



**PEDAGOGICKÁ
FAKULTA**
Masarykova univerzita

Mechanika a molekulová fyzika

Dynamika

Doc. RNDr. Petr Sládek, CSc.

Pedagogická fakulta
Masarykova Univerzita
Poříčí 7, 603 00 Brno



Pro potřeby přednášky zpracováno s využitím www.studopory.vsb.cz materialy html_files

Úvodem

Dynamika



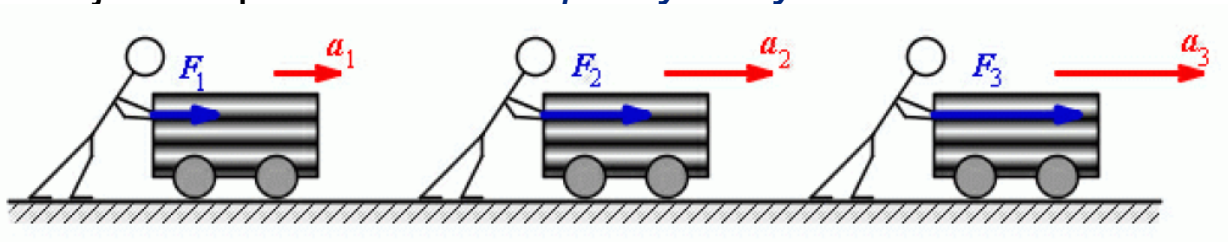
- Dynamika vyšetřuje příčiny pohybu.
- Při pohybu tělesa nemusí na něj působit žádná síla.
- Tělesa uvedená do pohybu se bez působení síly pohybují rovnoměrně přímočaře **setrvačností**.
- Pro uvedení z klidu do pohybu, při zrychlení, zpomalení, změně směru potřebujeme působit silou.
- **Síla** není příčinou pohybu, ale **způsobuje změnu pohybového stavu**.

Silové působení

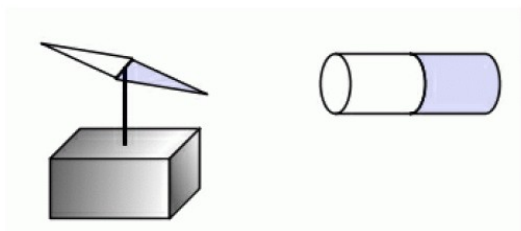
Síla se projevuje vždy při vzájemném působení dvou těles.



1. Vzájemné působení těles *přímým stykem*.



2. Vzájemné působení těles na dálku *prostřednictvím silových polí*.

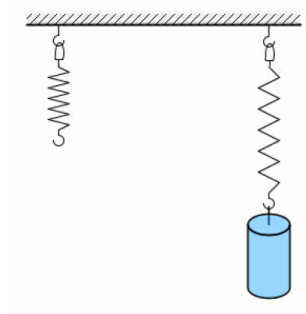


Silové působení

Dělení silového působení podle jejich účinků:

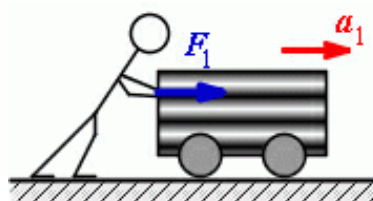


1. Statický účinek síly.



protažení pružiny závažím,
tlaková síla působící na podložku
(kniha na stole).

2. Dynamický účinek.



mění se směr nebo velikost rychlosti
pohybujícího se tělesa

Silové působení

Dynamickými účinky sil se zabývá dynamika

(z řeckého *dynamis*, což znamená síla).

Účinky síly závisí nejen na její **velikosti**, ale také na **směru jejího působení** a na tom, **kde působí**.

Síla \vec{F} je vektorová veličina určená **velikostí, působišťem, směrem a orientací..**

Jednotkou síly je newton označovaný písmenem N.

Tato jednotka rozepsaná pomocí základních jednotek soustavy SI je $N = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

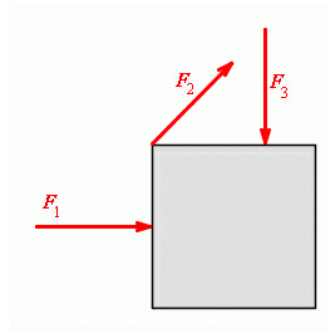
S pojmem síla je úzce spjata veličina **hmotnost**.

Hmotnost m s jednotkou kg charakterizuje setrvačné vlastnosti těles.

Silové působení

- Přemisťujeme-li hmotné těleso po nějaké trajektorii, pak hovoříme, že síla má účinky **posuvné** (translační).
- Otočíme-li tělesem kolem osy, pak vyvíjíme účinky **otáčivé** (rotační).

Otáčivé účinky charakterizujeme veličinou zvanou **moment síly \vec{M}** .



Newtonovy pohybové zákony

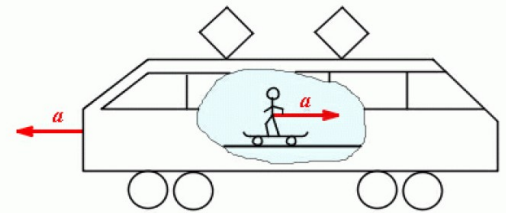
Základní zákony pohybu, které se dosud používají při řešení základních technických problémů, zformuloval Isaac Newton již před více než třemi sty léty!

