, f$  ... poloha  
předmětu vztažená  
k hlavní rovině a  
předmětová  
ohnisková  
vzdálenost



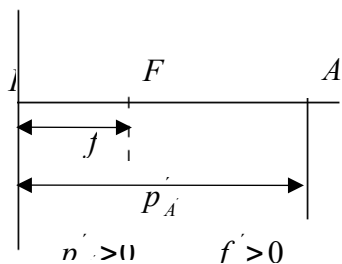
$A$  ... předmět

$H$  ...  
předmětový hlavní  
bod

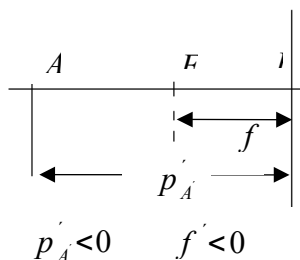


$f < 0$        $p_A < 0$

$F$  ... předmětové



ohnisko  
 $p_A', r$  ... poloha  
 obrazu vztažená  
 k hlavni rovině a  
 obrazová ohnisková  
 vzdálenost

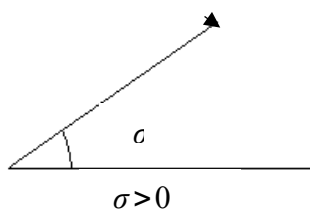


$A'$  ... obraz

$H'$  ... obrazový  
 hlavní bod

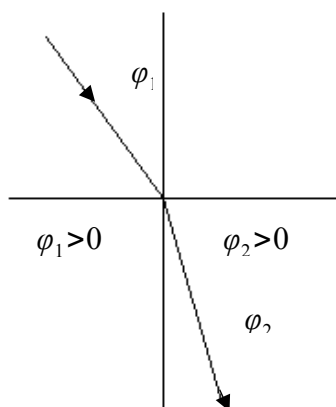
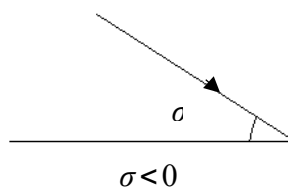
$F'$  ... obrazové  
 ohnisko

Paprsek se vzdaluje od  
 optické osy

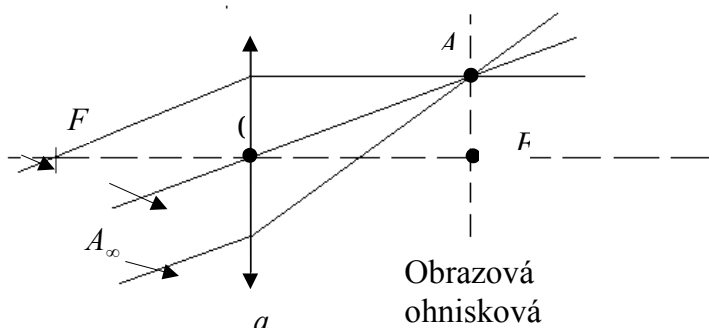
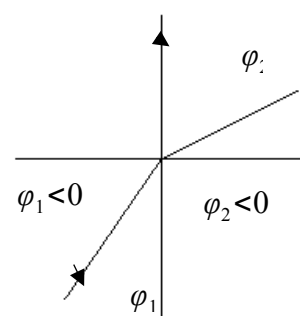


$\sigma, \sigma'$  ... úhel,  
 který svírá paprsek  
 s optickou osou

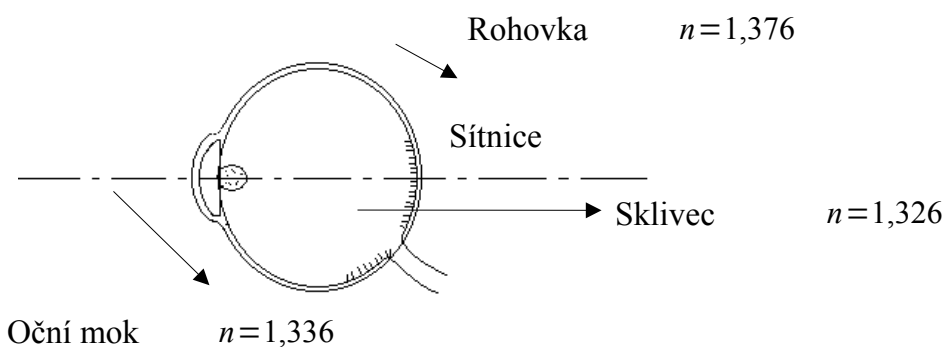
Paprsek se přibližuje  
 k optické ose



Úhly dopadu, odrazu  
 a lomu, atd. měříme  
 vždy od dopadové  
 kolmice, kladný je  
 úhel, rostoucí ve  
 směru opačném, než  
 je pohyb ručiček  
 hodinových, záporný  
 je úhel, rostoucí ve  
 směru pohybu  
 ručiček hodinových







Čočka má proměnný poloměr křivosti a vrstevnaté prostředí.

$$n = 1,386 / 1,406 / 1,386$$

Akomodace:

