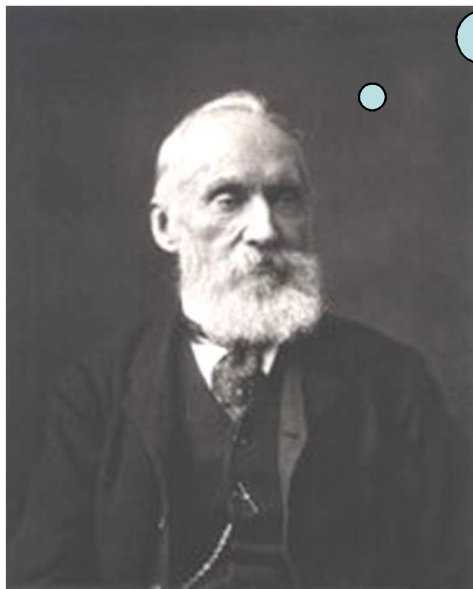


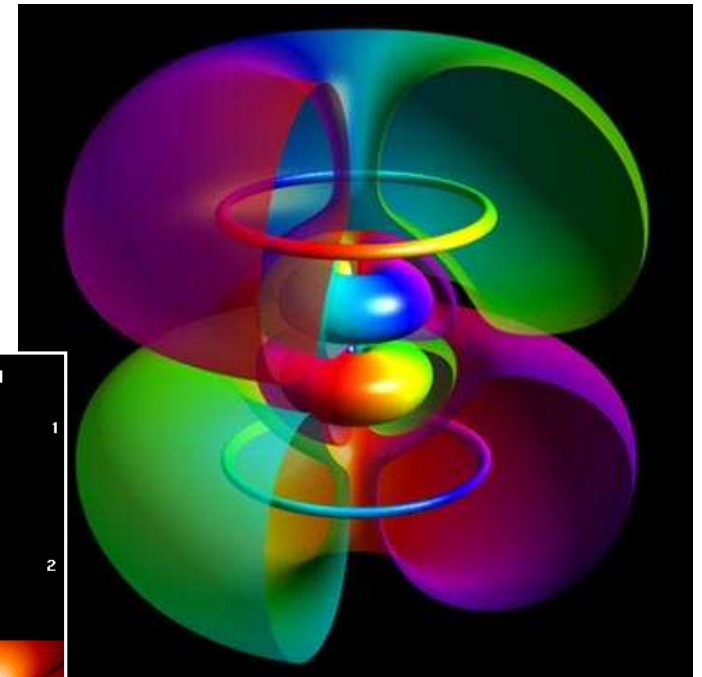
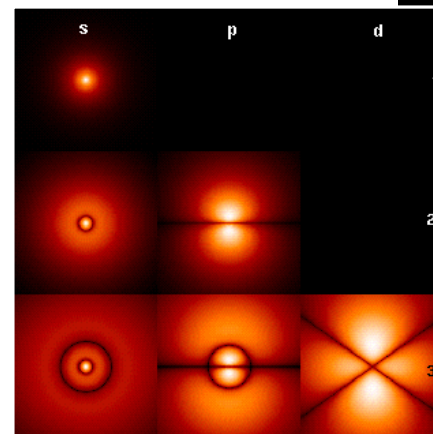
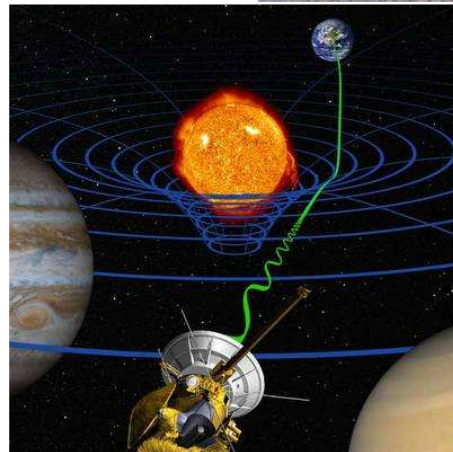
# Počátky kvantové mechaniky

Celá fyzika je hotova – veškerá naše práce nyní bude spočívat v upřesňování konstant. Již jen dva mráčky zastiňují čisté fyzikální nebe – Michelsonův experiment a záření absolutně černého tělesa.



**William Thomson**  
**lord Kelvin**  
1824 - 1907

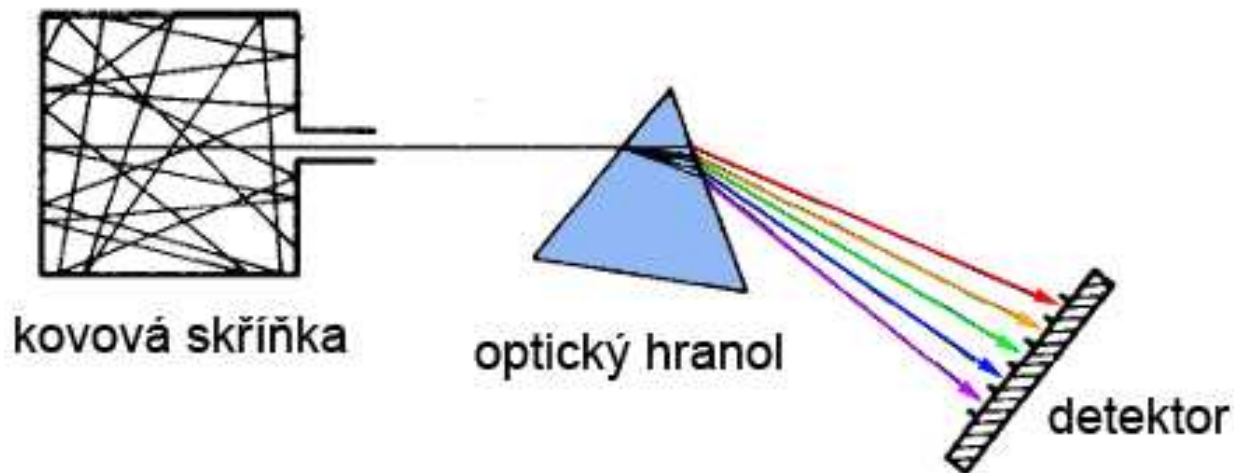
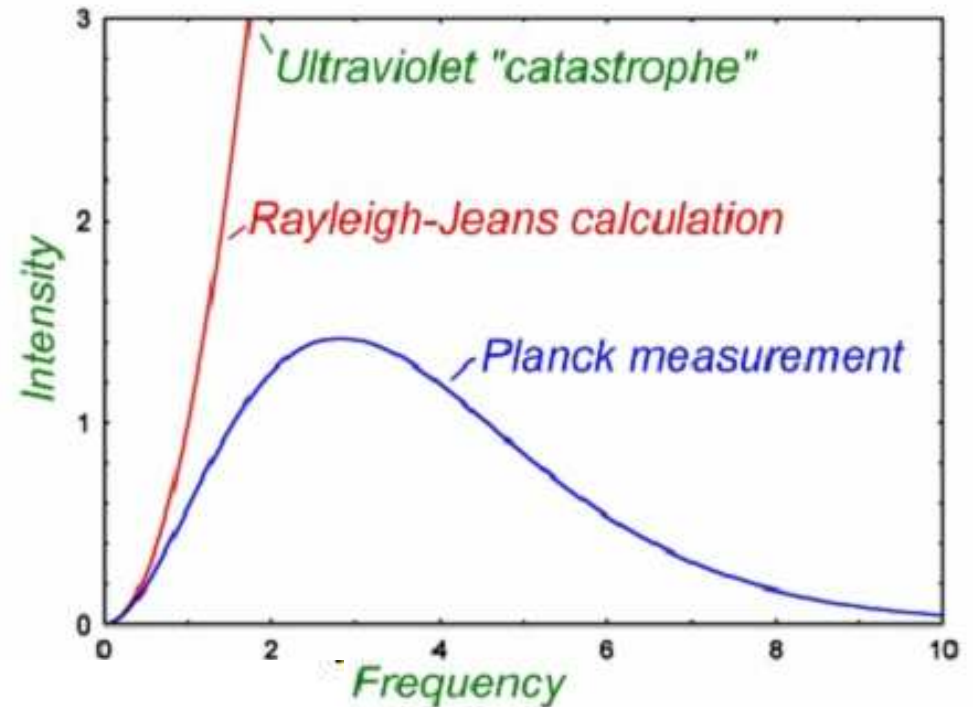
STR  
OTR

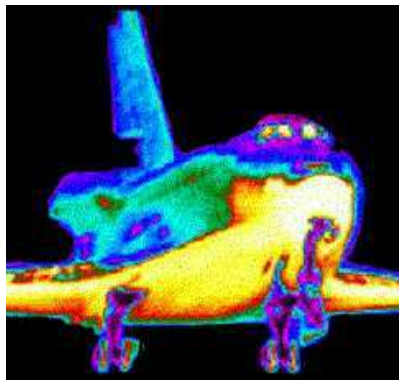


Kvantová mechanika

# Experimenty, které vedly ke kvantové teorii

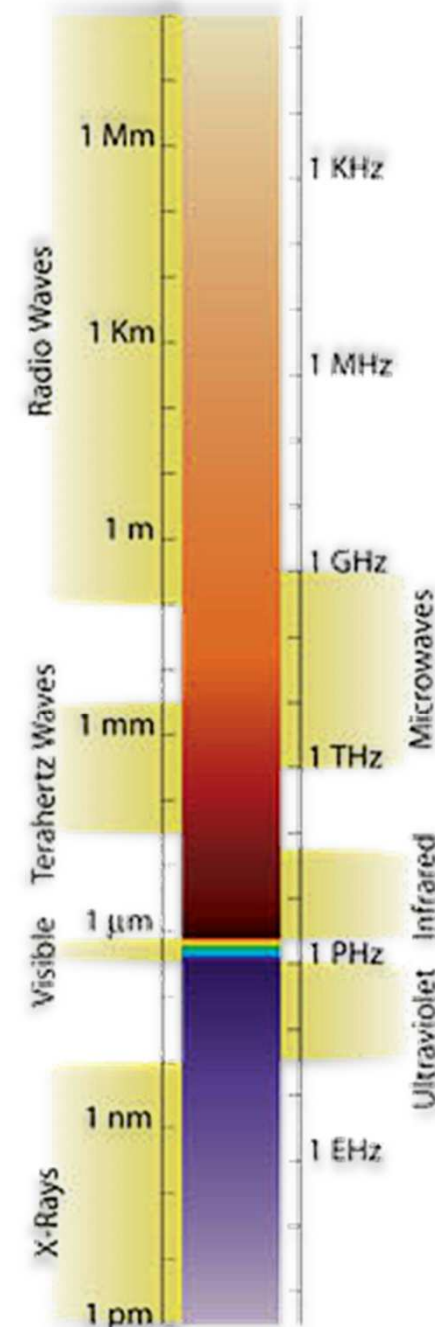
- Záření černého tělesa
- Fotoelektrický jev
- Comptonův jev



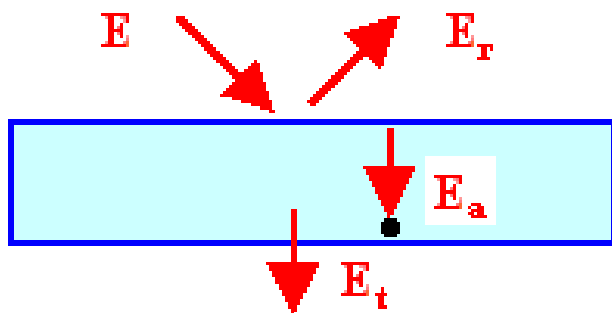


# Elektromagnetické záření

- Elektromagnetické záření vydávají v přírodě všechna tělesa. Chladná vyzařují okem neviditelné infračervené záření, zahřátá tělesa (asi nad 500 C) pak záření viditelné.
- Při dopadu záření na těleso může toto těleso záření:
  - 1. pohltit (absorbovat)
  - 2. odrazit



Po dopadu záření na povrch tělesa může dojít k odrazu záření, k jeho pohlcení, nebo také k průchodu záření objektem



$\alpha(\lambda)$  - pohltivost

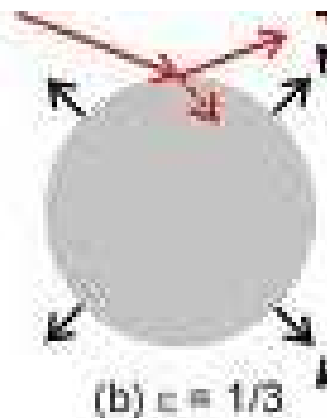
$\rho(\lambda)$  - odrazivost

$\tau(\lambda)$  - propustnost

$$\alpha(\lambda) + \rho(\lambda) + \tau(\lambda) = 1$$

Charakteristiky, které popisují schopnost povrchu absorbovat, odrážet a vést elektromagnetické záření:

alfa = 1 je dokonale černé těleso, které veškerou dopadající zářivou energii pohlcuje