Newton zformuloval tři základní zákony klasické dynamiky ve slovní podobě, později byly formulace doplněny i matematickými zápisy.

1. Newtonův zákon – zákon setrvačnosti

Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, dokud není vnějšími silami donuceno tento svůj stav změnit.


Newtonovy pohybové zákony platí ve vztažných soustavách, které jsou vůči sobě v klidu, nebo se vůči sobě pohybují pohybem rovnoměrným přímočarým. Takovéto soustavy se označují jako *inerciální* nebo *setrvačné*.



Newtonovy pohybové zákony

2. Newtonův pohybový zákon – zákon síly

Síla (síla svalů, síla motoru, síla gravitačního pole ...)

Experiment  *Kolikrát bude větší síla působící na těleso, tolikrát větší bude jeho zrychlení.*

 *Kolikrát větší bude hmotnost tělesa, tolikrát bude při stejné působící síle motoru menší jeho zrychlení.*

Zrychlení a , které uděluje síla F tělesu o hmotnosti m , je přímo úměrné velikost této síly a nepřímo úměrné hmotnosti tělesa.

- $$a = \frac{F}{m}$$

Newtonovy pohybové zákony

2. Newtonův pohybový zákon – zákon síly

častěji

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Předchozí rovnice platí pouze v případě, že se hmotnost během pohybu nemění (neplatí pro raketu, relativistické těleso).

Velmi často se lépe využije *hybnost* tělesa $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Obecný tvar 2. Newtonova zákona

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

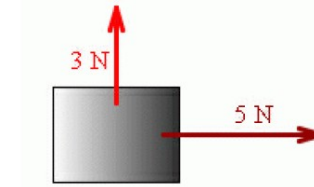
Síla působící na hmotný objekt způsobí časovou změnu jeho hybnosti.

Newtonovy pohybové zákony

Pokud $\vec{F} = \vec{0}$, je $\overline{d\vec{p}} = \vec{0}$ a tedy $\vec{p} = \overline{\text{konst}}$

Jinak řečeno hmotný objekt v tomto případě setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu (**zákon setrvačnosti**).

Při působení více sil na těleso je musíme sčítat. Ale protože síla je vektorová veličina, **musíme síly sčítat vektorovým součtem.**

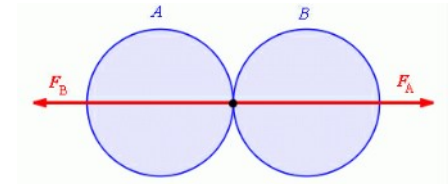


Newtonovy pohybové zákony

3. Newtonův pohybový zákon – zákon akce a reakce

Síla se projevuje při vzájemném působení těles.

- Síly, kterými na sebe působí dvě tělesa A a B jsou stejně veliké $F_A = F_B$.
- Tyto síly jsou stejného směru, avšak opačné orientace $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$.
- Obě síly současně vznikají a současně zanikají.
- Každá z těchto sil působí na jiné těleso, proto se ve svém účinku neruší.

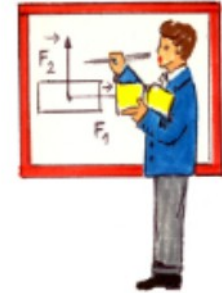


Obecný tvar 3. Newtonova zákona

Síly, kterými na sebe působí dvě tělesa jsou stejně veliké, stejného směru, opačné orientace a vznikají a zanikají současně.

Nazveme-li jednu ze sil **akce** a druhou **reakce**, pak lze napsat:

Každá akce vyvolává stejně velkou reakci stejného směru, ale opačné orientace.



Pohybové rovnice

2. Newtonův pohybový zákon – při působení více sil na těleso by měl zákon síly podobu

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Vektorový součet všech sil působících na těleso (výslednice sil) způsobí časovou změnu hybnosti tohoto tělesa.

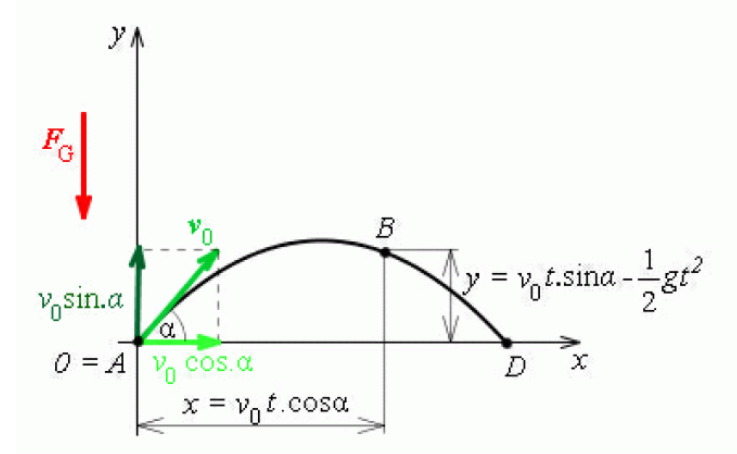
Pokud za síly dosadíme do 2. Newtonova zákona konkrétní síly, dostáváme *pohybovou rovnici*.

