MATEMATICKÁ VĚTA

uvádí vlastnosti pojmů. Pravdivý výrok s konkrétním matematickým obsahem.

Matematické věty mají zpravidla tvar implikace výrokových forem o jedné nebo více proměnných. Pro jednu proměnnou můžeme matematickou větu zapsat symbolicky:

$$(\forall x \in D)[A(x) \Rightarrow B(x)],$$

kde D je definiční obor výrokových forem, $A(x)$ se nazývá předpoklad, $B(x)$ tvrzení.

Druhy vět: a) základní $(\forall x \in D)[A(x) \Rightarrow B(x)]$
b) obrácená $(\forall x \in D)[B(x) \Rightarrow A(x)]$ (zaměníme předpoklad a tvrzení)
c) obměněná $(\forall x \in D)[B'(x) \Rightarrow A'(x)]$

DŮKAZY MATEMATICKÝCH VĚT

V matematice požíváme základní typy důkazů: důkaz přímý, důkaz nepřímý, důkaz sporem, důkaz matematickou indukcí. Tyto důkazy uvádíme zejména pro práci učitele, mají největší význam.

- **Důkaz přímý**

Přímý důkaz věty $A(x) \Rightarrow B(x)$ spočívá v tom, že vycházíme z toho, že předpoklad platí a vytvoříme řetězec implikací, které na sebe navazují.

$A(x)$ platí

$A(x) \Rightarrow A_1(x),\quad A_1(x) \Rightarrow A_2(x)\quad \ldots.\quad A_n(x) \Rightarrow B(x)$

- **Důkaz nepřímý**

Nepřímý důkaz věty $A(x) \Rightarrow B(x)$ spočívá v tom, že nejprve vytvoříme obměněnou implikaci $B'(x) \Rightarrow A'(x)$ a tu pak dokážeme důkazem přímým.

- **Důkaz sporem**

Důkaz sporem je založen na skutečnosti, že nemůže platit současně nějaká věta a zároveň její negace. Předpokládáme, že věta $A(x) \Rightarrow B(x)$ neplatí, že platí její negace $(A(x) \Rightarrow B(x))'$.

- **Důkaz matematickou indukcí**

Podkladem důkazu matematickou indukcí je jeden z Peanových axiomů aritmetiky přirozených čísel. Princip důkazu spočívá ve dvou krocích:

1. Dokážeme, že věta platí pro první prvek.
2. Předpokládáme, že věta platí pro nějaké k, a dokážeme, že věta platí pro $k + 1$.

INDUKTIVNÍ A DEDUKTIVNÍ METODY V MATEMATICE

Induktivní metody: jsou to objevovací metody (procedury), pomocí kterých nalézáme nový pojem, novou vlastnost nebo vztah mezi objekty.
Deduktivní metody: jde o metody dokazovací, pomocí kterých dokazujeme nově objevený poznatek.

VYTVÁŘENÍ PŘEDSTAV A POJMŮ V MATEMATICE

Poznávací (pojmotvorný) proces

Soubor matematických poznatků můžeme dle Hejného (2004, s. 2004) rozdělit do čtyř skupin:

1. *Objekty*
2. *Vztahy* (tvrzení, vzorce)
3. *Postupy* (algoritmy, návody, řešitelské strategie, argumentace)
4. *Schémata*

Mechanismus nabývání (matematického) poznání (Hejný, 2004, s. 27 – 39)
Proces budování matematického poznatku je možné rozložit do série hladin a dvou hladinových přechodů, zdvihů:

1. *Hladina motivace*

Motivace k poznání pramení z rozporu mezi „nevím“ a „chci vědět“.
Poznámka: motivace versus stimulace.

2. *Hladina separovaných modelů*

Postupné nabývání zkušeností s konkrétními případy budoucího poznání. Čím víc takových různorodých modelů dítě pozná, tím pevnější bude jeho poznání.
Poznámka: důležité modely zdánlivé, překvapivé a tzv. nemodely.

3. *Zobecnění*

Separované modely se začnou ve vědomí žáka různě seskupovat a organizovat, až dojde k jejich strukturaci, k hlubšímu a operativnějšímu vhledu do dosavadního poznání.

