

Lineární algebra – příklady k procvičení

1. Určete hodnotu parametru $a \in \mathbf{R}$ tak, aby vektory $u_1, u_2, u_3 \in W$ tvořily bázi vektorového podprostoru W vektorového prostoru V , kde

$$V = \mathbf{R}^3, W = L(u_1, u_2, u_3)$$

$$u_1 = (2, 2, -1)$$

$$u_2 = (1, a, 1)$$

$$u_3 = (-1, 3, 1)$$

2. Je dán vektorový podprostor W vektorového prostoru V . Určete hodnotu parametru $a \in \mathbf{R}$ tak, aby $\dim W = 3$, je-li dáno:

$$V = \mathbf{R}^4, W = L(u_1, u_2, u_3, u_4)$$

$$u_1 = (1, 0, 1, 0)$$

$$u_2 = (1, a, 0, 2)$$

$$u_3 = (0, 1, -1, 3)$$

$$u_4 = (2, 2, 0, 1)$$

3. Jsou dány vektorové podprostory W_1, W_2 vektorového prostoru V .

Určete bázi a dimenzi $W_1, W_2, W_1 + W_2, W_1 \cap W_2$, je-li dáno:

$$a) V = \mathbf{R}^4, W_1 = L(u_1, u_2, u_3), W_2 = L(v_1, v_2)$$

$$u_1 = (1, 1, 4, -1)$$

$$u_2 = (0, 1, -1, 0)$$

$$u_3 = (1, 0, 5, -1)$$

$$v_1 = (1, 1, 3, 1)$$

$$v_2 = (2, 1, 0, -1)$$

$$b) V = \mathbf{R}^4, W_1 = L(u_1, u_2, u_3), W_2 = L(v_1, v_2)$$

$$u_1 = (1, 1, 4, -1)$$

$$u_2 = (0, 1, -1, 0)$$

$$u_3 = (1, 0, 5, -1)$$

$$v_1 = (1, 1, 3, 1)$$

$$v_2 = (1, 2, 3, -1)$$

4. Určete souřadnice vektorů $u, w \in V$ v bázi $u_1, u_2, u_3 \in$

V , kde

$$V = \mathbf{R}^3$$

$$u_1 = (2, 2, 1)$$

$$u_2 = (1, 3, 1)$$

$$u_3 = (-1, 3, 1)$$

$$u = (1, 1, 1)$$

$$w = (0, 0, 1)$$

Výsledky:

1. pro $a = 13$ vektory LZ; pro $a \in \mathbf{R} - \{13\}$ tvoří vektory bázi vektorového prostoru V
2. $a = 1$
3. a) $\dim W_1 = 2$; báze W_1 : u_1, u_2 ;
 $\dim W_2 = 2$; báze W_2 : v_1, v_2 ;
 $\dim (W_1 + W_2) = 4$; báze $(W_1 + W_2)$: u_1, u_2, v_1, v_2
 $\dim (W_1 \cap W_2) = 0$; $W_1 \cap W_2 = \{0\}$
b) $\dim W_1 = 2$; báze W_1 : u_1, u_2 ;
 $\dim W_2 = 2$; báze W_2 : v_1, v_2 ;
 $\dim (W_1 + W_2) = 3$; báze $(W_1 + W_2)$: u_1, u_2, v_1
 $\dim (W_1 \cap W_2) = 1$; $W_1 \cap W_2 = L((1, 2, 3, -1)) = L(v_2)$

4. $u = (2, -2, 1)$, $w = (3, -4, 2)$