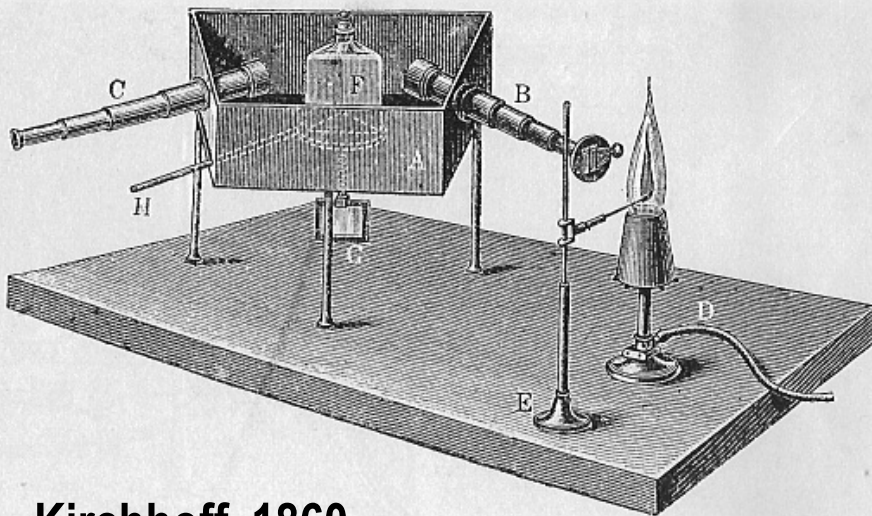




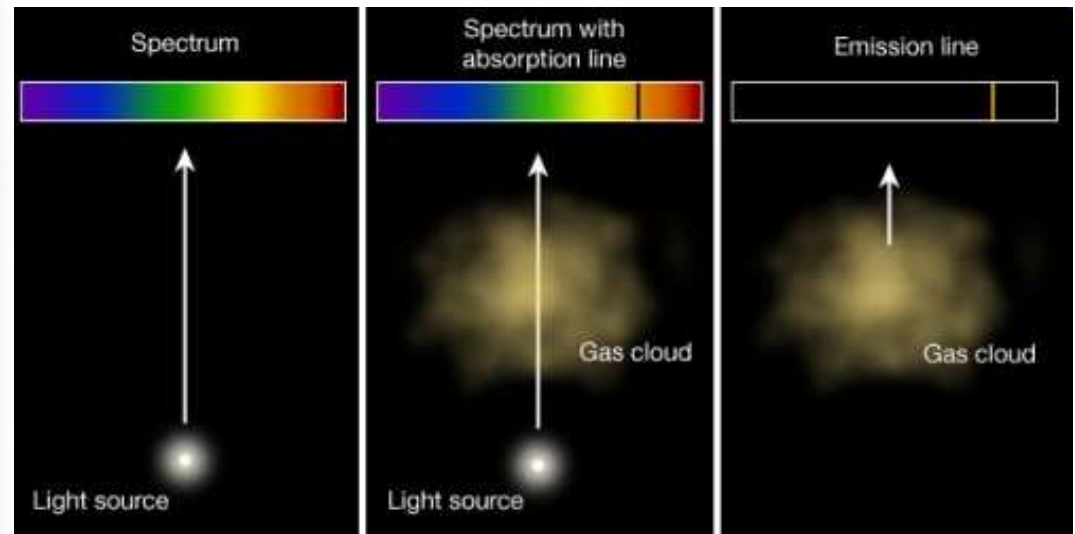
# Vznik tepelného záření - vyzařování tělesa --- tepelný přenos

**Tepelné záření** je totožné se **sáláním**, tedy vyzařováním celého elektromagnetického spektra.

Úžeji se tím míní infračervené záření, příp. užší interval vln. délek 0,7–10  $\mu\text{m}$ , které odpovídají maximum elmg vyzařování teplých těles smyslově pociťovanému



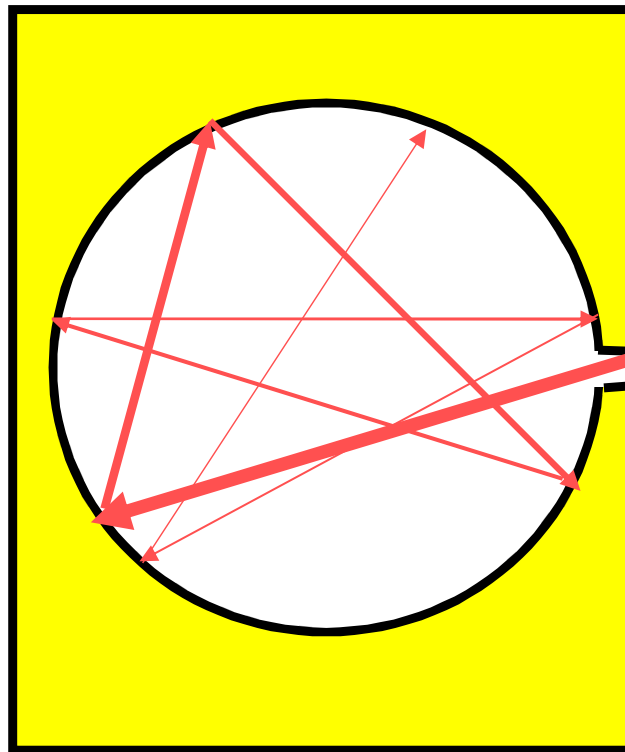
**Kirchhoff 1860**



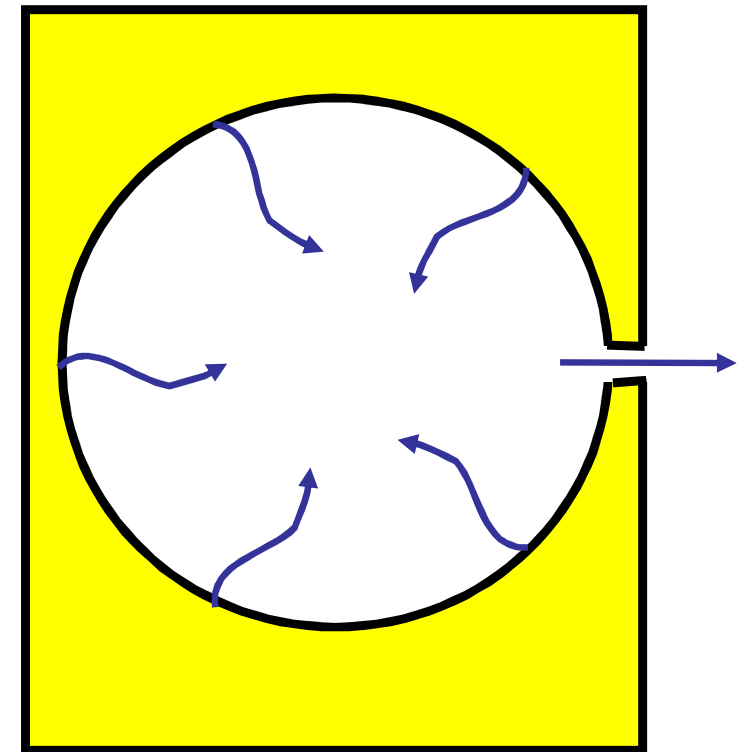
Definoval pojem černého tělesa a poukázal na principiální význam úlohy určit jeho vyzařovací spektrum.

Stav termodynamické rovnováhy --- popsáný určitou teplotou  
--- to co těleso vyzáří to od okolí (se stejnou teplotou) přijme

Zvláštním případem záření je **rovnovážné záření absolutně černého tělesa**.  
Spektrum rovnovážného záření nezávisí na chemickém složení tělesa, ale jen **na jeho teplotě** a je **spojité**.



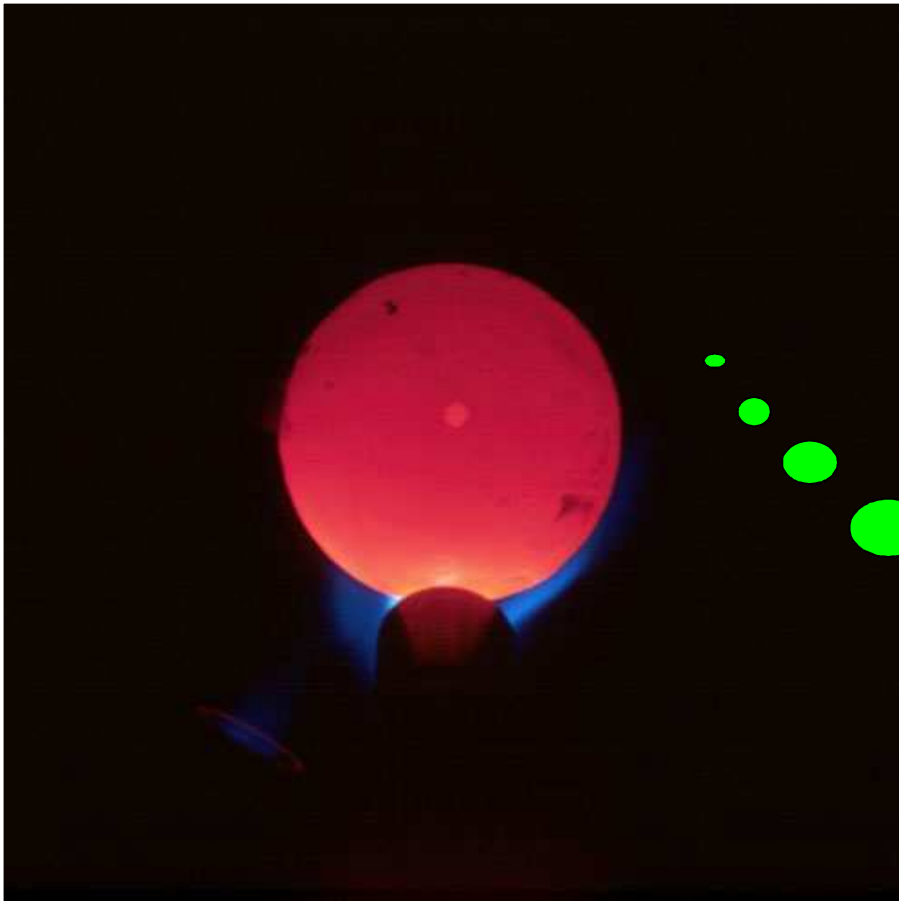
AČT



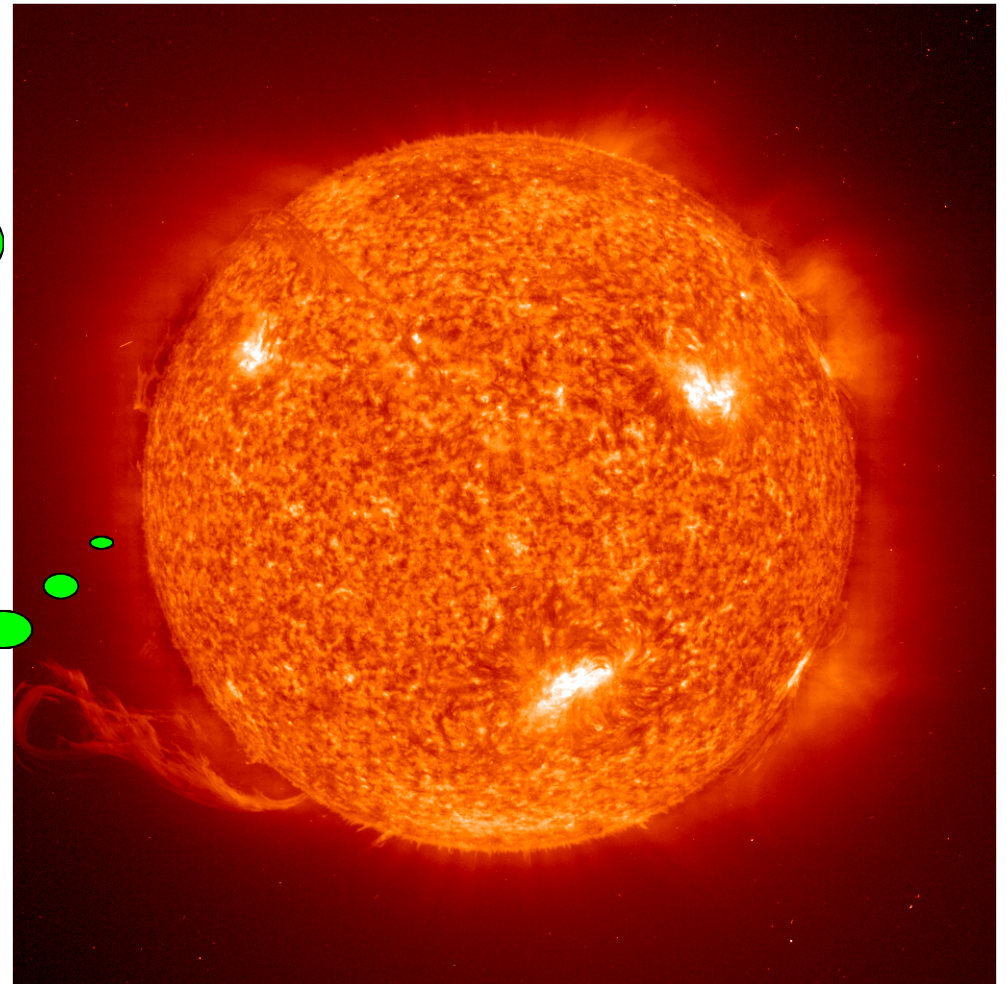
Záření dopadající z vnějšku je dokonale pohlceno. (Podobně jako u oka)

Vlnová délka vycházejícího záření závisí pouze na teplotě tělesa.

