

## Řešíme slovní úlohy

*Růžena Blažková*

*Pedagogická fakulta MU*

[blazkova@ped.muni.cz](mailto:blazkova@ped.muni.cz)

V úvodu si položíme několik otázek:

- Proč řešíme slovní úlohy?
- Je řešení slovních úloh žáky oblíbené?
- Jaká tematika slovních úloh žáky osloví?
- Jaké problémy se vyskytují při řešení slovních úloh?
- Jaké vhodné metodické postupy můžeme využívat?

Dovednost řešit slovní úlohy je kriteriem osvojení daného učiva, neboť takto je každé učivo využíváno aktivně a s porozuměním. Při řešení slovních a aplikačních úloh žák prokáže, zda a do jaké hloubky zvládl operace s čísly a zda je dokáže účelně využít k řešení dalších úloh na vyšší úrovni. Slovní úlohy rozvíjejí všechny klíčové kompetence uvedené v RVP pro základní vzdělávání (kompetence k učení, k řešení problémů, komunikativní, osobnostní, sociální a personální, pracovní). Slovní úlohy ilustrují použití matematiky v reálném životě. K řešení slovních úloh mohou žáci přistupovat různými způsoby, podle vlastního chápání. Není vhodné ulpívat na formální postup řešení a preferovat jen jeden způsob.

Na několika slovních úlohách ilustrujeme různé možnosti řešení – pomocí experimentu, aritmeticky, pomocí rovnic nebo jejich soustav. Ve velké míře využíváme grafického znázornění (jeden obrázek je za tisíc slov). Úlohy jsou vybrány z různých tematických oblastí a jsou nastíněny některé možnosti jejich řešení.

Při řešení slovní úlohy je vhodné vycházet od otázky a postupně hledat cestu, jak na otázku odpovíme. Schématicky můžeme postup řešení slovní úlohy znázornit takto:

Co máme vypočítat?
Co k tomu potřebujeme?
Známe všechny potřebné údaje?
Kde je získáme?



### **Řešení aritmetické:**

Když odečteme počet hlav a počet noh psů, zbývá 16 hlav a 44 noh. Kdyby byly samé slepice, měl by  $2 \cdot 16 = 32$  noh. Zbývající počet noh:  $44 - 32 = 12$ , těchto 12 noh rozdělíme po dvou:  $12 : 2 = 6$ . Králíků je 6, slepic je 10.

Zkouška: počet hlav:  $2 + 10 + 6 = 18$ , počet noh:  $2 \cdot 4 + 2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 6 = 8 + 20 + 24 = 52$ .

### **Řešení lineární rovnicí o jedné neznámé.**

Označíme počet slepic  $x$ , počet králíků je  $18 - 2 - x = 16 - x$ , sestavíme rovnici:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 + 2 \cdot x + 4(16 - x) &= 52 \\ 8 + 2x + 64 - 4x &= 52 \\ 2x &= 20 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Slepice je 10, králíků je  $16 - 10 = 6$ .

Zkouška (u slovní úlohy neprovádíme zkoušku dosazením do rovnice, neboť rovnice může být nesprávně sestavena, dobře vyřešena a zkouška vyjde správně, ale slovní úloha je vyřešena chybně.):

Počet hlav:  $2 + 10 + 6 = 18$

Počet noh:  $2 \cdot 4 + 2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 6 = 52$

### **Řešení soustavou dvou lineárních rovnic o dvou neznámých:**

Označíme počet slepic  $x$ , počet králíků  $y$ .

$$\begin{aligned} 2 + x + y &= 18 \\ \underline{2 \cdot 4 + 2x + 4y} &= 52 \end{aligned}$$

Úpravou:

$$\begin{aligned} x + y &= 16 \\ 2x + 4y &= 44 \end{aligned}$$

Řešením soustavy získáme  $x = 10, y = 6$ .