Vektorovou rovnici můžeme rozložit do různých směrů, pro jednotlivé složky, např.

$$\sum F_x = \frac{dp_x}{dt}, \quad \sum F_y = \frac{dp_y}{dt}, \quad \sum F_z = \frac{dp_z}{dt}.$$

Pohybové rovnice

Šikmý vrh



– ve směru osy x : $F_x = 0 = \frac{dp_x}{dt}$

protože $m \neq 0$ platí $0 = \frac{dv_x}{dt}$ tj. $v_x = v_{x0}$

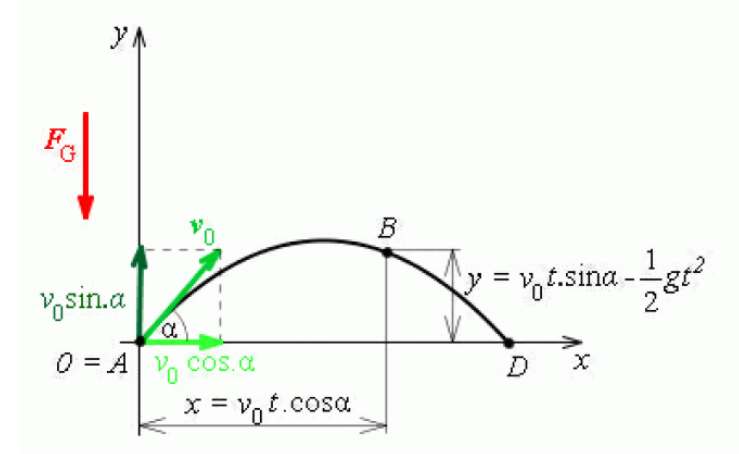
protože $\int dx = \int v_{ox} dt + C$. pak $x = v_{ox} t + C$.

Když v čase $t=0$ je $x_0=0$, a pokud úhel šikmého vrhu je α , tj. $v_{ox} = v_o \cos \alpha$

pak $x = v_o t \cos \alpha$.

Pohybové rovnice

Šikmý vrh



– ve směru osy y : $F_y = -mg = \frac{dp_y}{dt}$

protože $m \neq 0$ platí $-g = \frac{dv_y}{dt}$ tj. $\int dv_y = \int -g dt + C_1$

Když v čase $t=0$ je $y_0=0$, a pokud úhel šikmého vrhu je α , tj. $v_{oy} = v_o \sin \alpha$

pak $v_y = -gt + v_o \sin \alpha$. a po další integraci $y = -1/2 g t^2 + v_o t \sin \alpha$.

Následně můžeme spočítat dobu výstupu, výšku výstupu, délku vrhu.

Tíhová síla a tíha tělesa

Volný pád je rovnoměrně zrychlený pohyb s konstantním zrychlením \vec{g} nazývaným tíhové zrychlení.

Vynásobíme-li tíhové zrychlení \vec{g} hmotností m tělesa, dostaneme podle druhého Newtonova pohybového zákona sílu, která způsobuje volný pád tohoto tělesa. Tato síla se nazývá **tíhová síla \vec{F}_g a její velikost je dána vztahem:**

- $F_g = m g$
- **Tíhová síla má vždy směr svisle dolů.**

Na Měsíci působí na astronauta tíhová síla 6 krát menší než na Zemi. Je to dáno tíhovým zrychlením na Měsíci, které je 6 krát menší.

Tíhová síla a tíha tělesa

Volný pád je rovnoměrně zrychlený pohyb s konstantním zrychlením \vec{g} nazývaným tíhové zrychlení.

Vynásobíme-li tíhové zrychlení \vec{g} hmotností m tělesa, dostaneme podle druhého Newtonova pohybového zákona sílu, která způsobuje volný pád tohoto tělesa. Tato síla se nazývá **tíhová síla \vec{F}_g a její velikost je dána vztahem:**

- $F_g = m g$
- **Tíhová síla má vždy směr svisle dolů.**

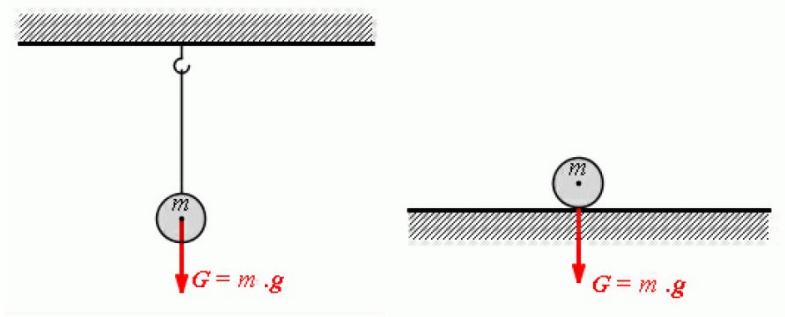
Na Měsíci působí na astronauta tíhová síla 6 krát menší než na Zemi. Je to dáno tíhovým zrychlením na Měsíci, které je 6 krát menší.