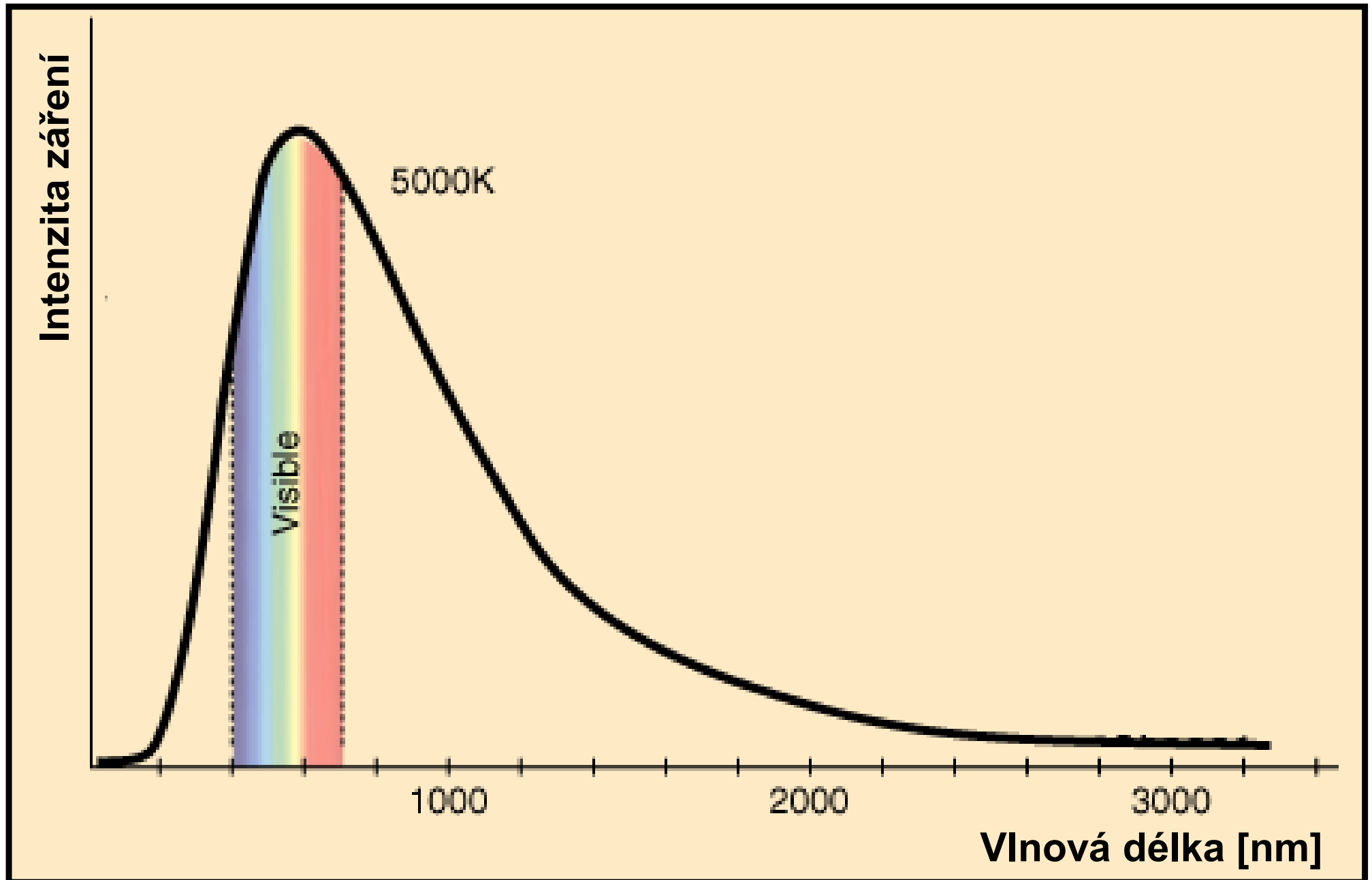
# Absolutně černé těleso



**Slunce.**



# Spektrum záření A.Č.T. - experiment





## Veličiny

Výkon vysílaný plochou povrchu zářícího tělesa je **zářivý tok**  $P_e$  /watt/.

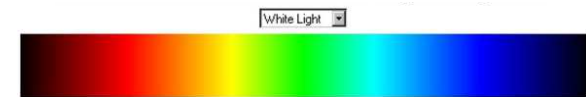
**Intenzita vyzařování**  $H_e$  - podíl zářivého toku  $dP_e$  vystupujícího z elementu plochy  $dS$  v daném místě a této plochy

$$H_e = \frac{dP_e}{dS} \quad \text{Wm}^{-2}.$$

**Spektrální intenzita vyzařování**  $H_\lambda$  je výkon záření s vlnovou délkou právě v intervalu  $(\lambda, \lambda + d\lambda)$  vysílaného jednotkovou plochou, tj.

$$H_\lambda = \frac{dH_e}{d\lambda}$$

$\text{Wm}^{-3}$ .



Poměr energie absorbované povrchovou plochou a energie na plochu dopadající se nazývá **poměrná pohltivost** /absorpce/ a označuje se  $\alpha$ .

**spektrální (monochromatická) pohltivost**  $\alpha_\lambda$  je obdobně poměr energie záření vlnové délky  $\lambda$  absorbované povrchovou plochou k energii téže vlnové délky na plochu dopadající.

Z termodynamických úvah o rovnovážném stavu záření v dutině odvodil **Kirchhoff zákon**, pro úhrnné vyzařování větu:

**Poměr intenzity vyzařování  $H_e$  k pohltivosti  $\alpha$  závisí jen na teplotě a je pro všechna tělesa stejný.** (tj. tento podíl nezávisí na jakosti tělesa (chemickém složení, úpravě povrchu apod.).

**Kirchhoffův zákon** platí nejen pro úhrnnou intenzitu vyzařování  $H_e$ , ale i pro jednotlivé spektrální intervaly

$$\frac{H_\lambda}{\alpha_\lambda} = F(T, \lambda)$$

$$\frac{H_e}{\alpha} = f(T)$$

**Schopnost tělesa emitovat záření /emisivita/ je tedy úměrná schopnosti absorbovat záření.**

Nejvíce vyzařuje AČT (pohltivost  $\alpha = 1$ ).

Z Kirchhoffova zákona plyne, že těleso absorbuje nejvíce právě ty spektrální čáry, které samo nejvíce vyzařuje.

Kirchhoff.zákon říká, že stanovíme-li závislost spektrál.intenzity černého tělesa na  $T$  a  $\Lambda$ , ji lze určit obecně pomocí známých pohltivostí.

**Kirchhoffův zákon vede k tomu, že se hledá nějaká univerzální funkce  $F(T, \lambda)$**



Emisivita je definovaná jako **poměr intenzity vyzařování reálného tělesa k intenzitě vyzařování absolutně černého tělesa se stejnou teplotou**. Emisivita tak určuje schopnost tělesa vyzařovat teplo. Je to bezrozměrná veličina.

Emisivita obecně pro daný povrch není konstantní, ale je funkcí řady parametrů, např.:

úhlu odklonu od [normály povrchu](#),

[teplotě](#) objektu,

vlnové délce

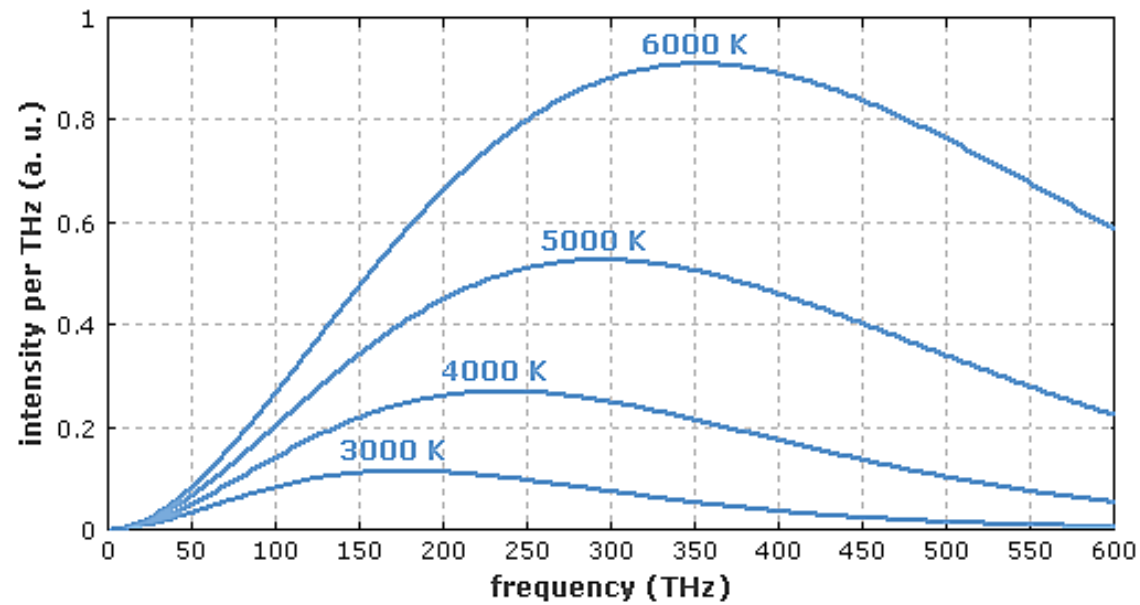
barvě povrchu

struktūře povrchu apod.

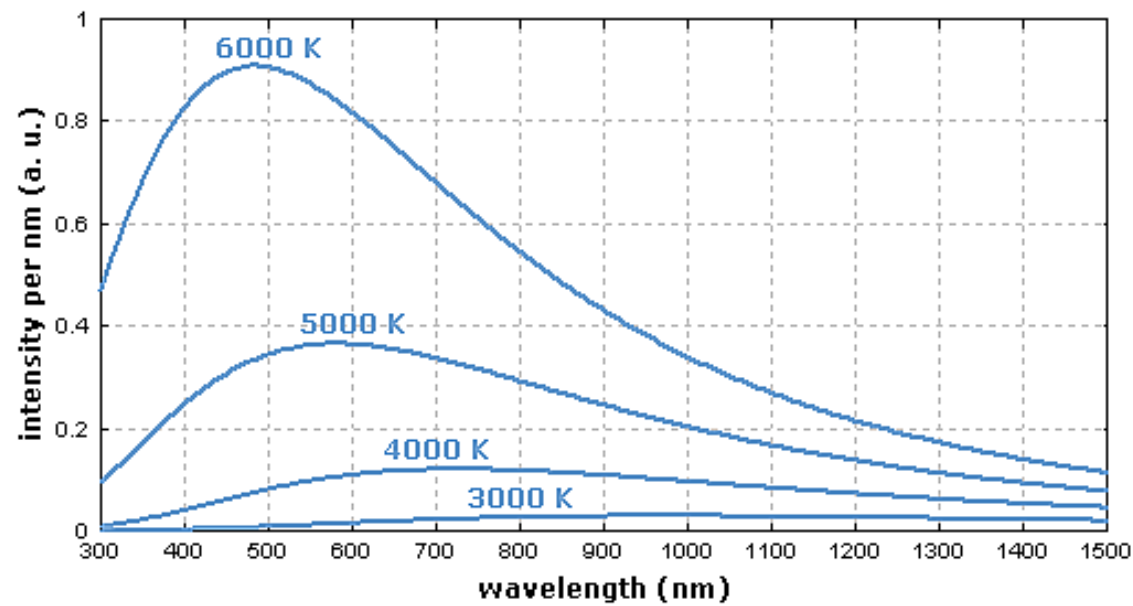
Tělesa, pro něž můžeme (z praktického hlediska) emisivitu považovat za nezávislou na frekvenci nazýváme **šedé zářiče**. U tzv. **selektivních zářičů** uvažujeme, že emisivita je funkcí frekvence.

Emisivita absolutně černého tělesa  $\varepsilon$  má hodnotu  $\varepsilon = 1$

Emisivita reálného tělesa  $\varepsilon_T$ , nabývá tedy hodnot  $\varepsilon_T \leq 1$



**Figure 1:** Power spectral density of black bodies at various temperatures according to Planck's law, plotted referring to frequency intervals.



**Figure 2:** Same as Figure 1, but referring to wavelength intervals. Note that this changes the position of the maximum. For 6000K, for example, the maximum is at 483nm, corresponding to 621THz, whereas the upper graph shows the corresponding maximum at 353THz.

$$H_\lambda = H_\lambda(\lambda \cdot T)$$

hledal se univerzální tvar této funkce.

Z TD úvah odvodil Wien tvar exponenciálního zákona (distribuční W.zákon) – jen pro krátké vln.délky

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda k_B T}\right)$$

Experiment ukázal - pro dlouhé vlnové délky vztah neplatí.