**2. Jana s Markem mají ušetřeno dohromady 1 640 Kč. Jana ušetřila o 80 Kč méně než Marek. Kolik korun ušetřil každý z nich?**

**Řešení aritmetické:**

Jana  80 dohromady 1 640  
Marek

$$1\ 640 - 80 = 1\ 560$$

$$1\ 560 : 2 = 780$$

Jana ušetřila 780 Kč, Marek ušetřil 860 Kč.

Zkouška: Zkoušku je třeba provést pro obě podmínky úlohy.

$$780 + 860 = 1\ 640 \quad 780 \text{ je menší než } 860 \text{ o } 80.$$

**Řešení lineární rovnicí:**

Neznámou  $x$  označíme počet korun Marka:

$$x + (x - 80) = 1\ 640$$

$$2x = 1720$$

$$x = 860$$

Zkouška: Marek ušetřil 860, Jana ušetřila  $860 - 80 = 780$ , dohromady  $860 + 780 = 1\ 640$ .

**Řešení soustavou dvou lineárních rovnic o dvou neznámých.**

Počet korun Marka označíme  $x$ , počet korun Jany  $y$ .

$$x + y = 1\ 640$$

$$\underline{x = y + 80}$$

Úpravou dostaneme:

$$2x = 1720$$

$$x = 86$$

$$y = 780$$

**3. Součet věků sourozenců Hany a Petra je 24, rozdíl jejich věků je 6. Kolik je každému z nich roků, když Hana je starší?**

**Řešení experimentem:**

Zapisujeme dvě čísla, jejichž součet je 24 a hledáme dvojici, která má rozdíl 6. Pro přehlednost využijeme tabulku.

Věk Hany	23	22	21	20	19	18	17	16	<b>15</b>	14
Věk Petra	1	2	3	4	5	6	7	8	<b>9</b>	10
Rozdíl	22	20	18	16	14	12	10	8	<b>6</b>	4

**Řešení aritmetické:**

$$\begin{array}{r}
 \hline
 \text{věk Hany} \qquad \qquad \text{věk Petra} \qquad \text{dohromady 24} \\
 \hline
 \text{součet 24} \\
 \hline
 \end{array}$$

rozdíl 6

$$24 - 6 = 18 \quad 18 : 2 = 9 \quad 24 - 9 = 15$$

Haně je 15 roků, Petrovi je 9 roků.

Zkouška:  $15 + 9 = 24$       $15 - 9 = 6$

**Řešení lineární rovnicí o jedné neznámé:**

Označíme věk Hany  $x$ , věk Petra je  $x - 6$ .

$$\begin{aligned}
 x + (x-6) &= 24 \\
 2x &= 30 \\
 x &= 15
 \end{aligned}$$

Věk Hany je 15 roků, věk Petra je  $15 - 6 = 9$  roků.

**Řešení soustavou dvou lineárních rovnic o dvou neznámých:**

Označíme věk Hany  $x$ , věk Petra  $y$ .

$$x + y = 24$$

$$\underline{x - y = 6}$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

$$y = 9$$

- 4. Kolik chlapců a kolik děvčat je ve třídě, když platí: kdyby bylo chlapců o 25% méně, než jich je a děvčat bylo o 25% více, než jich je, bylo by jich stejně.**

**Řešení aritmetické:**

25 % určitého základu je jedna čtvrtina tohoto základu. Tedy počet chlapců by se snížil o jednu čtvrtinu jejich počtu a počet děvčat by se zvýšil o jednu čtvrtinu jejich počtu.

$$\frac{5}{4}d = \frac{3}{4}ch$$

Tedy poměr chlapců a děvčat je 5 : 3. Počet chlapců a počet děvčat musí být dělitelný čtyřmi (aby bylo možné vypočítat 25 %).

Počet děvčat	3	6	9	<b>12</b>	15
Počet chlapců	5	10	15	<b>20</b>	25

Chlapců je 20, děvčat je 12.

