Katedra matematiky PdF MU

Stud. obor: Učitelství pro 1. st. ZŠ, KS

Předmět: Základy algebry a aritmetiky

SAMOSTATNÁ ZÁPOČTOVÁ PRÁCE – zadání úloh

1. Jsou dány množiny $A=\{a,b,c,d\}$ a $B=\{1,2,3,4\}$. Rozhodněte a zdůvodněte, zda následující binární relace z mn. A do mn. B jsou zobrazení. Pokud ano, určete přesně typ zobrazení:

a) $R_1=\{[b,1],[c,2],[d,3]\}$,

b) $R_2=\{[a,1],[b,2],[a,3]\}$,

c) $R_3=\{[a,1],[b,3],[c,2],[d,4]\}$,

d) $R_4=\{[a,1],[b,1],[c,1],[d,1]\}$.

2. Rozhodněte a zdůvodněte, která z následujících množin je ekvivalentní s množinou všech přirozených čísel N. Které z uvedených množin jsou nekonečné.

$A=\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\dots\}$, $B=\{7,6,4,a,x\}$, $D=\{x\in N: x=5^n \wedge n\in N\}$.

3. Zjistěte, které z vlastností ND, A, K, EN, EI, ZR mají operace $*$, $\circ$, Δ definované v množině $M=\{a,b,c\}$:

a)

$*$	a	b	c
a	b	a	c
b	a	b	c
c	c	c	c

b)

$\circ$	a	b	c
a	c	c	c
b	c	c	c
c	c	c	c

c)

Δ	a	b	c
a	c	·	a
b	·	c	b
c	a	b	c

Dále určete neutrální a agresivní prvky, pokud existují. Stanovte přesně typ každé algebraické struktury, kterou množina M spolu s jednotlivými operacemi tvoří.

4. Rozhodněte a zdůvodněte, které z vlastností ND, A, K, EN, EI, ZR mají následující operace (C je množina všech celých čísel):

a) $\circ=\{[x,y,z]\in N: z=x+2y\}$ neboli $x\circ y=x+2y$,

b) $*=\{[x,y,z]\in C: z=x+y+1\}$ neboli $x*y=x+y+1$.

5. Určete přesně typ algebraických struktur s jednou operací: $(\mathbb{N},+)$, $(\mathbb{N},\cdot)$, $(\mathbb{N},-)$, $(\mathbb{Q}_0^+,+)$, $(\mathbb{Q}_0^+,\cdot)$, $(\mathbb{Q}-\{0\},+)$, $(\mathbb{Q}-\{0\},\cdot)$. (*)

6. Určete přesně typ algebraických struktur se dvěma operacemi: $(\mathbb{N},+,\cdot)$, $(\mathbb{Q}_0^+,+,\cdot)$, $(\mathbb{Q}-\{0\},+,\cdot)$.

7. Je dána množina $M=\{a,b\}$. Určete přesně typ algebraických struktur $(P(M),\cup)$, $(P(M),\cap)$, $(P(M),-)$, $(P(M),\Delta)$, $(P(M),\cup,\cap)$, $(P(M),\cap,\cup)$, kde $P(M)$ je potenční systém množiny M. Platí uvedené závěry i pro všechny množiny M, které mají nejméně dva prvky?

(*) $\mathbb{Q}$ je množina všech racionálních čísel
$\mathbb{Q}_0^+$ je množina všech nezáporných racionálních čísel

./.