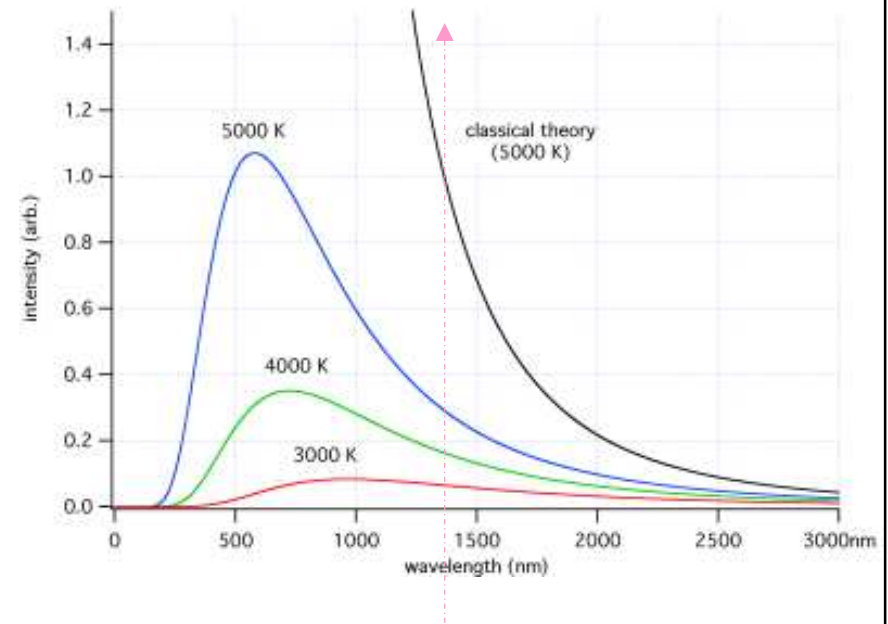
### Raleigh a Jeans

ekvipartiční teorém, pole v dutině - stojaté elmg vlny- harmonické oscilátory se střední energií ve tvaru  $k_B T$ . Vlnění v dutině je superpozicí velkého počtu stojatých vln (harmonických oscilátorů).

Nakonec jim vyšlo

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} k_B T \quad U(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 k_B T$$

Tento vztah vyhovoval pro dlouhé vlny, selhával pro krátké vlny, kde táhl k nekonečnu a zde lépe platil Wienův zákon.



ultrafialová katastrofa

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} U(\lambda) = \infty$$



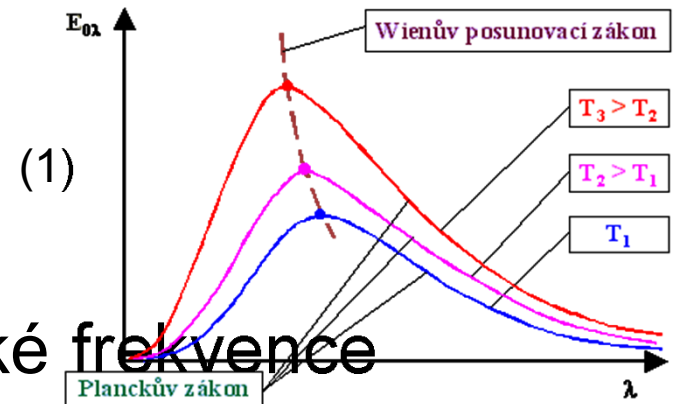
# Popis vyzařování absolutně černého tělesa pro nízké (vysoké) frekvence

- **Rayleigh a Jeans** a jejich popis pro malé frekvence elmag. záření

$$H = \frac{2ckT}{c^2} f^4$$

- **Wien** naopak popsal záření pro vysoké frekvence

(2)



- **Planck** intuitivně odvodil vzorec, kterým popsal celé elmag. spektrum

(3)

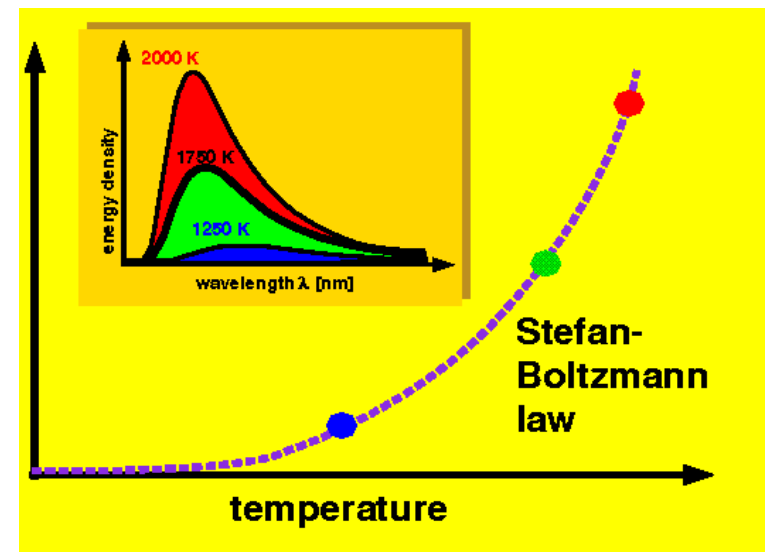
$$H = \frac{2h}{c^2} f^3 \cdot e^{-\frac{hf}{kT}}$$

## Stefan- Boltzmann:

celkový zářivý výkon je úměrný 4.mocnině absolutní teploty tělesa

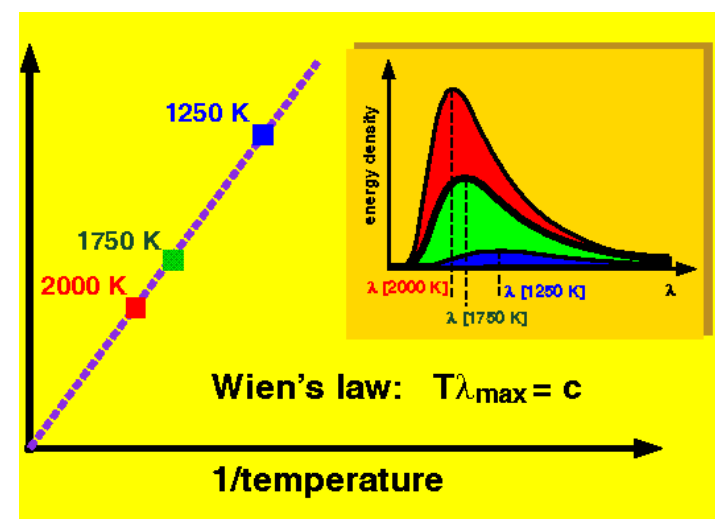
$$H_{\text{total}} = \varepsilon \sigma T^4 \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

je Stefan-Boltzmannova konstanta,  $\mu = 1$  je pro AČT.



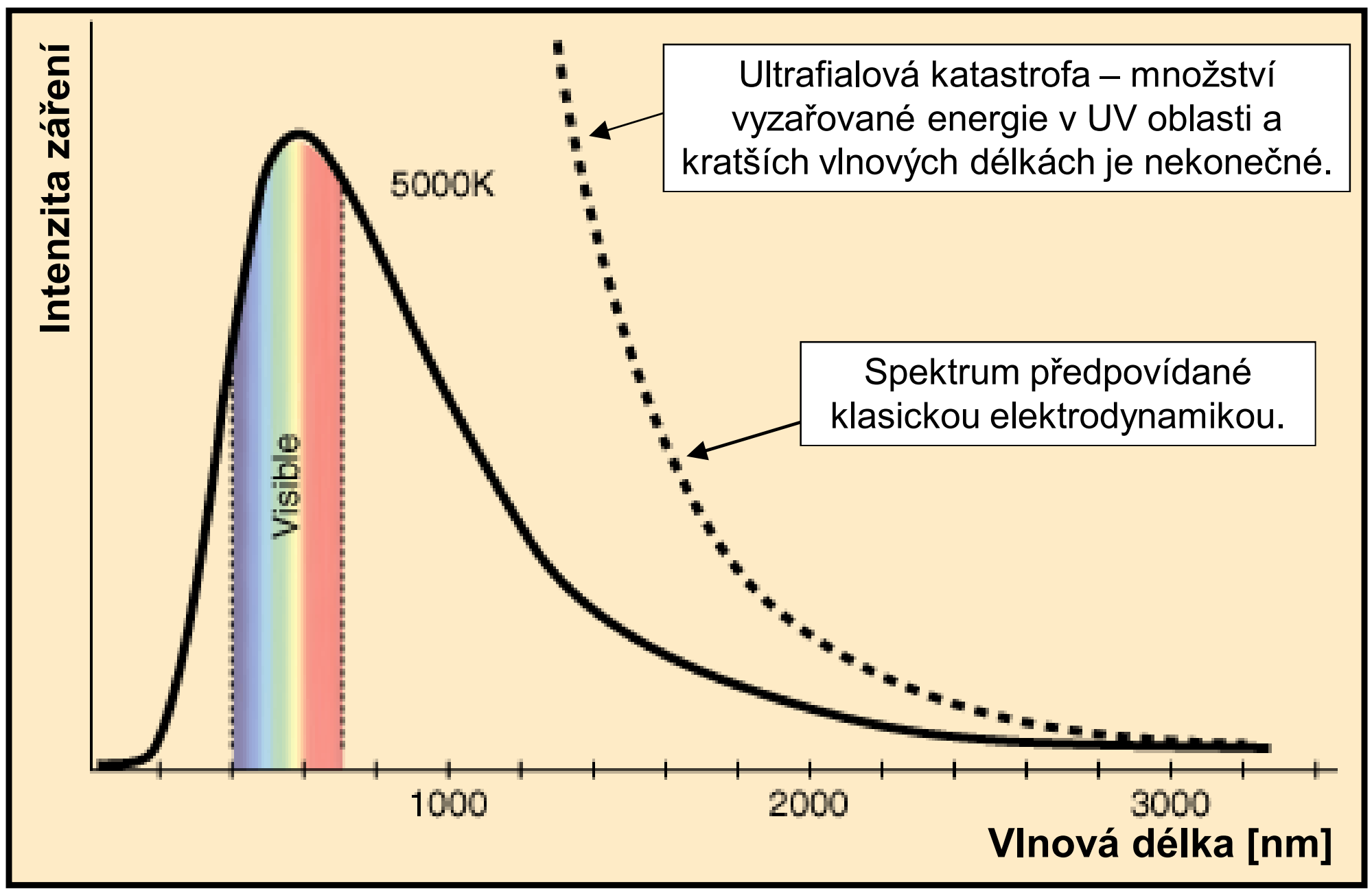
**Wienův zákon posuvu** -sestaven na základě experimentu, vyjadřuje závislost vlnové délky  $\lambda_{\text{max}}$ , která přísluší maximu vyzařované energie, na teplotě tělesa

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = b \quad b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$$



Určení neznámých funkcí  $f(T)$  a  $F(T, \lambda)$  se stalo hlavním předmětem bádání

# Spektrum A.Č.T. – předpověď klasické fyziky



Max Planck (1858-1947)

Max Planck vyřešil rozpor předpokladem, že energie elementárního harmonického oscilátoru, tj. stojaté elektromagnetické vlny dutiny černého tělesa, je celistvým násobkem  $hf$ , kde  $h$  je Planckova konstanta

$$h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Odvodil vztah pro spektrální hustotu záření

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

Limita Planckova zákona pro  $hc/(\lambda k_B T) \gg 1$  je Wienův vzorec, pro

$hc/(\lambda k_B T) \ll 1$  vyjde Raleighův-Jeansův zákon

$$u = \frac{2\pi h}{c^3} \frac{f^5}{\left(e^{\frac{hf}{kT}} - 1\right)}$$



$$B_\lambda(T) \neq B_\nu(T).$$

$$B_\lambda d\lambda = B_\nu d\nu.$$

$$B_\lambda(T) = B_\nu(T) \times \frac{d\nu}{d\lambda}.$$

$$\frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{c}{\lambda} \right) = -\frac{c}{\lambda^2}.$$



- Planckův zákon byl průlomem nejen proto, že vystihl křivku záření černého tělesa, ale svým předpokladem systému skládající se z malých oscilátorků, jejichž energie nemohou dosáhnout libovolné hodnoty, ale jsou **diskrétní** :

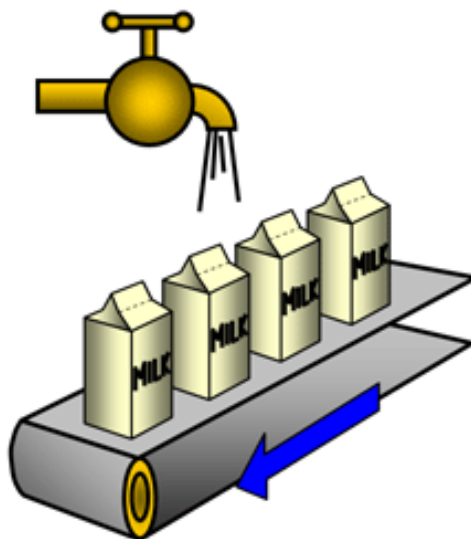
$$E = nhf \quad n = 1, 2, 3$$

- M. Planck považoval diskrétnost energií za pomůcku, díky níž bylo možné interpretovat data.
- Revolučnost myšlenky, že **energie v mikrosvětě je kvantovaná** veličina, rozeznal až Albert Einstein v roce 1905.

Einstein: elektromagnetické vlnění existuje v nespojitých energetických kvantech o energii

$$E = hf = \hbar\omega, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1.054 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \approx 6.582 \times 10^{-16} \text{ eV}\cdot\text{s}$$

Planckovo odvození vyzařovacího zákona položilo základ kvantové fyziky. Jeho předpoklad elementárních kvant byl posléze řadou experimentů potvrzen.



<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/radfrac.html>

Z Planckova vyzařovacího zákona lze odvodit dílčí zákony vyzařování Stefan – Boltzmannův, tak Wienův zákon posuvu.