- ostření (blízký, daleký)
- osvit sítnice (duhovka – iris)

$$f = 17,055 \text{ mm}$$

$$f' = 22,785 \text{ mm}$$

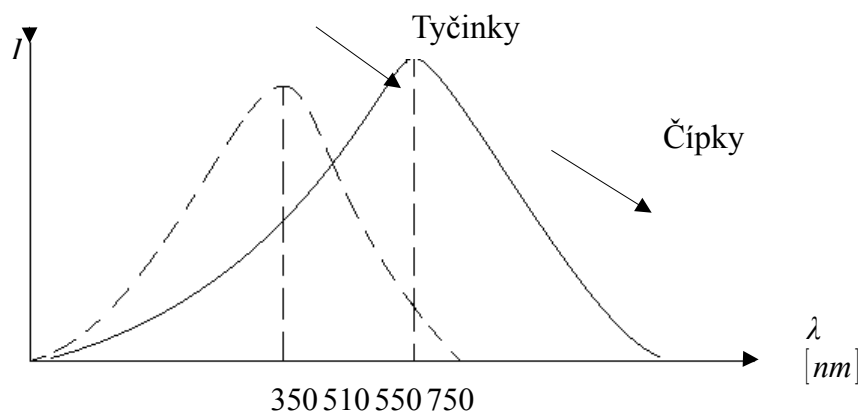
$$D = 58,64 \text{ dioptrií}$$

Sítnice:

- čípky – barevné vidění
- tyčinky – černobílé/barevné vidění

Konvenční zraková vzdálenost  $L$ .

Purkyňův jev (fyziologie vnímání oka) – při rozednávání rozlišíme nejdříve barvy modré a pak teprve červené.



Křivka citlivosti oka. Pro zřetelné vidění musí být obrazem předmětu pokryto několik desítek čípků a tyčinek – minimální rozlišení oka na sítnici je  $4 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ , tj. zorný úhel  $60''$ .

**Optické přístroje (subjektivní)**

Zvětšení (úhlové)



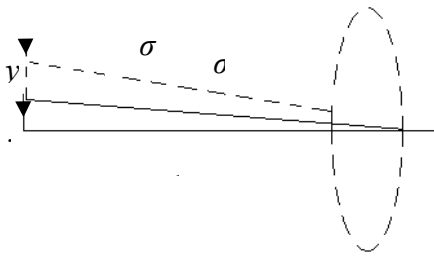
$$Z = \frac{\sigma'}{\sigma}$$

$\sigma'$  ... zorný úhel, pod kterým předmět v přístroji vnímáme okem zaostřením na nekonečno

$\sigma$  ... zorný úhel, pod kterým vidíme předmět pouhým okem v konvenční zrakové vzdálenosti

$L = 25 \text{ cm}$

**Lupa** – malá ohnisková vzdálenost. Předmět klademe mezi lupu a její ohnisko – zdánlivý obraz pozorujeme v konvenční zrakové vzdálenosti.



$$\tan \sigma = \frac{y}{L}$$

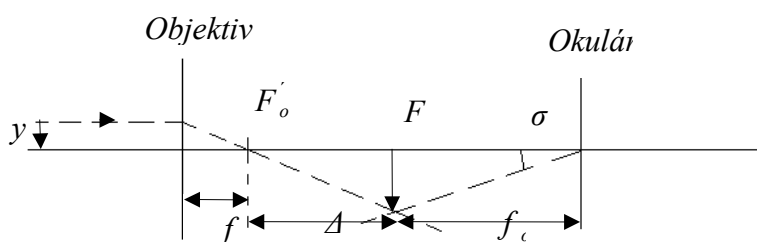
$$\tan \sigma' = \frac{y'}{L}$$

$$Z = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{y'}{y} = \dots = 1 - \frac{L}{f}$$

### Mikroskop

Objektiv (malá  $f_{obj}$ )

Okulár (velká  $f_{ok}$ )



$$\tan \sigma' = \frac{y'}{f_{ok}}$$

$$\tan \sigma = \frac{y}{L}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{-\Delta}{f_{obj}}$$

$$Z \dot{=} \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{y'}{f_{ok}} \frac{L}{y} = \frac{-\Delta}{f_{obj}} \frac{L}{f_{ok}} \dots \text{úhlové zvětšení}$$

Změny  $Z$  :

$\Delta$  ... změnou délky tubusu

$f'_{obj}$  ... výměnná optika

$f'_{ok}$  ... výměnná optika

$Z_{max} \approx 2000$  , omezení difrakcí na otvorech

$\alpha \geq 1,22 \frac{\lambda}{D}$  ... rozlišovací mez

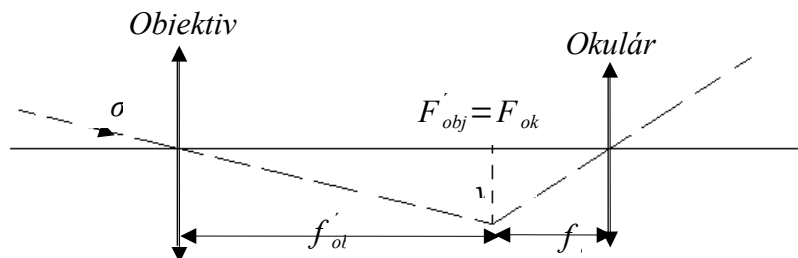
$$\alpha \dot{\alpha}_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D} \rightarrow \frac{1}{\alpha_1} = 0,22 \frac{D}{\lambda}$$

Rozlišovací schopnost – optických přístrojů je omezena ohybem světla na vstupní pupile (kruhové clonce) optického přístroje. Dá se zvýšit zmenšením vlnové délky použitého světla (záření). → elektronový mikroskop  $\lambda \approx 10^{-10} m$  .

