Pravděpodobnost

vzorec 1: $P(X\in\langle a;b))=$

- distr.: $\sum_{k\in\langle a;b)} p(k)$, kde $p(k)$ je pstní funkce : $\sum_{k\in\Omega} p(k)=1$
- spoj. velič.: $\int_a^b f(x)\,dx$, kde $f(x)$ je hustota psti : $\int_\Omega f(x)\,dx=1$ a [$f(x)$ musí také být ≥ 0 na Ω]

(díky vlastnostem $\int$ pro spojitou veličinu : $P(X=x_0)=\int_{x_0}^{x_0} f(t)\,dt=0$)

vzorec 2: distribuční funkce náh. veličiny X

$F(x)=P(X<x)=$

- distr.: $\sum_{k<x} p(k)$
- spoj.: $\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$

$F(x)$ vyjadřuje kumulativní (=hromadné) psti, je neklesající a zprava spojitá, $\lim_{x\to-\infty}F(x)=0$, $\lim_{x\to\infty}F(x)=1$

vzorec 3: pro diskrétní i spojitou veličinu X platí $P(X\in\langle a;b))=F(b)-F(a)$

(distribuční funkce je tedy klíčový pojem teorie psti, který se snaží popsat chování proměnné X = veličiny X, ať už je X diskrétní nebo spojitá)

vzorec 4:

$EX=$

- distr.: $\sum_{k\in\Omega} k\cdot p(k)$
- spoj.: $\int_\Omega x\cdot f(x)\,dx$

(očekávaná hodnota, kterou bychom průměrně naměřili, kdyby se veličina X chovala přesně podle teoretického popisu (tj. $p(k)$ nebo $f(x)$))

vzorec 5:

$DX=$

- distr.: $\left(\sum_{k\in\Omega} k^2\cdot p(k)\right)-(EX)^2$
- spoj.: $\left(\int_\Omega x^2\cdot f(x)\,dx\right)-(EX)^2$

(rozptyl DX vyjadřuje rozptýlení hodnot měřené veličiny na intervalu se středem v EX, pokud by se veličina X chovala přesně podle teoretického popisu $p(k)$, respektive $f(x)$)

Významná rozdělení psti, která mají své jméno:

1, diskrétní velič.: a) binomické rozdělení $Bi(n,p)$: X = počet „úspěchů" z n pokusů opakování experimentu $\in \{0,1,2,\dots,n\}$

pstní fce $p(k)=\binom{n}{k}\cdot p^k(1-p)^{n-k}$, $EX=n\cdot p$, $DX=n\cdot p(1-p)$

b) Poissonovo rozdělení $Po(\lambda)$: X = počet výskytů „náhodné události" za jednotku času $\in\{0,1,2,\dots\}$

pstní fce $p(k)=\frac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda}$, $EX=\lambda$, $DX=\lambda$

2, spojité veličiny: c) Exponenciální rozdělení $Exp(\lambda)$: X = doba mezi dvěma následnými událostmi (= výskyty „náhodné události")

hustota psti $f(x)=\begin{cases}0 & \dots\ x<0\\ \lambda\cdot e^{-\lambda x} & \dots\ x\geq 0\end{cases}$; distrib. fce $F(x)=\begin{cases}0 & \dots\ x<0\\ 1-e^{-\lambda x} & \dots\ x\geq 0\end{cases}$; $EX=\frac{1}{\lambda}$, $DX=\frac{1}{\lambda^2}$

d) normální rozdělení psti $No(\mu,\sigma^2)$: X = veličina, kterou lze vyjádřit jako součet mnoha nezávislých vlivů

hustota psti $f(x)=\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $EX=\mu$, $DX=\sigma^2$;

(platí pravidlo šesti sigma: většina hodnot normálně rozdělené veličiny $\in(\mu-3\sigma;\mu+3\sigma)$)