Vyjádříme-li intenzitu vyzařování černého tělesa  $H_o$  pomocí spektrálního vyzařování  $H_{o\lambda}$

$$H_{o\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/k\lambda T} - 1)} \quad H_o = \int_0^{\infty} H_{o\lambda} d\lambda = \frac{\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma \cdot T^4$$

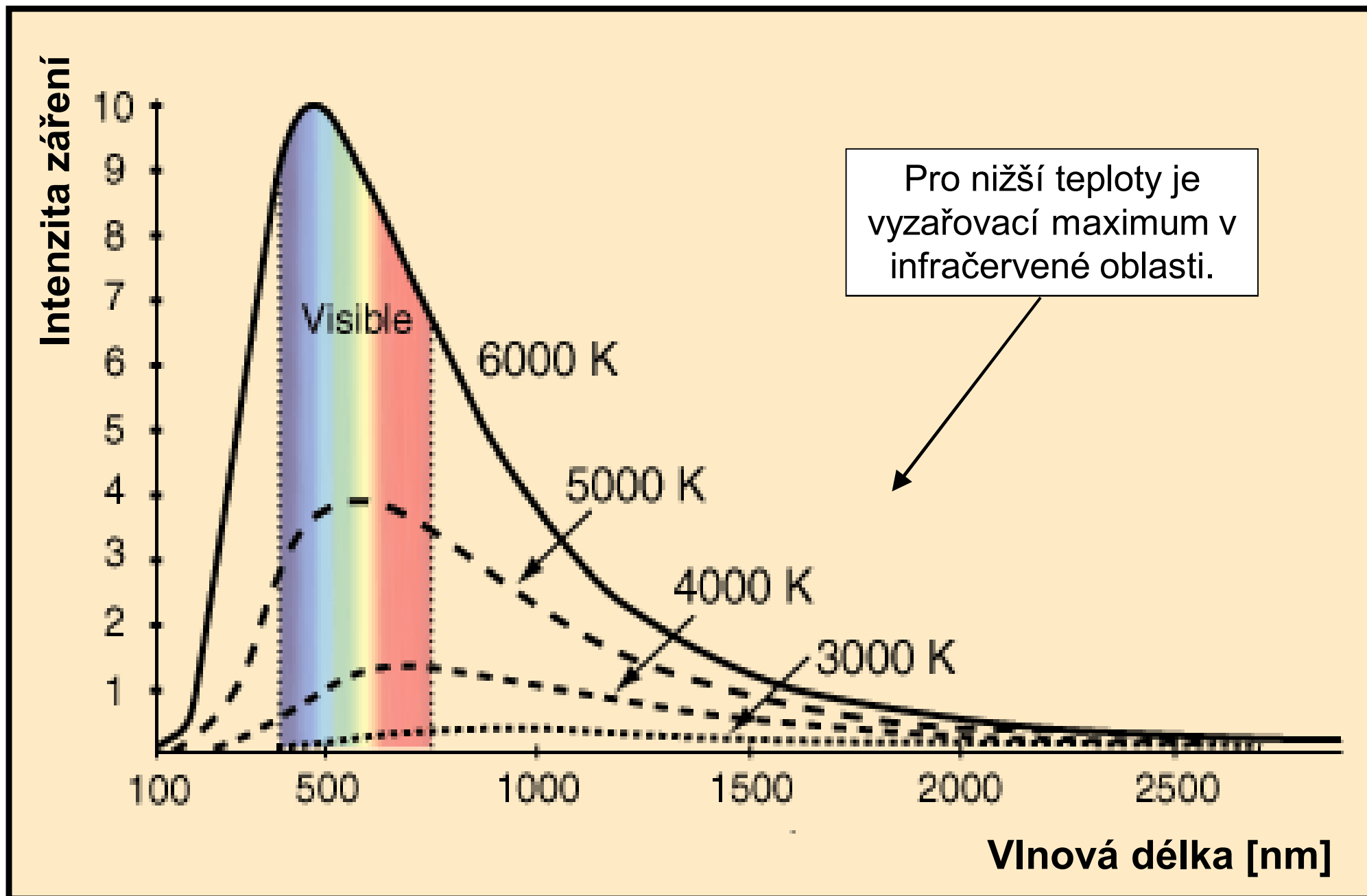
Z vyjádření podmínky maxima funkce

$$H_{o\lambda} = f(\lambda) \quad \frac{\partial H_{o\lambda}}{\partial \lambda} = 0$$

vyplývá pro  $\lambda = \lambda_{\max}$

$$\frac{hc}{kT\lambda_{\max}} = 4,965 \quad \lambda_{\max} \cdot T = konst$$

# Spektrum záření A.Č.T. - experiment



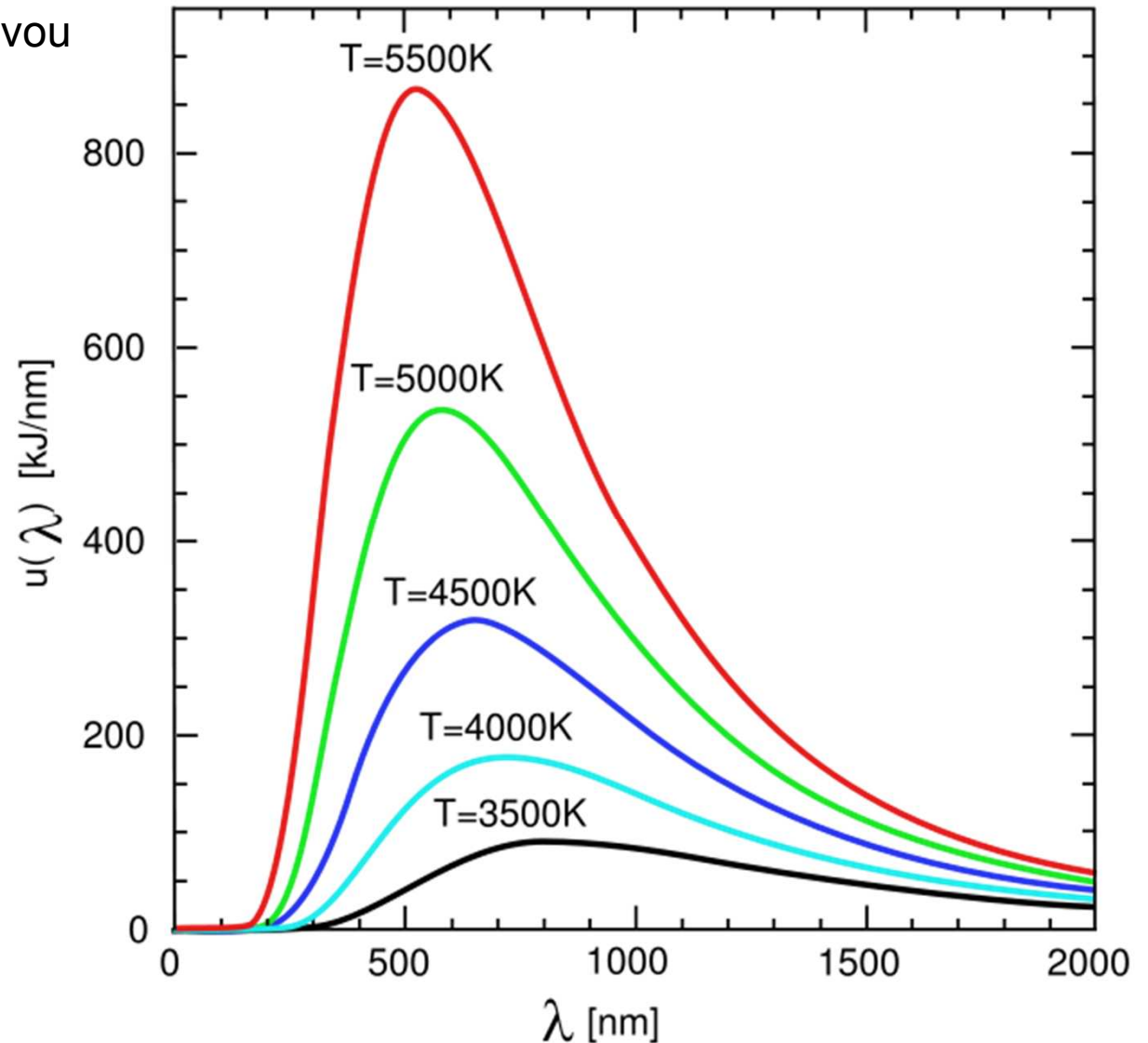
# Planckova kvantová hypotéza vyjádřená pro $f$

Planckův vztah pro záření AČT ve variantě s frekvencí a vlnovou délkou vypadá následovně :

$$I(f, T) = \frac{2hf^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

kde  $f$  je frekvence záření,  $\lambda$  vlnová délka záření,  $c$  rychlost světla a  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  Boltzmannova konstanta.



$$\frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{c}{\lambda} \right) = -\frac{c}{\lambda^2}$$



- Reálný povrch emituje pouze část záření, které by emitovalo absolutně černé těleso o stejné teplotě
- Tato míra vyzařovací schopnosti každého reálného tělesa se nazývá koeficient vyzařování - emisivita ( $\epsilon$ )

Emisivita - vyjadřuje vztah skutečně vyzařované energie a energie vyzařované černým tělesem stejné teploty.

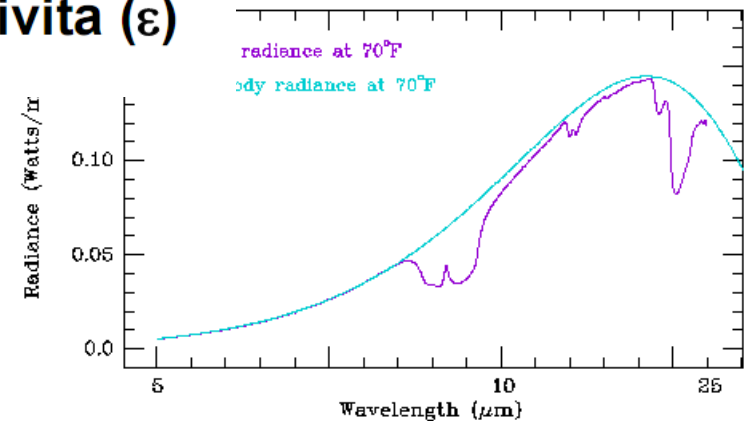
Stefan - Boltzmannův zákon pro reálná tělesa

$$M = \epsilon \sigma T^4$$

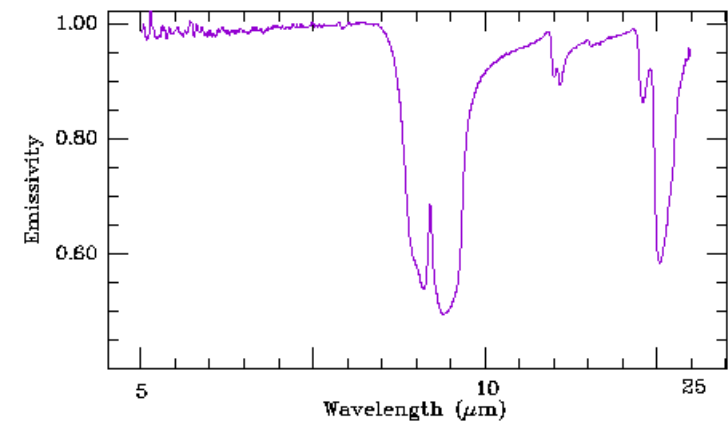
Vztah mezi radiační a reálnou teplotou povrchu

$$T_{rad} = \epsilon^{\frac{1}{4}} T_{kin}$$

Radiační teplota povrchů je v důsledku emisivity nižší než teplota kinetická (reálná).



Quartz radiance spectrum along with a blackbody radiance spectrum at the same temperature.



Quartz emissivity spectrum: the result of dividing quartz radiance by blackbody radiance at the same temperature.

