**Dělitelnost celých čísel – cvičení**

1. Určete vlastnosti relace dělitelnosti v množině všech celých čísel.
2. Dokažte:
3. Součet každých dvou sudých čísel je sudé číslo.
4. Součet každých dvou lichých čísel je sudé číslo.
5. Součet libovolného sudého a libovolného lichého čísla je liché číslo.
6. Součin každých dvou sudých čísel je dělitelný čtyřmi.
7. Součin každých dvou lichých čísel je liché číslo.
8. Součin libovolného sudého a libovolného lichého čísla je sudé číslo.
9. Součet tří po sobě jdoucích mocnin čísla 2 (počínaje mocninou 21) je dělitelný sedmi.
10. Dokažte:
	1. Druhá mocnina každého lichého čísla zmenšená o 1 je dělitelná osmi.
	2. Rozdíl druhých mocnin dvou libovolných lichých čísel je dělitelný osmi.
	3. Součet tří po sobě následujících čísel, z nichž prostřední je sudé, je dělitelný šesti.
11. Jsou dána celá čísla *a* a *b*, pro která platí, že *a* je dělitelné dvanácti a  *b* je dělitelné patnácti. Dokažte, že jejich součin *a.b* je dělitelný čísly 36 a 20.
12. Nejsou-li čísla *a, b* dělitelná třemi, je vždy jedno z čísel *a + b, a – b* dělitelné třemi.

Dokažte.

6) O pěticiferném čísle 448\*\* , jehož poslední dvě cifry neznáme, víme, že je dělitelné 3 a

25. Doplňte chybějící cifry.

7) V číslech 437\*, 32\*, 4\*54 nahraďte \*, pokud je to možné, takovou cifrou, aby vzniklé

číslo bylo dělitelné: a) čtyřmi, b) osmi, c) devíti, d) jedenácti.

8) Dokažte kritérium dělitelnosti čtyřmi, osmi a devíti.

9) Rozhodněte, zda čísla a) 4356, b) 8724 jsou dělitelná čísly 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11. Pokud

 nejsou dělitelná uvažovaným číslem, určete zbytek, který vznikne při dělení tímto číslem.

10) Zjistěte, která z čísel 1007, 2487, 2771 jsou prvočísla.

11) Dokažte, že každé prvočíslo větší než 3 je možno vyjádřit buď ve tvaru 6k+1, nebo ve

 tvaru 6k+5, kde k je přirozené číslo.

12) Určete všechny společné dělitele čísel: a) 60, 36 b) 48, 72, 0 c) 24, -132, 54

13) Určete oběma způsoby: a) D(455, 273) c) D(90, 108, 84)

 b) D(360, 504) d) D(568, 426, 355)

14) K číslu *a* = 51 najděte číslo b tak, aby D(*a,b*) = 17.

15) Najděte dvě přirozená čísla, jejichž součet je 432 a největší společný dělitel je 36.

16) Největší společný dělitel dvou přirozených čísel je 24. Jedno z nich je dvojnásobkem

 druhého. Která jsou to čísla?

17) Napište libovolné tří společné násobky čísel: a) 5, 12 b) 17, 0 c) -6, 8, 17

18) Určete různými způsoby: a) n(222, 185) c) n(90, 108, 84)

 b) n(360, 504) d) n(156, 182, 208)

19) Zjistěte, zda platí: n[64, D(60,42)] = D[n(30,64), n(42,64)]

20) Najděte přirozená čísla *a, b*, je-li: a) D(*a,b*) = 2, n(*a,b*) = 12 b) D(*a,b*) = 7, n(*a,b*) = 22

21) Určete všechny přirozené dělitele čísel 68, 360, 504.

22) Určete počet všech přirozených dělitelů čísel 420, 824, 2047.

23) Určete nejmenší nenulové přirozené číslo, kterým je třeba násobit

 a) číslo 1224, abychom dostali druhou mocninu přirozeného čísla

 b) číslo 600, abychom dostali třetí mocninu přirozeného čísla.

24) Připíšeme-li k libovolnému trojcifernému číslo totéž číslo zprava, dostaneme šesticiferné

číslo, které je dělitelné sedmi, jedenácti a třinácti. Dokažte.

25) Dokažte, že čísla 353 535, 424 242, 666 666, tj čísla tvaru *ababab*, jsou dělitelná čísly

 3, 7, 13 a 37.

26) Obdélník o rozměrech 56cm a 98cm se má rozdělit příčkami rovnoběžnými se stranami

 obdélníku na čtverce co možná největší. Kolik bude čtverců a jak velká bude jejich strana?

27) V krabici jsou tužky. Víme, že je jich více než 200 a méně než 300 a že se dají svázat do

 svazků po 10 a po 12. Kolik je tužek krabici?

28) Kolik různých obdélníků lze vymodelovat z 60 shodných čtverců? (Vždy použijeme všechny.)

29) Řešte neurčité rovnice: a) -3x + 7y = 4 c) -14x - 3y = 10

b) 6x – 22y = 12 d) 5x – 3y = 15

30) Kolika způsoby můžeme vyplatit 69 Kč pouze dvoukorunami a pětikorunami?

31) Alena má 50 Kč a chce je utratit za lízátka a čokoládové tyčinky. Lízátko stojí 4 Kč a

 tyčinka 6 Kč. Kolik lízátek a kolik tyčinek si může Alenka koupit za 50 Kč?

32) Určete největší (nejmenší) trojciferné číslo, které při dělení třemi dává zbytek 2 a při

 dělení sedmi dává zbytek 5.

33) Číslo 91 rozložte na součet dvou sčítanců, z nichž jeden je dělitelný pěti a druhý devíti.

34) Vytvoří-li žáci ve třídě čtveřice, jeden žák zbude, vytvoří-li trojice, zbudou dva žáci.

 Kolik žáků je ve třídě (ve třídě je více než 20 žáků a méně než 30)?

35) Rozdíl dvou přirozených čísel, z nichž první je dělitelné číslem 23, druhé číslem 29, je

 roven 1. Určete nejmenší taková kladná čísla.