Zkouška: 25 % z 20 je 5,  $20 - 5 = 15$

25 % z 12 je 3,  $12 + 3 = 15$

### **Řešení rovnicí:**

Označíme počet chlapců  $x$ , počet děvčat  $y$ :

$$x - 0,25 x = y + 0,25 y$$

$$0,75 x = 1,25 y$$

$$x = \frac{5}{3} y$$

Aby  $x$  a  $y$  byla přirozená čísla, musí být  $y$  dělitelné třemi. Aby bylo možné vypočítat 25% tohoto čísla, musí být dělitelné čtyřmi. Toto číslo je např. 12. Tedy  $y = 12$ ,  $x = 20$ .

- 5. Cena knihy byla snížena o 450 Kč, takže čtyři knihy za novou cenu jsou o 600 Kč levnější než tři knihy za starou cenu. Jaká byla původní cena knihy a za kolik Kč se prodává dnes?**

### **Řešení aritmetické:**

Rozdíl v ceně 1 knihy: 450 Kč

Rozdíl v ceně tří knih:  $3 \cdot 450 \text{ Kč} = 1\,350 \text{ Kč}$

Rozdíl v cenách za starou a novou cenu je 600 Kč

Cena jedné knihy za novou cenu:  $1\,350 - 600 = 750$

Cena za starou cenu.  $750 + 450 = 1\,200$

Původní cena knihy byla 1 200 Kč, nová cena knihy je 750 Kč.

Zkouška:  $3 \cdot 1\,200 = 3\,600$

$4 \cdot 750 = 3\,000$

Rozdíl:  $3\,600 - 3\,000 = 600$ .

### **Řešení lineární rovnicí o jedné neznámé:**

Původní cena knih:  $x$

Cena po slevě:  $x - 450$

$$4(x - 450) = 3x - 600$$

$$x = 1\,800 - 600$$

$$x = 1\,200$$

Původní cena je 1 200 Kč, cena po slevě je 750 Kč.

**Řešení soustavou dvou lineárních rovnic o dvou neznámých:**

Původní cena knihy:  $x$

Cena po slevě:  $y$

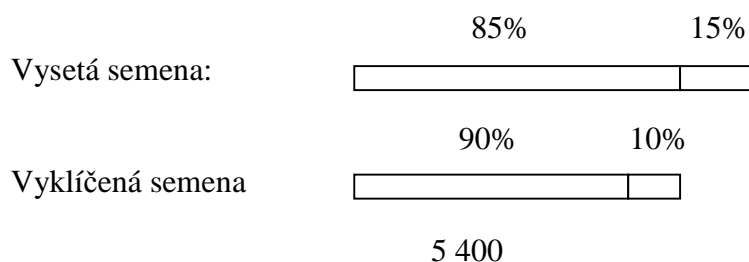
$$x - y = 450$$

$$\underline{3x - 4y = 600}$$

Po úpravě a řešení dostaneme  $x = 1\,200$ ,  $y = 750$ .

**6. Kolik semen okurek má pěstitel vyset, když chce získat 5 400 sazenic a ví, že klíčivost semen je 85% a z vyklíčených semen ještě uhynie 10 % sazenic?**

**Řešení aritmetické:**



5 400 sazenic je 90 % vyklíčených semen, tedy vyklíčí  $(5\,400 : 90) \cdot 100 = 6\,000$  semen. Těchto 6 000 semen je 85 % vysetých semen. Tedy pěstitel musí vyset  $(6\,000 : 85) \cdot 100 = 7059 = 7060$  semen.

Pěstitel musí vyset asi 7 060 semen.

Zkouška:  $7\,059 \cdot 0,85 = 6\,000$  (po zaokrouhlení)

$6\,000 \cdot 0,90 = 5\,400$

**Řešení lineární rovnicí:**

Označíme počet vysetých semen  $x$ .

$$(x \cdot 0,85) \cdot 0,90 = 5\,400$$



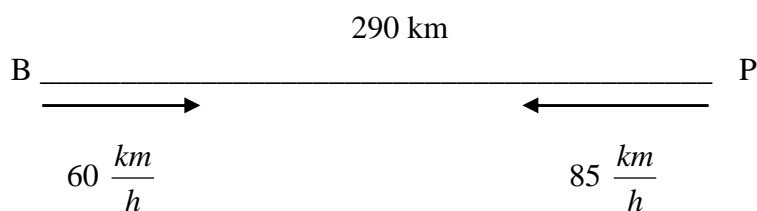
$$x = 7\,058,82$$

Po zaokrouhlení  $x = 7\,059$ .