Tíhová síla a tíha tělesa

Tíhová síla nemá vždy na těleso účinek pohybový.

Visíme-li na laně nebo stojíme na pevné zemi, pak na nás také působí tíhová síla. K pohybu však nedochází, tíhová síla se projevuje v případě lana tahem (na lano působí **tahová síla**), v druhém případě jako tlak na podložku (na podložku působí **síla tlaková**).

Tíhovou sílu, kterou působí nehybné těleso na vodorovnou podložku nebo na svislý závěs nazýváme **tíhou tělesa \vec{G}** .



Je-li těleso v klidu, má tíha a tíhová síla stejný směr i stejnou velikost, tj.

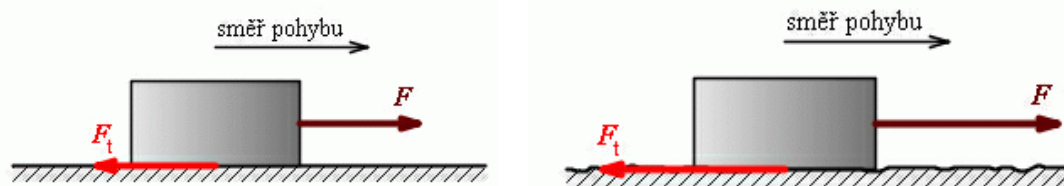
$$\vec{G} = \vec{F}_G \quad \text{a pro velikost} \quad G = m g$$

Odporové síly

Odporové síly působí **proti směru pohybu tělesa** a brzdí jeho pohyb. Nejznámější odporové síly jsou třecí síla, odporová síla valivého odporu a odporová síla prostředí.

Jestliže se těleso posouvá po povrchu jiného tělesa (podložky), dochází ke **smykovému tření**. Odporová síla, která pohyb brzdí se nazývá **třecí síla \vec{F}_t** , a působí na stykové ploše pohybujícího se tělesa a podložky.

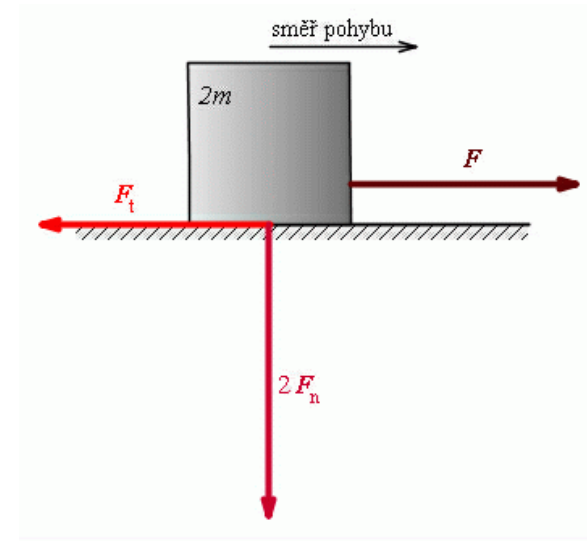
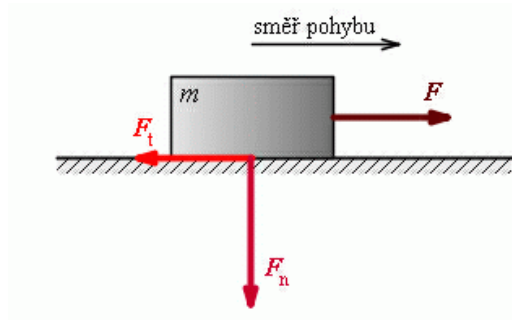
- hladké podložce posuneme kvádr s menší silou než po drsné



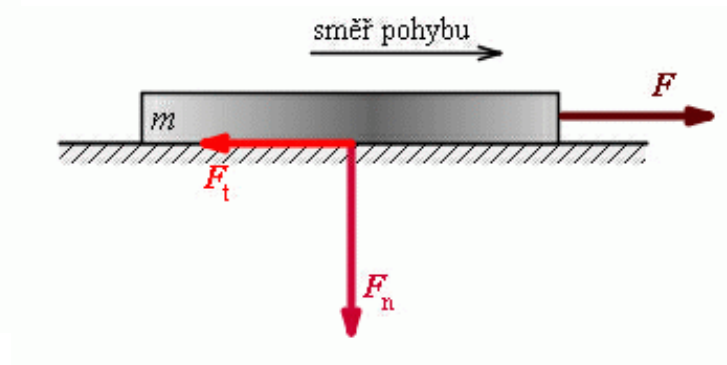
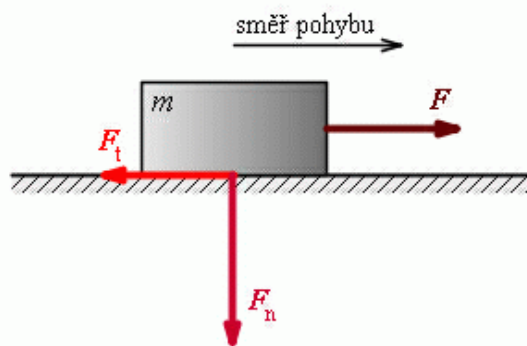
- **nezáleží na velikosti třecích ploch**