### Dalekohled

$$\Delta = 0$$

Konfokální soustava:



$$\sigma = \frac{-y'}{f'_{obj}} \quad \sigma' = \frac{y'_1}{f'_{ok}}$$

$$Z = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{-f'_{obj}}{f'_{ok}} \quad \dots \text{úhlové zvětšení}$$

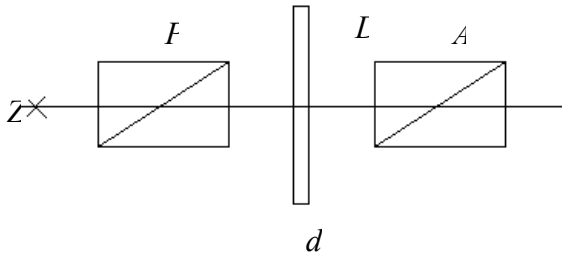
Pro  $Z \gg 1$  je třeba, aby  $f'_{obj} \gg f'_{ok}$  .

$\frac{1}{\alpha}$  ... rozlišovací schopnost

## Interference lineárně polarizovaného světla

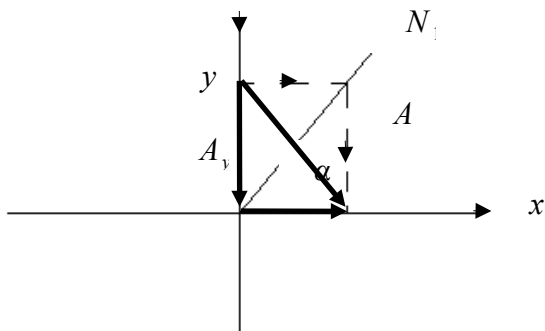
Arago – 1811

1. Světlo polarizované, vyšlé z koherentních zdrojů, interferuje stejně jako nepolarizované.
2. Paprsky polarizované navzájem kolmo spolu interferují jen tehdy, pokud vznikly z polarizovaného (a ne přirozeného) světla, a když byly přivedeny do společného kmitoměru.



Chromatická polarizace

Intenzita světla vystupující z  $A$  :



$x, y$  ... směry polarizace paprsků  $o - a e - i$  v destičce

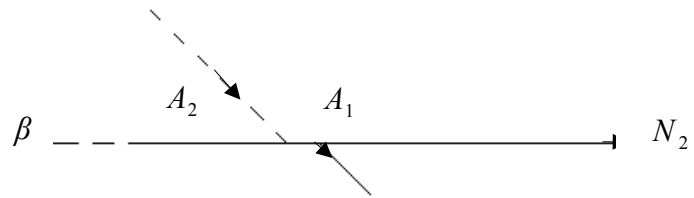
$A_0$  ... amplituda světla vycházejícího z polarizátoru (kmitosměr  $N_1$ )

$$A_x = A_0 \cos \alpha$$

$$A_y = A_0 \sin \alpha$$

$a$  ... výsledná amplituda světla vycházejícího z analyzátoru (kmitosměr  $N_2$ )

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \Delta}$$



$$A_1 = A_x \cos \beta = A_0 \cos \alpha \cos \beta$$

$$A_2 = A_y \sin \beta = A_0 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\Delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (u_0 - u_e)$$

Dosazením a po úpravě máme:

$$I = A^2 = A_0^2 \left[ \cos(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right]$$

Závisí jen na poloze  
A a P – určuje výsledný

Závisí také na tloušťce  $\alpha$  a vlnové  
délce  $\lambda$  – určuje zbarvení prošlého  
světla

a)  $\alpha = \beta$

$$I_a = A_0^2 \left( 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right)$$

b)  $\alpha = \beta + \frac{\pi}{2}$

$$I_b = A_0^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\Delta}{2}$$

Komplementární  
(doplňkové)  
intenzity

Maximální intenzita pro  $\sin 2\alpha = 1$ , tj.  $2\alpha = \frac{\pi}{2}$

Pak

$$I_a = A_0^2 \left( 1 - \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right)$$

$$I_b = A_0^2 \sin^2 \frac{\Delta}{2}$$

Maximální hodnoty

Pro  $\sin 2\alpha \sin 2\beta = 0 \rightarrow$  bílé světlo ( $I$  nezávisí na  $\lambda$ )

Když navíc ještě  $\alpha - \beta = 90^\circ \rightarrow$  tma

### Tekuté krystaly

Smektická fáze:

- Cholesterická fáze
- Nematická fáze

Používají se na měření teplot a výrobu displejů.