7. Z Brna do Plzně vyjel v 7 hodin kamion průměrnou rychlostí  $60 \frac{km}{h}$ . Z Plzně do Brna vyjel v tutéž dobu osobní automobil průměrnou rychlostí  $85 \frac{km}{h}$ . Vzdálenost obou měst je 290 km.

- a) V jaké vzdálenosti od Brna se obě vozidla míjela a v kolik hodin to bylo?
- b) V kolik hodin přijel kamion do Plzně a v kolik hodin přijel osobní automobil do Brna?

**Řešení aritmetické**



- a) Za 1 hodinu se obě vozidla přiblíží o  $60 \text{ km} + 85 \text{ km} = 145 \text{ km}$ . Vzdálenost 290 km urazí za  $290 : 145 = 2$  budou se míjet za 2 hodiny.

Kamion ujede dráhu:  $2 \cdot 60 \text{ km} = 120 \text{ km}$

Osobní automobil ujede dráhu  $2 \cdot 85 \text{ km} = 170 \text{ km}$

Dohromady:  $120 \text{ km} + 170 \text{ km} = 290 \text{ km}$ .

- b) Dráhu 290 km ujela vozidla za čas:

Kamion  $290 : 60 = 4 \frac{5}{6}$   $4 \frac{5}{6} \text{ h} = 4 \text{ h } 50 \text{ min}$

Kamion přijel do Plzně v 11 h 50 min.

Osobní automobil:  $290 : 85 = 3 \frac{4}{10}$   $3 \frac{4}{10}$  h = 3 h 24 min

### Řešení lineární rovnicí

- a) Vozidla jedou proti sobě, součet drah obou vozidel je roven celkové dráze. Označíme čas jízdy obou vozidel  $x$ .

$$85x + 60x = 290$$

$$145x = 290$$

$$x = 2$$

Obě vozidla pojedou 2 hodiny.

Kamion ujede dráhu:  $2 \cdot 60 \text{ km} = 120 \text{ km}$

Osobní automobil ujede dráhu:  $2 \cdot 85 \text{ km} = 170 \text{ km}$

Celkem  $120 \text{ km} + 170 \text{ km} = 290 \text{ km}$

Obě vozidla se mýjela ve vzdálenosti 120 km od Brna v 9 hodin.

- b) Dráhu 290 km ujela vozidla za čas:

Kamion  $290 : 60 = 4 \frac{5}{6}$   $4 \frac{5}{6}$  h = 4 h 50 min

Kamion přijel do Plzně v 11 h 50 min.

Osobní automobil:  $290 : 85 = 3 \frac{4}{10}$   $3 \frac{4}{10}$  h = 3 h 24 min

Osobní automobil přijel do Brna v 10 h 24 min.

### Řešení grafické:

Zapíšeme rovnice lineárních funkcí:  $y_1 = 60x$

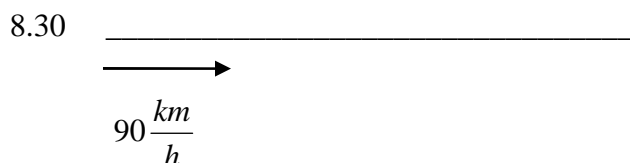
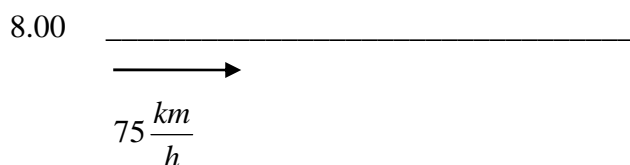
$$y_2 = 290 - 85x$$

Zakreslíme grafy obou funkcí a souřadnice průsečíku obou přímků určí hodnoty  $x$  a  $y$ .