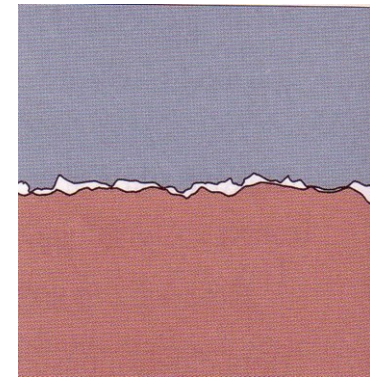
Odporové síly

- záleží na hmotnosti taženého tělesa



- nezáleží na velikosti třecích ploch





Odporové síly

- největší sílu musíme vynaložit do uvedení bedny do pohybu.

Třecí síla F_t je přímo úměrná **tlakové síle F_n** , kterou působí těleso kolmo na podložku.

Konstantou úměrnosti je **součinitel smykového tření f** .

Součinitel (nebo koeficient) smykového tření je bezrozměrné číslo.

V tabulkách se udává vždy pro dvojici materiálů, které se po sobě posouvají

$$F_t = f F_n$$

- **Velikost třecí síly nezávisí na velikosti stykových ploch.**
- **Klidová třecí síla je větší, než třecí síla působící při pohybu.**

Odporové síly

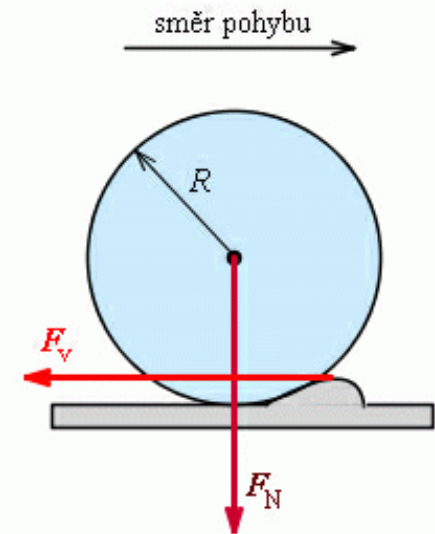
☉ **valivém odporu** mluvíme tehdy, jestliže se těleso s kruhovým průřezem) valí po pevné podložce.

Při tomto pohybu dochází ke stlačování a deformaci podložky před valícím se tělesem, někdy i k deformaci samotného tělesa. Většinou tyto deformace nepozorujeme. Příčinou tohoto jevu je zase kolmá tlaková síla F_n .

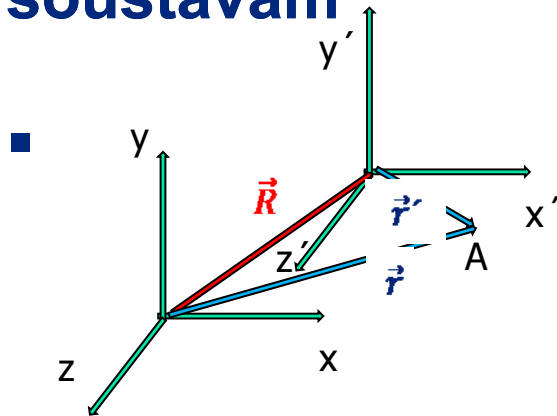
$$F_v = \xi \frac{F_n}{R}$$

Odporová síla valivého odporu F_v je přímo úměrná kolmé tlakové síle F_n působící na podložku a nepřímo úměrná poloměru R tělesa. Konstantou úměrnosti je **rameno valivého odporu ξ** .

Rameno valivého odporu (dříve se používal název součinitel valivého tření) se vyjadřuje v metrech.



Pohyb vzhledem k inerciálním a neinerciálním soustavám



Soustava S se pohybuje vůči soustavě S' rychlostí \vec{u} . pro bod A platí:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}$$

Pro rychlost tělesa v bodě A pak

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{R}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

V inerciální vztahné soustavě:

$$\vec{u} = \overrightarrow{\text{konst}} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{u}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}' = \vec{F}'$$

Proto můžeme použít vztah $m\vec{a}' = \vec{F}'$,

kde \vec{F}' reprezentuje výslednici reálných sil.

Pohyb vzhledem k inerciálním a neinerciálním soustavám

✓ neinerciální vztažné soustavě:

a) $\vec{u} \neq \overrightarrow{\text{konst}}$ **bez rotace**

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{u}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_u$$

$$m\vec{a} = m\vec{a}' + m\vec{a}_u$$

Pokud rovnici přepíšeme do tvaru $m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}^*$,

pak v soustavě S' jako by působila kromě reálné síly ještě síla \vec{F}^*

\vec{F}^* je zdánlivá (setrvačná) síla – nemá původ v reálných tělesech

b) $\vec{u} \neq \overrightarrow{\text{konst}}$ **s rotací** $m\vec{a}' = m\vec{a} - m \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}$

setrvačné síly:

Eulerova

odstředivá

Coriolisova

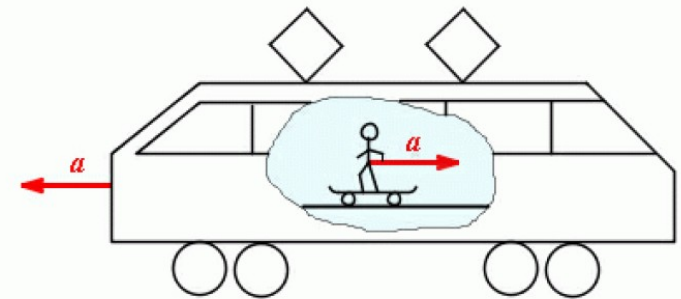
Síla v neinerciální soustavě

Newtonovy pohybové zákony s pouze reálnými silami platí v jen inerciálních soustavách.

V okamžiku, kdy tramvaj začne zrychlovat se zrychlením \vec{a} jsou již obě soustavy **neinerciální**.

Skateboardista se začne pohybovat ve směru proti pohybu tramvaje. Člověk v tramvaji, který je vůči ní v klidu (sedí), pozoruje pohyb skateboardisty jako pohyb zrychlený se zrychlením $-\vec{a}$, tedy opačným než je zrychlení tramvaje.

- Zrychlení skateboardisty není vyvoláno silovým působením žádného tělesa.
- Sílu, která vyvolává jeho zrychlený pohyb, a která vzniká v důsledku zrychleného pohybu vztažné soustavy nazýváme setrvačná síla \vec{F}_s (\vec{F}^*)



Síla v neinerciální soustavě

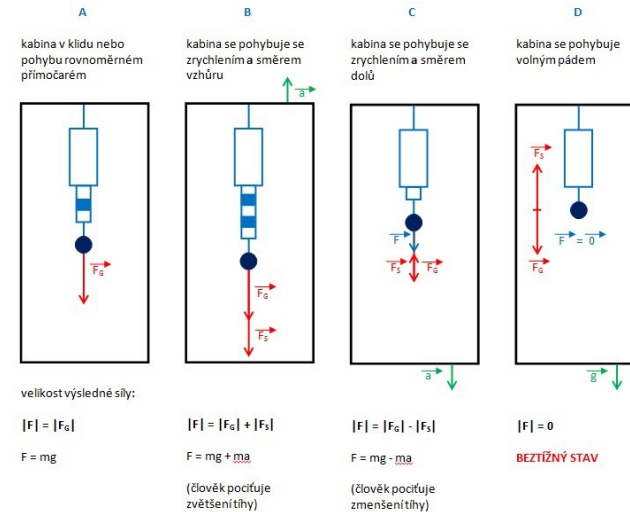
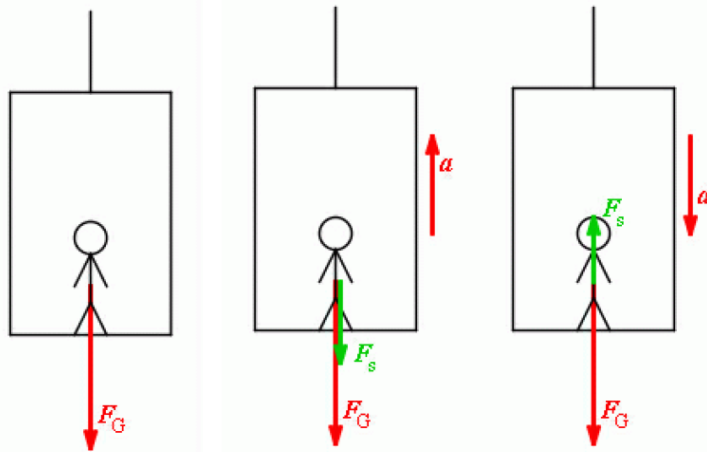
✓ neinerciální vztažné soustavě:

- neplatí zákon setrvačnosti,
- neplatí zákon akce a reakce.

- Zákon síly je možné v neinerciální vztažné soustavě použít s tím, že k reálným silám dodáme **setrvačnou sílu, která má opačný směr než zrychlení, které ji vyvolává.**

$$\vec{F}_s = -m \cdot \vec{a}$$

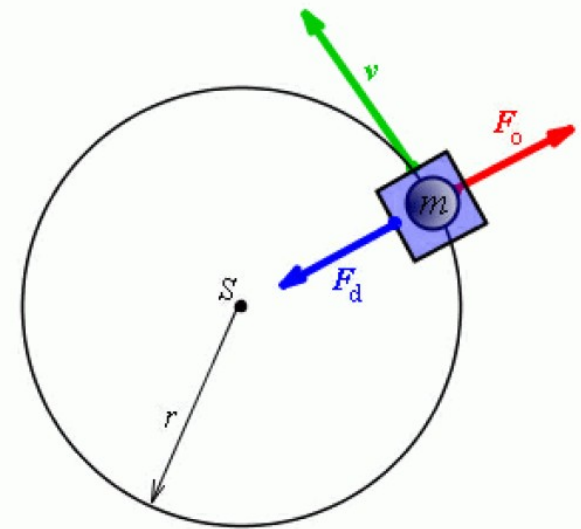
Síla v neinerciální soustavě



Pokud by se výtah pohyboval se zrychlením $\vec{a} = -\vec{g}$ (volným pádem), pak by výsledná síla působící na pasažéra byla nulová. Tímto způsobem je možné simulovat „beztížný stav“.