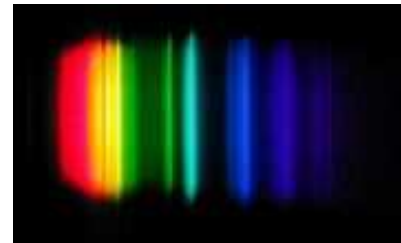
Světelné zdroje



Teplotní

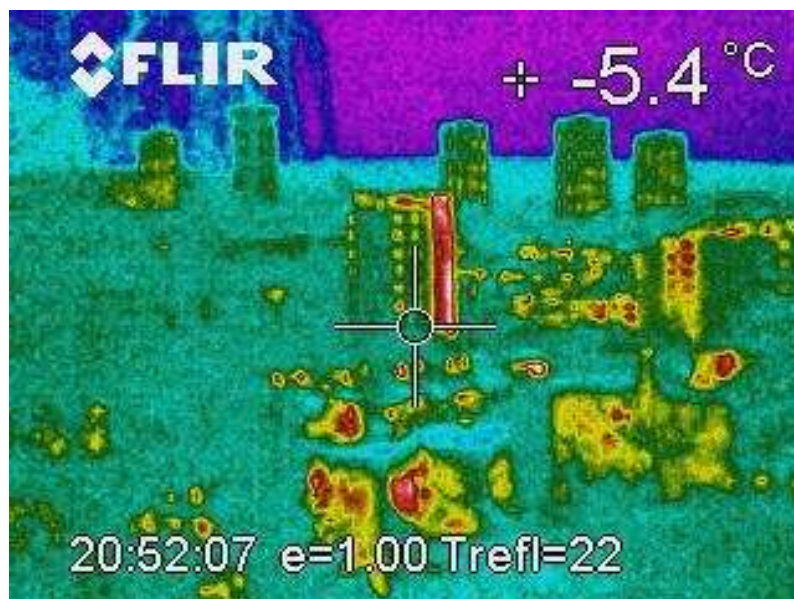
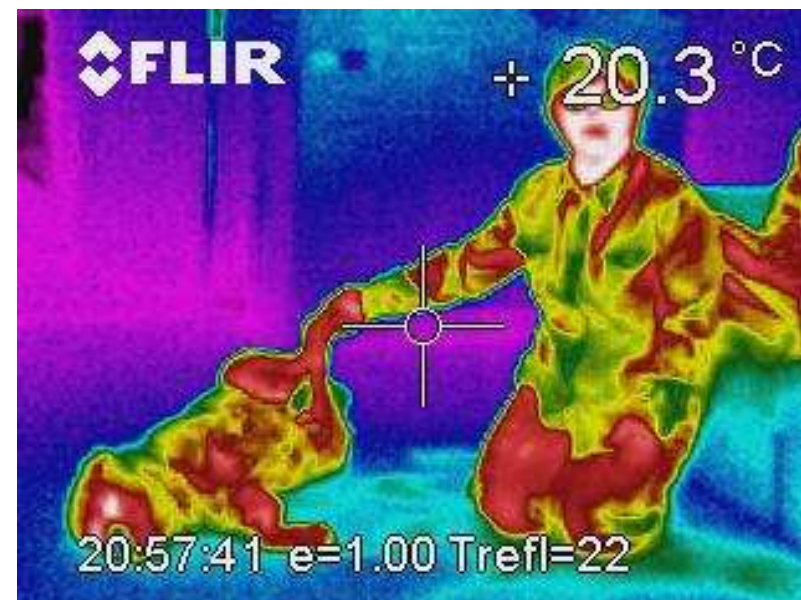
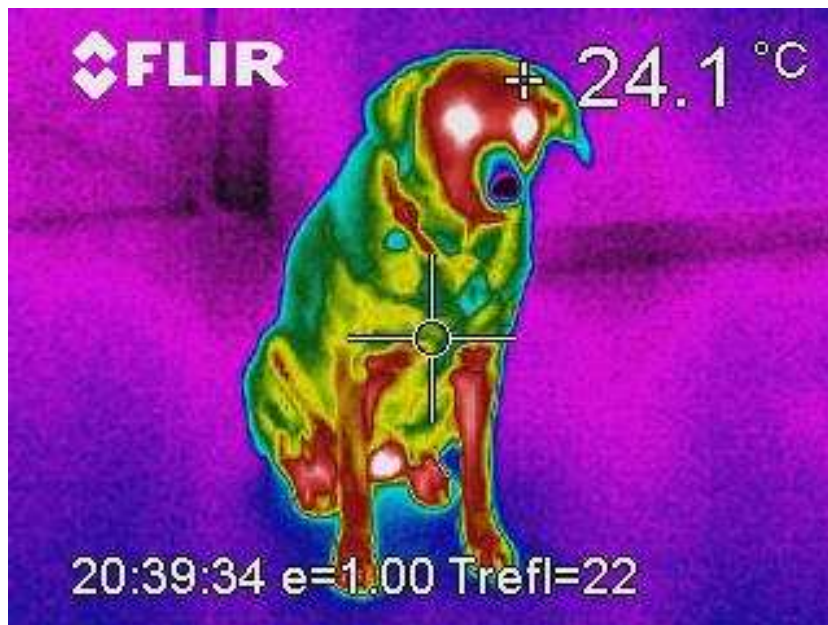


Výbojové



Luminiscenční - světélkující barvy, lasery,  
LED, apod.

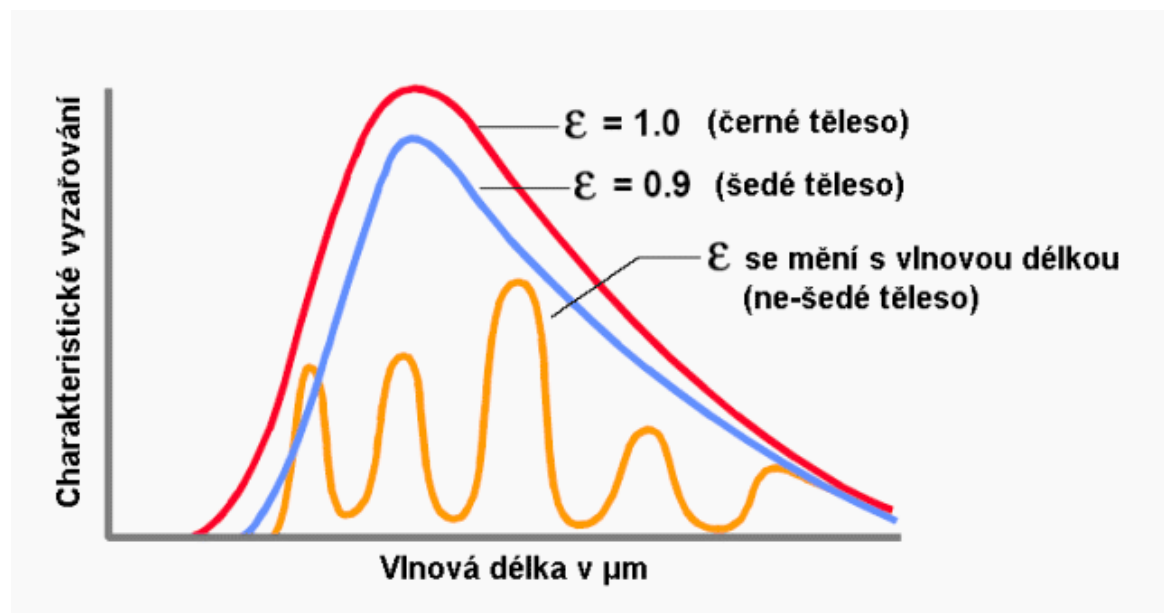




Kirchhoff dokázal, že rovnovážné tepelné záření je izotropní, homogenní a spektrální rozložení jeho intenzity nezávisí na materiálu předmětů vložených do dutiny, ani na materiálu stěn dutiny [9].

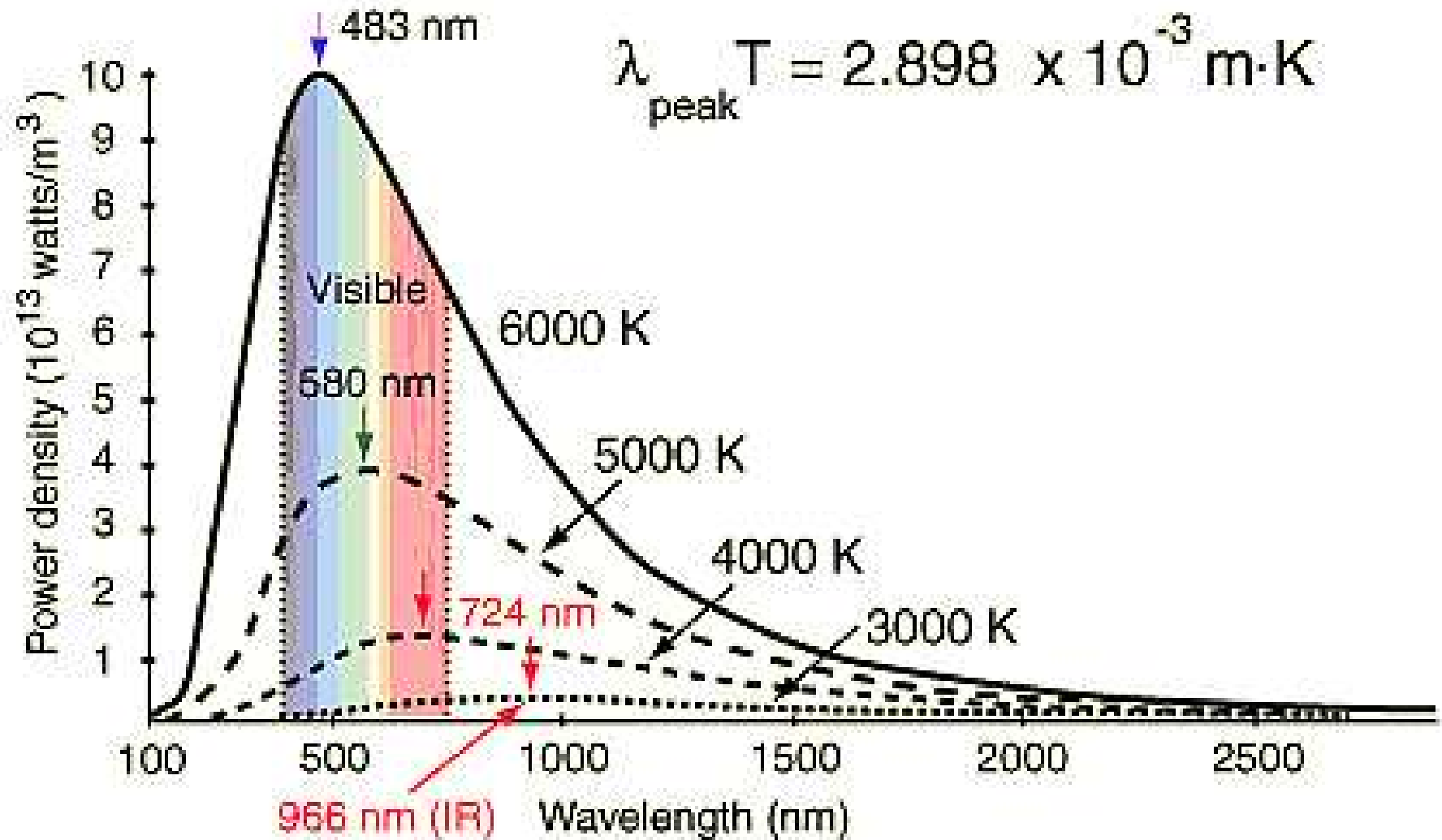
Z požadavku termodynamické rovnováhy vyplývá, že energie rovnovážného vyzáření jednotkovou plochou tělesa za jednotku času musí být rovna energii, která je za jednotku času jednotkovou plochou povrchu tělesa pohlcena. Kdyby tomu tak nebylo a těleso by vyzařovalo více energie, než by pohlcovalo, resp. pohlcovalo více energie než by vyzařovalo, projevilo by se to poklesem, resp. růstem teploty, tedy porušením termodynamické rovnováhy. Označíme-li  $E_D$  energii dopadající na jednotkovou plochu povrchu tělesa za jednotku času a  $A$  *relativní pohltivost* – tj. bezrozměrnou veličinu, udávající, jaká část dopadající energie se pohltí, pak bude platit:

$$AE_D = E_V. \quad (1.2)$$



$$\frac{H_\lambda}{\alpha_\lambda} = F(T, \lambda)$$

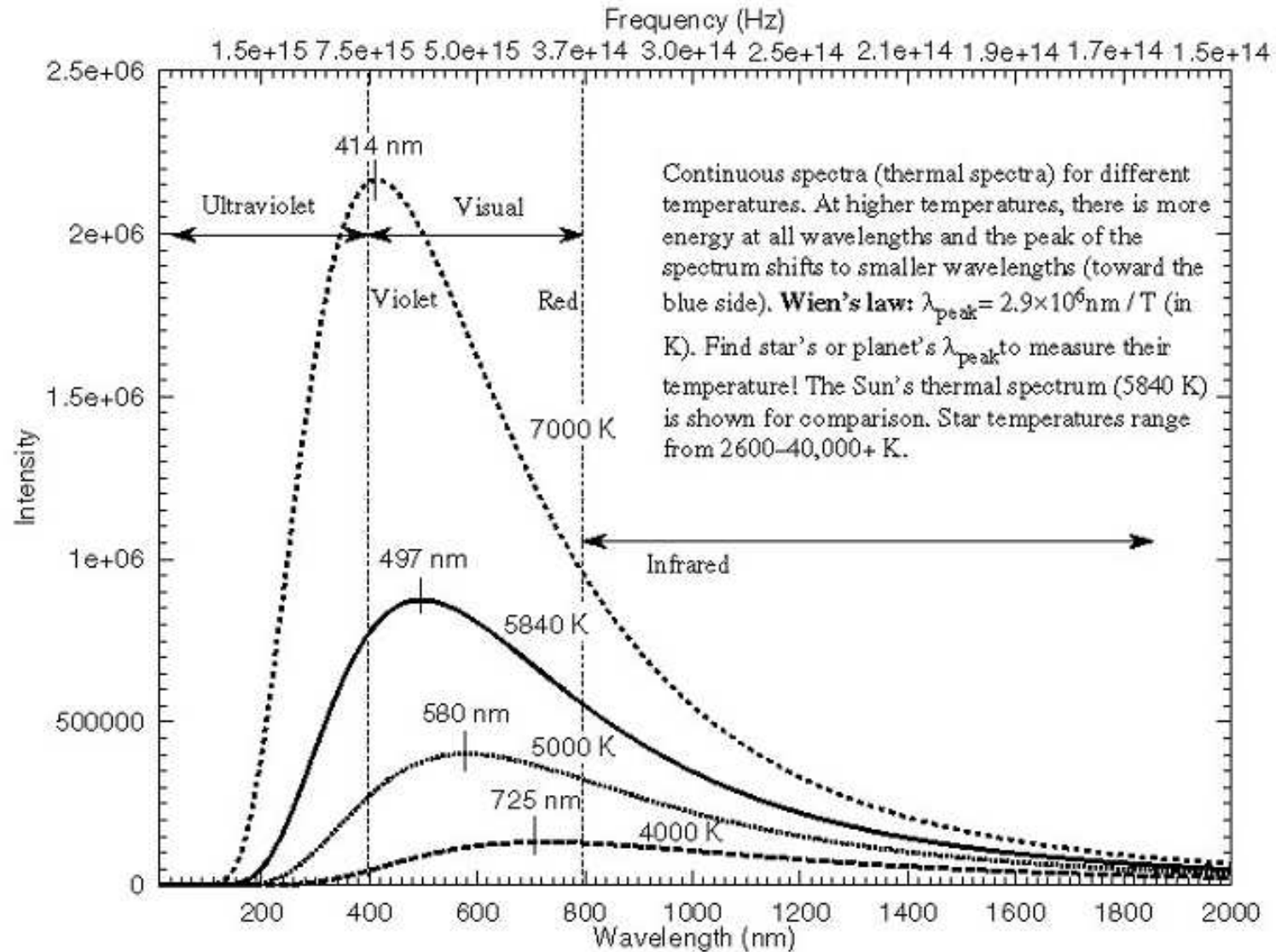
# ZÁŘENÍ ABSOLUTNĚ ČERNÉHO TĚLESA



<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/radfrac.html>

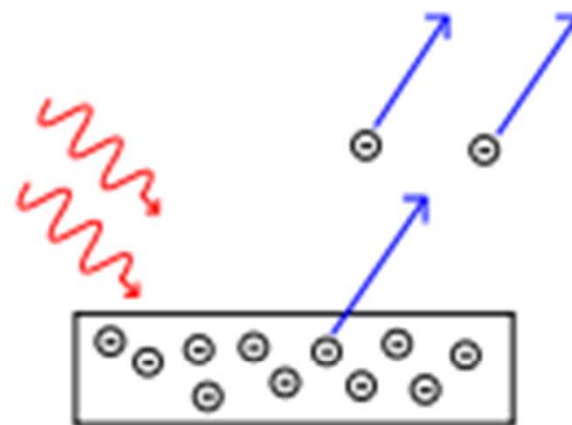
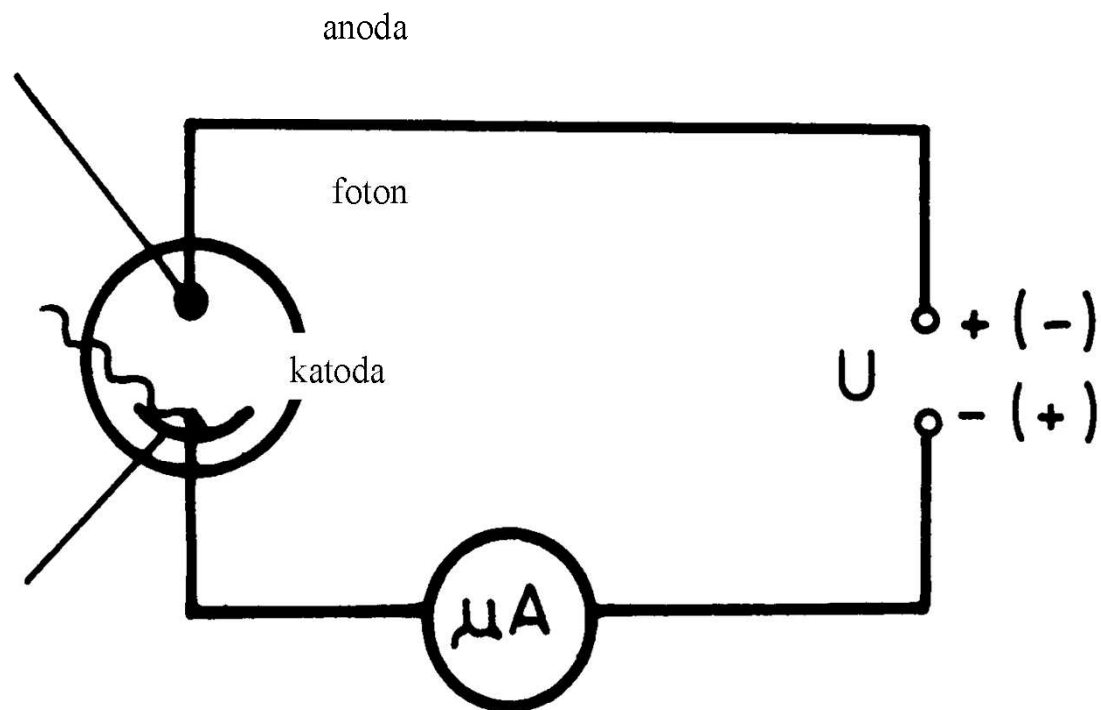


# Záření absolutně černého tělesa



## I. Vnější fotoelektrický jev

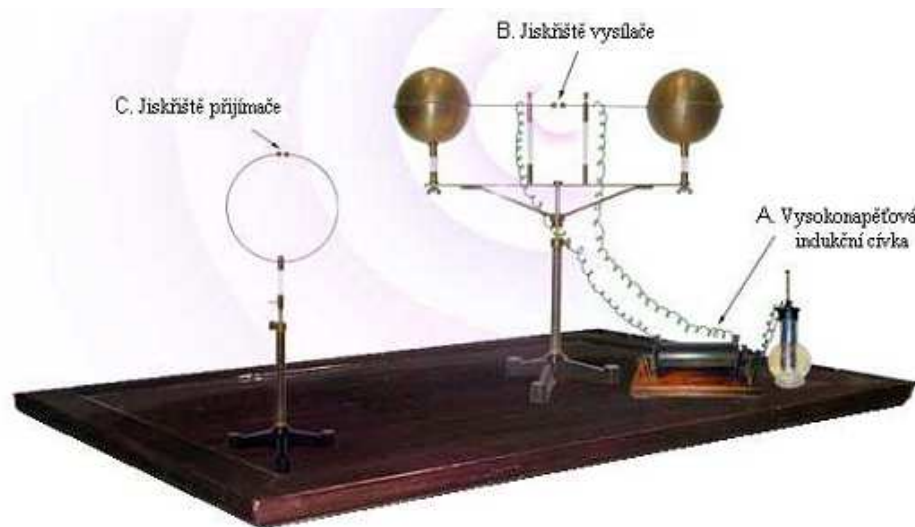
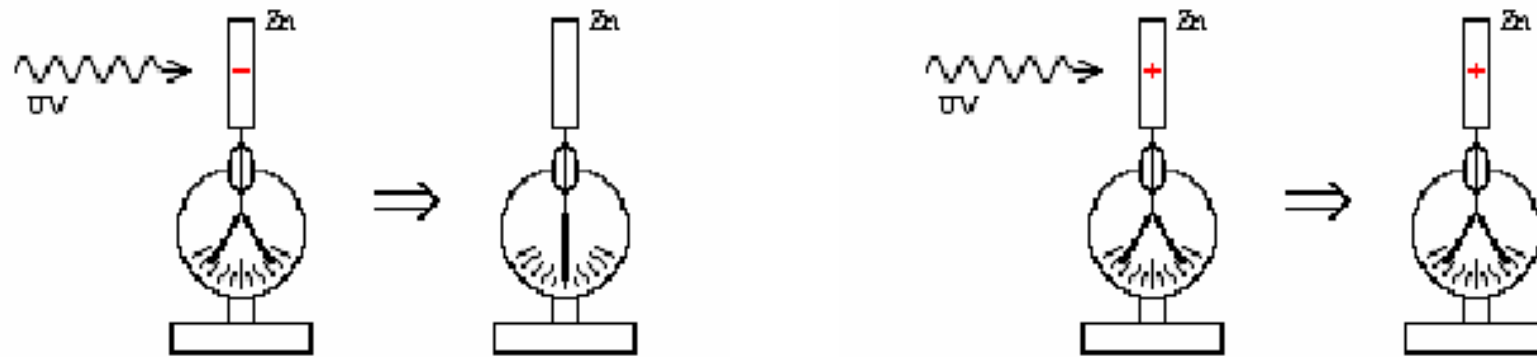
Dopadá-li na kov elektromagnetické záření určitých vlnových délek, uvolňují se z kovu elektrony (hovoříme o fotoemisi elektronů z kovu).



## Historie:

Teorie elektromagnetismu (J.C. Maxwell) – světlo je elektromagnetické vlnění, elektromagnetické vlnění má vlastnosti analogické světlu – odraz elektromagnetického vlnění, lom na rozhraní atd.

Experimentální ověření existence elmg vln – Heinrich Hertz



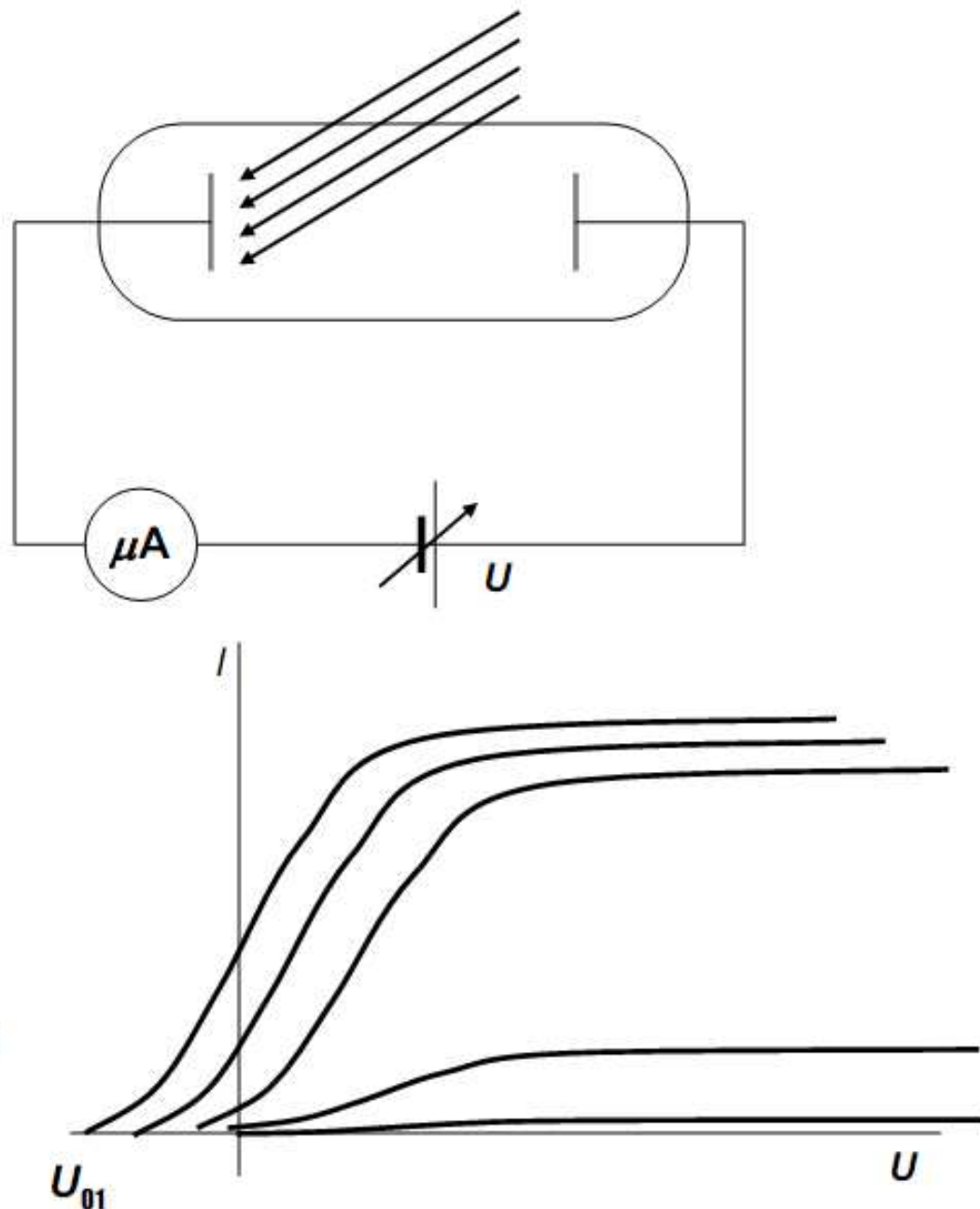


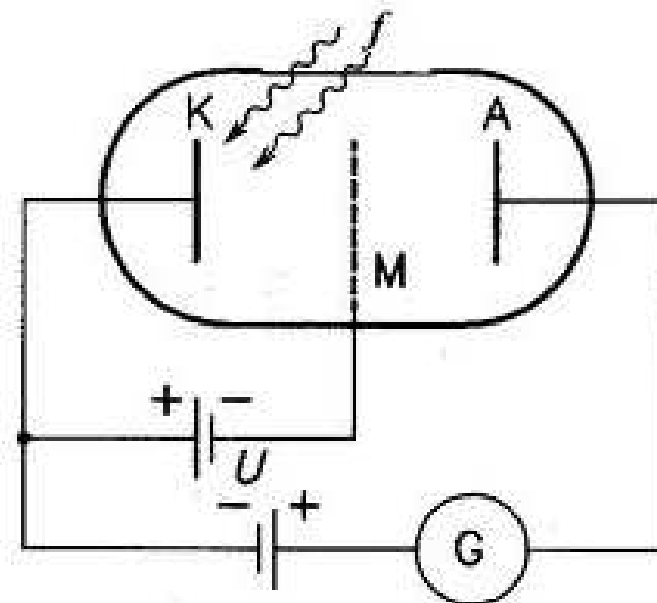
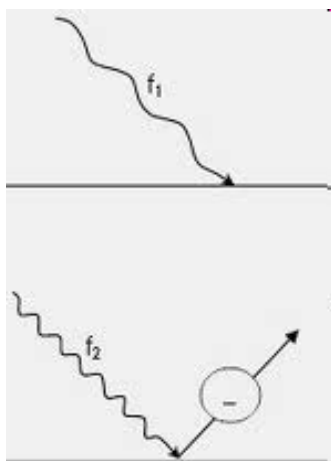
## Fotoelektrický jev