8. *Autobus vezl děti na lyžařský zájezd. Vyjel v 8 hodin a jel průměrnou rychlostí  $75 \frac{km}{h}$ .*

*Při odjezdu Jonáš zjistil, že zapomněl lyžařské boty. Telefonem žádal tatínka, zda by mu mohl boty nějak přivést. Tatínek jel osobním automobilem, vyjel v 8h 30 min a jel průměrnou rychlostí  $90 \frac{km}{h}$ . Za jak dlouho a po kolika kilometrech autobus dohonil? V kolik hodin to bylo?*

### Řešení aritmetické



Za půl hodiny urazil autobus dráhu 37,5 km. V tomto okamžiku vyjel tatínek a každou hodinu se přibližoval k autobusu o  $(90 - 75 = 15)$  - o 15 km. Náskok autobusu vyrovnal za  $(37,5 : 15 = 2,5)$  za 2,5 hodiny.

Doba jízdy autobusu : 3 hodiny, ujetá dráha  $(3 \cdot 75 = 225)$  225 km.

Doba jízdy osobního automobilu: 2,5 hodiny, ujetá dráha  $(2,5 \cdot 90 = 225)$  225 km.

Tatínek dohonil autobus v 11 hodin.

### Řešení pomocí rovnice:

Vozidla jedou za sebou, jejich dráhy se sobě rovnají. Označíme neznámou – čas  $t$  od výjezdu autobusu, čas tatínkova vozidla je  $t - 0,5$ :

$$75 t = 90(t - 0,5)$$

$$15 t = 45$$

$$t = 3$$

Tatínek dohoní autobus za 3 hodiny od vyjetí autobusu, za 2,5 hodiny od svého výjezdu..

Autobus ujede dráhu:  $3 \cdot 75 = 225$  225 km  
 Osobní automobil ujel dráhu:  $2,5 \cdot 90 = 225$  225 km.

### Řešení grafické:

Zapíšeme rovnice obou funkcí:  $y_1 = 75x$

$$y_2 = 90(x - 0,5) = 90x - 45$$

Zakreslíme grafy obou funkcí a souřadnice průsečíku obou přímek určí hodnoty  $x$ ,  $y$ .

**9. Jedním přítokem se naplní bazén vodou za 4 hodiny, druhým přítokem se naplní za 6 hodin.**

**a) Za jak dlouho se bazén naplní, budou-li otevřeny oba přítoky?**

**b) Odtokem se vyprázdní bazén za 3 hodiny. Naplní se bazén, jestliže budou otevřeny přítoky i odtok?**

### Řešení aritmetické:

a) Za jednu hodinu se naplní prvním přítokem  $\frac{1}{4}$  bazénu, druhým přítokem  $\frac{1}{6}$  bazénu. Budou-

li otevřeny oba přítoky současně, za 1 hodinu se naplní  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$  bazénu. Celý bazén se naplní

za  $(1 : \frac{5}{12} = \frac{12}{5} = 2,4)$  2,4 hodiny.

b) Bude-li otevřen i odtok, za jednu hodinu bude v bazénu  $(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{12})$   $\frac{1}{12}$  vody.

Celý bazén by se naplnil za 12 hodin.

### Řešení rovnicí:

a) Označíme počet hodin, za který se bazén naplní, neznámou  $x$ . Můžeme sestavit dvě různé rovnice:

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 1 \quad \text{nebo} \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$$

Po úpravě:

$$3x + 4x = 12$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4$$

Bazén se naplní za 2,4 hodiny.

Zkouška: Prvním přítokem se naplní  $(2,4 : 4 = 0,6)$  0,6 bazénu, druhým přítokem se naplní  $(2,4 : 6 = 0,4)$  0,4 bazénu. Dohromady oběma přítoky se naplní  $(0,6 + 0,4 = 1)$  celý bazén

b)  $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} - \frac{x}{3} = 1$       nebo       $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$

Po úpravě:

$$3x + 2x - 4x = 12$$

$$x = 12$$

Bazén se naplní za 12 hodin.