Síla v neinerciální soustavě

- Jede-li tramvaj po přímočaré dráze rovnoměrným pohybem a najednou vjede do levotočivé zatáčky při nezměněné velikosti rychlosti, jsou cestující vytlačováni na pravou stranu tramvaje.



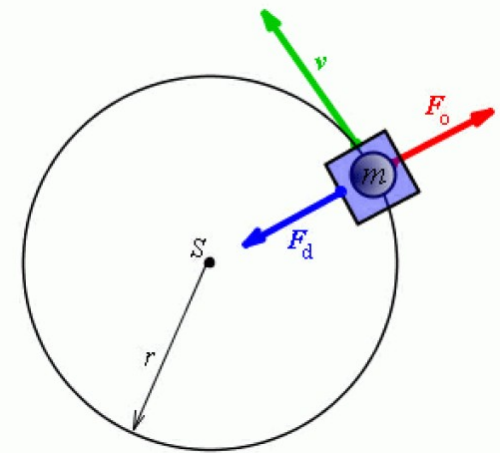
Pasažéři jsou podrobeni účinku setrvačné síly, která je důsledkem pohybu po křivočaré trajektorii. Tato setrvačná síla se označuje jako **síla odstředivá**.

- Setrvačná odstředivá síla \vec{F}_{od} vzniká v neinerciální vztažné soustavě pohybující se po zakřivené trajektorii.

Síla v neinerciální soustavě

Kolotoč

Trajektorii pohybu člověka hmotnosti m bude kružnice o poloměru r .



Inerciální vztažná soustava

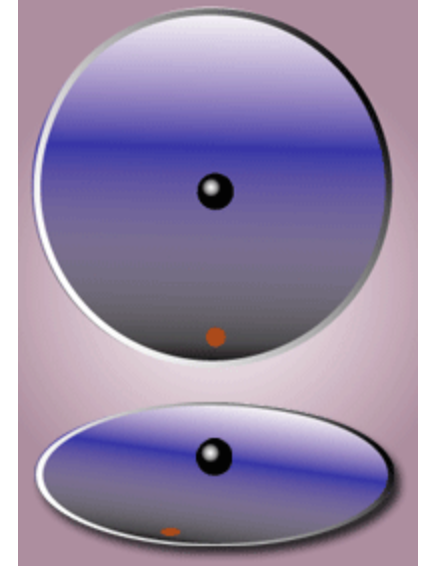
- Pohyb po kružnici je charakterizován **dostředivým zrychlením** $a_d = \frac{v^2}{r}$
- Zakřivení pohybu po kružnici bude způsobeno **dostředivou silou** F_d , kterou si vyjádříme pomocí druhého pohybového zákona ve tvaru $F_d = m \frac{v^2}{r}$

Neinerciální vztažná soustava

- Podle zákona akce a reakce bude akční síla – dostředivá síla působící na sedačku vyvolávat sílu reakční. Touto reakční silou je právě **setrvačná síla odstředivá**. Její velikost si tedy můžeme vyjádřit pomocí velikosti

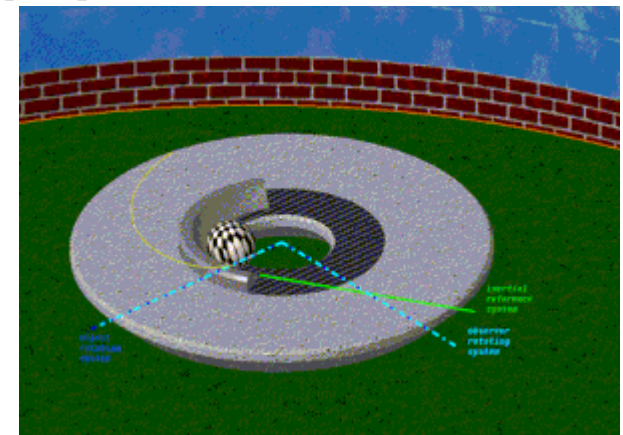
Síla v neinerciální soustavě

CORIOLISOVA síla



Coriolisova síla je setrvačná síla působící na tělesa, která se pohybují v rotující **neinerciální vztažné soustavě** tak, že se mění jejich vzdálenost od osy otáčení. **Coriolisova síla** má směr kolmý ke spojnici těleso – osa otáčení a způsobuje stáčení trajektorie tělesa proti směru otáčení soustavy (v případě pohybu tělesa od středu otáčení). Pokud se těleso pohybuje směrem ke středu otáčení, působí síla ve směru otáčení.

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$$



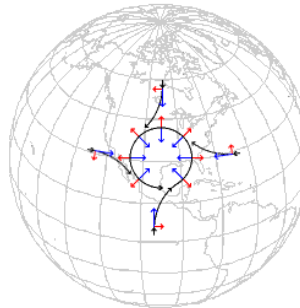
Síla v neinerciální soustavě

CORIOLISOVA síla

1) *Foucaultovo kyvadlo*



2) *Meteorologie*



3) *Balistika*

Coriolisův efekt má význam ve vnější balistice při výpočtu trajektorie střel dlouhého doletu.