Philipp Lenard (1862–1947 )

1898 Lenard a Thomson: při fotoelektrickém jevu jsou uvolňovány elektrony, jejich energie jsou úměrné frekvenci, ne intenzitě světla (jak odpovídalo klasické elektrodynamice)





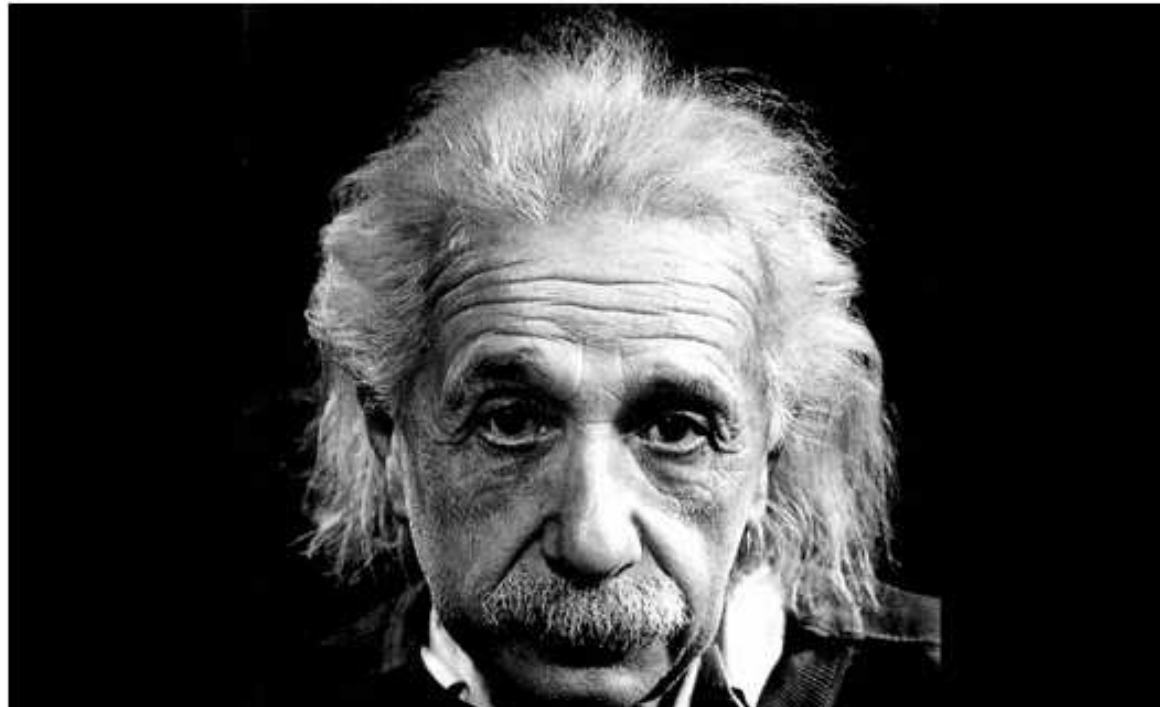
Pozoruhodnosti fotoelektrického jevu:

1. Elektrony jsou emitovány okamžitě - bez časového zpoždění!
2. Zvýšení intenzity světla zvýší počet elektronů, ale neovlivní jejich maximální kinetickou energii!
3. Existuje mezní frekvence

Např. červené světlo nezpůsobí jev bez ohledu na svou intenzitu!

4. Slabé fialové světlo se vyvolá výstup elektronů a jejich maximální kinetické energie jsou vyšší než u intenzivního světla delších vlnových délek!

## Fotoelektrický jev



předpoklad, že energie světla je v prostoru rozložena nespojitě.



Albert Einstein (1879–1955)

1905 Einstein: světlo je v kvantech nejen uvolňováno, ale i absorbováno

$$h\nu = A + W_k$$

Energie kvanta se zčásti spotřebuje na výstupní práci elektronu z kovu ( $A$ ), zbytek je kinetickou energií emitovaného elektronu.

Nobelova cena 1921

$$h\nu_{\min} = A \Rightarrow \nu_{\min} = \frac{A}{h}$$

kov	$A / eV$	kov	$A / eV$
Cs	1,81	Rb	2,16
K	2,22	Na	2,35
Pt	5,32		

Fotoelektrický jev pak můžeme popsat Einsteinovou rovnicí

$$hf = A + e \cdot U_b.$$

Odtud

$$U_b = \frac{h}{e} f - \frac{A}{e}.$$

Vynásobením směrnice  $\frac{h}{e}$  přímkou  $U_b = U_b(f)$  velikostí  $e$  náboje elektronu,

bychom pak měli obdržet hodnotu Planckovy konstanty  $h$ .

foton má energii:  $h\nu$

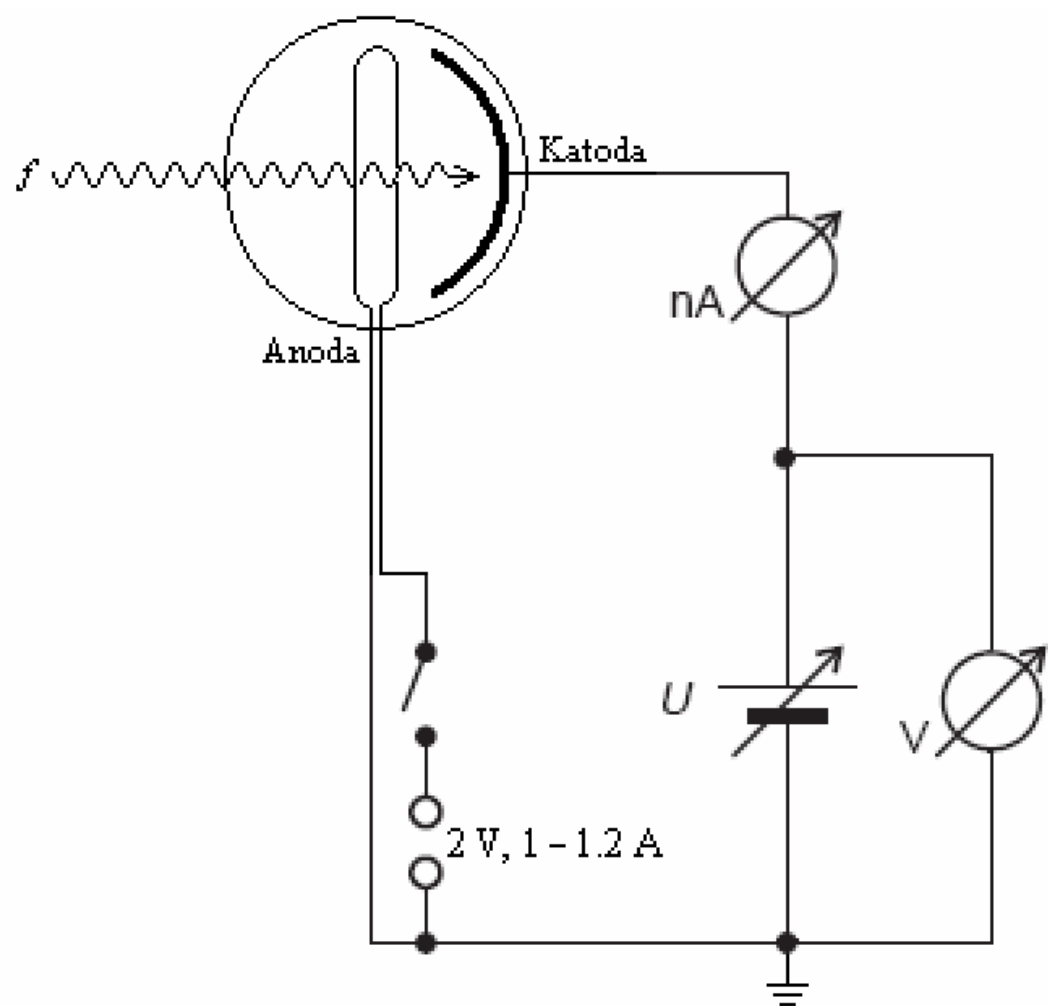
foton má klidovou hmotnost nulovou, protože se šíří rychlostí  $c$

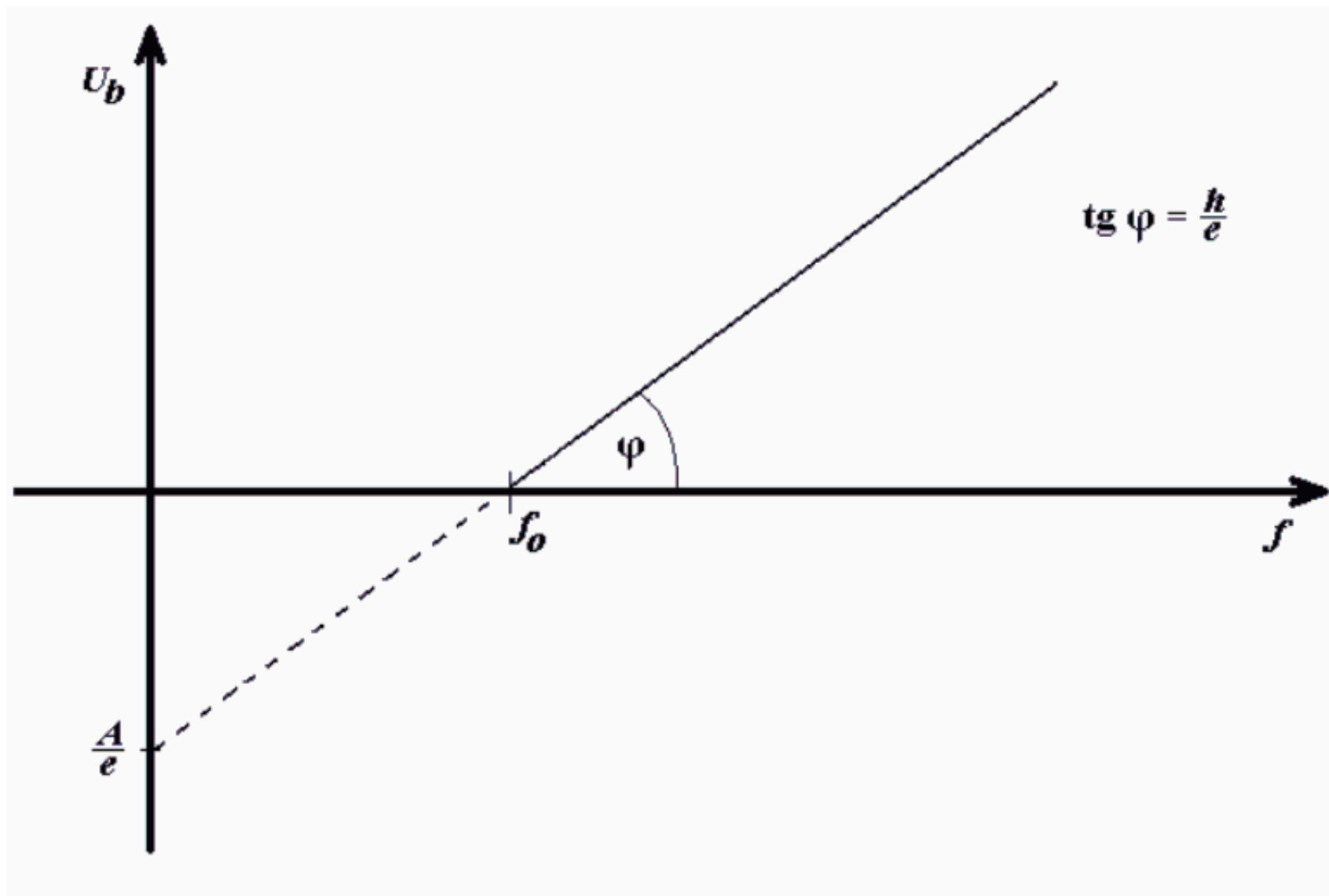
foton má hmotnost:  $mc^2 = h\nu \Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2}$

foton má hybnost:  $p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

	žlutá	zelená	tyrkysová	modrá	fialová
$\lambda$ (nm)	576,9598	546,0735	491,6036	435,8328	404,6563
$f (\cdot 10^{14} \text{ s}^{-1})$	5,200	5,494	6,102	6,883	7,414

Tabelované hodnoty vlnových délek  $\lambda$  spektrálních čar rtuti





□ Graf závislosti  $U_b = U_b(f)$

3. Počet uvolněných elektronů za jednotku času je úměrný intenzitě dopadajícího záření.

4. Maximální kinetická energie uvolněných elektronů nezávisí na intenzitě dopadajícího záření.

Tuto představu použil k vysvětlení fotoelektrického jevu poprvé A. Einstein v roce 1905 :

Jestliže kov pohltí foton záření, předá tento foton svou energii  $h\nu$  některému elektronu (jen jednomu !!!) a platí

$h\nu = A_{\nu} + W_{k \max}$  Einsteinova rovnice fotoelektrického jevu

Výstupní práce  $A_{\nu}$  je charakteristikou kovu. Aby se elektron z daného kovu mohl dostat ven, musí být splněna podmínka  $h\nu \geq A_{\nu}$ .

Mezní případ  $h\nu = A_{\nu}$ , tj. elektron vystoupí s nulovou kinetickou energií  $W_k = 0$ .