Zkouška: první přítok by za 12 hodin naplnil  $12 : 4 = 3$  tedy 3 celé bazény, druhý přítok by naplnil  $12 : 6 = 2$  tedy 2 celé bazény, dohromady by naplnili 5 celých bazénů. Odtokem za 12 hodin odteče  $12 : 4 = 4$  tedy 4 celé bazény. Rozdíl je  $5 - 4 = 1$ , tedy 1 bazén.

**10. Zelináři zbyly dva druhy jablek, které smíchal do jedné bedny a prodával je za 30 Kč za jeden kilogram. Jaká byla skutečná cena jednoho kilogramu směsi, když smíchal 5 kg jablek v ceně 36 Kč za 1 kilogram a 7 kg jablek v ceně 24 Kč za 1 kilogram.**

**Řešení aritmetické:**

Vypočítáme cenu jednotlivých druhů jablek, celkovou cenu směsi a vydělíme celkovou hmotností, což je 12 kg jablek.

$$5 \cdot 36 = 180, \quad 7 \cdot 24 = 168 \quad 180 + 168 = 348 \quad 348 : 12 = 27 \text{ (zb 4)}$$

**Řešení rovnicí:**

Označíme cenu směsi x:

$$5 \cdot 36 + 7 \cdot 24 = 12 \cdot x$$

$$348 = 12 \cdot x$$

$$x = 27$$

Skutečná cena směsi je 27 Kč za 1 kilogram.

**11. V únoru se prodávaly lyže za 1 200 Kč. Jaká byla jejich cena před vánocemi, když nejprve snížili cenu v lednu o 20% původní ceny a v únoru snížili lednovou cenu ještě o 25% ?**

**Řešení aritmetické:**

1 200 Kč je 75% ceny v lednu. K řešení je možné využít trojčlenku nebo výpočet přes jedno procento.

$$\begin{array}{r} 75\% \dots\dots\dots 1\ 200 \\ 100\% \dots\dots\dots \underline{x} \end{array}$$

$$x = \frac{1200 \cdot 100}{75} = 1600$$

Cena lyží v lednu byla 1 600 Kč.

$$\begin{array}{r} \text{Cena lyží v lednu je 80\% ceny původní.} \quad 80\% \dots\dots\dots 1\ 600 \\ \underline{100\% \dots\dots\dots x} \end{array}$$

$$x = \frac{1600 \cdot 100}{80} = 2000$$

Původní ceny lyží byla 2 000 Kč.

Zkouška: 20% z 2 000 je 400  
 2 000 – 400 = 1 600  
 25% z 1 600 je 400  
 1 600 – 400 = 1 200.

**Řešení lineární rovnicí o jedné neznámé:**

Neznámou x označíme původní cenu lyží.

$$(0,80x) \cdot 0,75 = 1\ 200$$

$$x = \frac{1200}{0,80 \cdot 0,75} = 2\ 000$$

**12. Pan Černý uložil do peněžního ústavu 100 000 Kč, byla mu nabídnuta úroková sazba 2,5%, pokud budou peníze uloženy po dobu 5 roků. Kolik Kč měl pan Černý na účtu na konci pátého roku, když s penězi nemanipuloval a z úroků platil daň 15%. Kolik Kč bude mít po prvním roce?**

**Řešení:**

Počáteční jistina  $J_0$  je 100 000 Kč, úroková sazba je 2,5%, doba uložení peněz je 5 roků.

Využijeme vztahu pro složené úrokování:  $J_5 = J_0 (1 + 0,85 i)^5$   
 $J_5 = 100\ 000 (1 + 0,85 \cdot 0,025)^5$   
 $J_5 = 111\ 886,27$

Po pěti letech bude mít pan Černý na účtu 111 886,27 Kč

Po prvním roce:  $J_1 = J_0 + J_0 \cdot 0,85 i$   
 $J_1 = 100\ 000 + 100\ 000 \cdot 0,85 \cdot 0,025$   
 $J_1 = 102\ 125$

Po prvním roce bude mít pan Černý na účtu 102 125 Kč.