4. *Hladina generických modelů*

Generický model je prototypem buď všech, nebo jisté skupiny separovaných modelů. Může zastupovat kterýkoli ze separovaných modelů této skupiny a působí ve skupině jako její organizační agent.

5. *Abstrakční zdvih*

Vede k abstraktnímu poznání. Soubor separovaných a generických modelů je restrukturován a nový vhled má abstraktnější charakter – je často provázen symbolickým záznamem, který novou strukturu reprezentuje.

6. *Hladina automatizace*

Nové poznání se propojuje na dříve nabyté vědomosti. Nejdříve na úrovni modelů, potom na úrovni abstraktního poznání. Jde většinou o dlouhodobý proces.

Posloupnost hladin do jisté míry odpovídá časovému průběhu poznávacího procesu. Rozhodně ale není pravda, že až po ukončení hladiny předchozí začíná tvorba hladiny následující. Poznávací proces probíhá většinou tak, že se nová zkušenost otiskuje do několika hladin najednou. Jedině motivace je aktivní v průběhu celého procesu, i když s měnící se intenzitou a orientací.

Práce s chybou

- chyba by měla být brána jako přirozený jev a neměla by být vytýkána
- umožnit vlastní kontrolu chyb u žáka (připraveným prostředím, dostatkem času, ověřením znovu, zkouškou…)
- chyba může ukazovat, že je potřeba ještě něco zopakovat a procvičit (pro učitele důležitý diagnostický nástroj)

M. Montessori: „Učit ne opravováním, ale učením!“

Formální a neformální znalost

A: Úhel, který je větší než pravý a menší než přímý, se nazývá tupý.

B: $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$

Transmisivní (tradiční, instruktivní) a konstruktivistický přístup k výuce matematiky

Srovnání transmisivního a konstruktivního vyučování (Hejný, 2004, s. 21)

	polaritní dipól	**konstruktivistické vyučování**	**transmisivní vyučování**
1	hodnota poznání	kvalita	kvantita
2	motivace	vnitřní	vnější
3	trvanlivost poznání	dlouhodobá	krátkodobá
4	vztah učitel-žák	partnerský	submisivní
5	klima	důvěry	strachu
6	nositel aktivity	žák	učitel
7	činnost žáka	tvořivá	imitativní
8	poznatek žáka	produktivní	reproduktivní
9	nosná otázka	CO? a PROČ?	JAK?

Zavádění pojmů ve školské matematice

Při zavádění dodržovat základní didaktické zásady (týkají se především obsahu výuky matematiky):

- zásada přiměřenosti
- zásada soustavnosti a postupnosti
- zásada názornosti (dvě funkce: motivační, didaktická)

Poznámka: Pozor na přeceňování názoru

Ve školské matematice můžeme zavádět pojmy pomocí:

a) separovaných modelů
b) obrázků
c) konstrukce
d) definic

Ověřování tvrzení ve školské matematice

Prostředky žáka ověřte následující tvrzení:

a) $80 : 4 = 20$

b) $3 : \frac{1}{2} = 6$

c) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

d) Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je 180°.

Literatura

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M. (1987). *Texty k didaktice matematiky (pro studium učitelství 1. stupně základní škole).* Brno: Univerzita J. E. Purkyně.

Blažková, R. (2013). *Didaktika matematiky 1.* Brno: PdF MU.

Bušek, I., Boček, L., & Calda, E. (1992). *Matematika pro gymnázia. Základní poznatky z matematiky.* Praha: Prometheus.

Divíšek, J., Buřil, Z., Hájek, J., Križalkovič, K., Malinová, E., Zehnalová, J., & Vasiľková, E. (1989). *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.* Praha: SPN.

Kopka, J. (1999). *Hrozny problémů ve školské matematice.* Ústí na Labem: Univerzita J. E. Purkyně.

Květoň, P. (1982). *Kapitoly z didaktiky matematiky.* Ostrava: PdF.

Hejný, M., & Kuřina, F. (2001). *Dítě, škola a matematika.* Praha: Portál.

Hejný, M., Novotná, J., & Stehlíková, N. (2004). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. 1. a 2. díl.* Praha: PdF UK.

Polák, J. (2014). *Didaktika matematiky. Jak učit matematiku zajímavě a užitečně.* Plzeň: Fraus.