4) *Vodní toky*

Řeky tekoucí na severní polokouli vymílají více pravý břeh, řeky tekoucí na jižní polokouli pak břeh levý. V důsledku toho řeky v měkkém podloží vytvářejí meandry. Zjevné je to při pohledu na tvar sibiřských řek.

5) *Kolejnice -v S-J směru je opotřebována vždy více jedna strana.*

Hybnost a impuls síly

Hybnost

Velikost síly, kterou musíme vynaložit na změnu pohybového stavu hmotného tělesa, závisí na jeho rychlosti a na jeho hmotnosti.

Pohybový stav tělesa můžeme charakterizovat fyzikální veličinou *hybnost*.

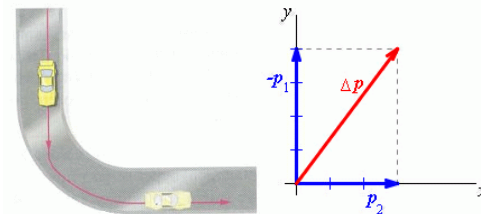
- Hybnost tělesa \vec{p} je dána součinem jeho hmotnosti m a jeho rychlosti tělesa \vec{v} . Je to vektor, který má stejný směr jako okamžitá rychlost.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

- Pokud ke změně hybnosti dochází v důsledku změny *vektoru rychlosti*, pak musíme zapsat vztah pro změnu hybnosti ve **vektorovém tvaru**

$$\Delta \vec{p} = \int m d\vec{v}$$

popř.
$$\Delta \vec{p} = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$$



Hybnost a impuls síly

Impuls síly

Ke změně hybnosti tělesa \vec{p} musíme vždy vynaložit sílu.

Působíme-li větší silou, bude změna hybnosti větší. Je také důležité, jak dlouho tato síla působí. Je zřejmé, že čím déle bude síla působit, tím větší bude změna hybnosti.

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

Pro limitní případ $\vec{F}dt = d\vec{p}$

Po integraci

$$I = \int_{t_0}^t \vec{F} dt = \int d\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

Levá strana představuje *impuls síly* I , pravou stranu jsme vypočítali pro $m=\text{konst}$
Časový účinek síly (impuls síly) působící na objekt způsobí změnu jeho hybnosti.

Zákon zachování hybnosti

■ střelba z děla - zpětný ráz

Před výstřelem jsou dělo i náboj v klidu. Po dobu výstřelu Δt působí na dělo síla F_1 a na dělovou kouli síla F_2 . Síla je dána tlakem rozpínajících se plynů v hlavni, působí do doby, než koule opustí hlaveň (t).

Podle zákona akce a reakce musí být obě síly stejně veliké, ale opačné orientace $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Z 2. Newtonova zákona

$$\Delta \vec{p} = (\vec{F}_2 - \vec{F}_1) \Delta t = \mathbf{0} = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Tento vztah vyjadřuje zákon zachování hybnosti.

- Uvedeme-li dvě tělesa z klidu do pohybu jen vzájemným silovým působením, součet jejich hybností je nulový.

Ráz těles

- **Ráz těles** je střetnutí dvou těles. Pokud se srazí dvě tělesa při pohybu, vznikají na styčné ploše síly, které způsobí změnu pohybu těles.
- **Ráz těles**, častěji srážka těles, je interakce těles, při níž se soustředíme na pozorování počátečního a koncového stavu.
- **Ráz (dokonale) pružný** - celková pohybová energie posuvného pohybu srážejících se těles se nezmění (**ocelové nebo gumové koule**).
- **Ráz nepružný** - celková pohybová energie posuvného pohybu těles se změní; zpravidla se zmenší o nárůst vnitřní energie soustavy: makroskopická soustava se zahřeje nebo nevratně zdeformuje. Při dokonale nepružné srážce dvou těles mají po srážce obě tělesa stejnou rychlost (nepohybují se vůči sobě)(**dvě plastelíny**).

Ráz těles

- ***Ráz částečně pružný*** - pohybová energie posuvného pohybu těles se částečně zmenší; je to přechodový případ mezi dokonale pružnou a nepružnou srážkou..
- Mírou pružnosti rázu je ***činitel restituace k*** (vzpruživost, koeficient restituace,) daný poměrem skutečné vzájemné rychlosti srazivších se těles ku rychlosti, kterou by měla stejná tělesa po dokonale pružné srážce. Při dokonale nepružné srážce je $k = 0$. Má rozměr 1 (je bezrozměrový), proto jde o činitel, nikoli součinitel.
- Při makroskopických srážkách bývá pravidelně $0 \leq k < 1$.
- Případná kinetická energie rotačního pohybu se zpravidla započítává do vnitřní energie. Při mikroskopických srážkách může také vzrůst energie postupného pohybu na úkor rotační či energie vzbuzených stavů; pak mluvíme o srážce ***superelastické, $k > 1$*** .