Výrazy. Propedeutika algebry

Druhy výrazů ve školské matematice

Aritmetický a algebraický výraz

Rovnost a rovnice

Nerovnost a nerovnice

Metody řešení rovnic a nerovnic

Výrazy, druhy výrazů

- **Výraz** – pomocný termín používaný ve školské matematice k označení některých vyjádření v matematickém jazyce
- **Konstanta** – každý výraz (slovo nebo symbol), který označuje jeden určitý objekt, např. slovo „dvě“, symbol „2“, „0,25“, „π“, …, také symboly relací (=, >, <), operací (+, -, .), závorky,…
- **Proměnná** - každý výraz (slovo nebo symbol), který neoznačuje určitou věc,ale za který je možné názvy určitých věcí *dosazovat* z předem určené množiny (tzv. *oboru proměnné*), např. písmeno *x* v rovnici $3x + 5 = 14$, přímka *p*, kružnice *k*,…

Výrazy, druhy výrazů

- **Aritmetický (početní) výraz** – je tvořen *pouze z konstant*, označuje jediný objekt, např. 4.8; (3+5):2; $(2,38 – 4)^2 + 5,71$; …;$6.10^{-3} + \sqrt{2.5}$;…,

- **Algebraický výraz** – má stejnou stavbu jako početní výraz, ale neurčuje konkrétní objekt – *obsahuje aspoň jednu proměnnou*, např. 4.a; (3a+5b); $x^2 + y^2$ $(3a + 2b)^2 . 4ab$;…, $(1 + 2x)^2 – (1 - 2x)^2$ …racionální celistvý algebraický výraz (mnohočlen, polynom), $x^2 – 2x – 1/ x – 1$, $4/3x$ …. racionální lomený algebraický výraz (podíl 2 mnohočlenů)

Výrazy, druhy výrazů

- **Výrok** – rovnost nebo nerovnost *dvou aritmetických výrazů* (tvrzení, o jehož pravdivosti lze rozhodnout, neobsahuje proměnnou), např. 3. 20 = 60; 3 < 5-1; (6+2) – 4 = 6; …

- **Výroková forma** – rovnost nebo nerovnost dvou výrazů, z nichž *aspoň jeden je algebraický* (tvrzení, o jehož pravdivosti nelze rozhodnout*, obsahuje aspoň jednu proměnnou,* např.

  4.a = 12; 4.a > 12; $x^2 - 2x + 4 = 0$; 3x + 9 > 15,…

Úloha: Určete a, jestliže 4.a = 12, je **rovnice;**

určete a, jestliže 4.a > 12, je **nerovnice**.

Rovnice, nerovnice

Rovnice ve školské matematice/algebře: **lineární, kvadratická, s parametrem, exponenciální, logaritmická ….).**

L(x) …levá strana rovnice, *P(x)* …pravá strana rovnice,

Jedna strana rovnice může být konstanta (příp. nula).

Příklady lineárních rovnic: 3x = 15; 3x + 6 = 30; 3.8 = 12x;

Proměnná v rovnici se nazývá neznámá (x, y, z,…),

Hodnoty neznámé, pro něž platí rovnost *L(x) = P(x),* jsou **kořeny** (řešení) rovnice – dva významy termínu „řešení“: a) jako výsledek (kořen), b) jako postup (proces), jimiž se kořeny určují.

Analogicky – úloha na určení oboru proměnné: *L(x)* < *P(x), L(x)* > *P(x)* je **nerovnice.**

Rovnost, nerovnost

- Binární relace v množině přirozených (racionálních, reálných) čísel
- *Rovnost:* reflexivní, symetrická, tranzitivní
- *Nerovnost:* antireflexivní, antisymetrická, tranzitivní, souvislá
- Modely porovnávání čísel: umístění bodů jako obrazů čísel na číselné ose; využití zápisu čísel v dekadické soustavě
- Odlišit pojmy: **shodnost** (geometrických útvarů, např. úseček, úhlů, rovinných útvarů, těles) a **rovnost** (čísel, tj. velikostí těchto útvarů): rovnají se délky shodných úseček; obvody shodných trojúhelníků; obsahy shodných čtverců,…
- Nesprávná vyjádření:
- „dva trojúhelníky se rovnají“ – správně: dva trojúhelníky jsou

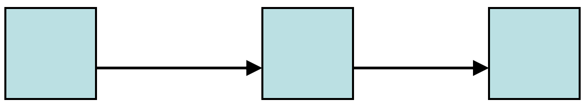
shodné; „součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je 180^0“

Rovnice na 1. stupni ZŠ

- „Rovnicová“ úloha:

a) Myslím si číslo. Když jej vynásobím 3 a přičtu 5, dostanu 14. Které číslo si myslím?

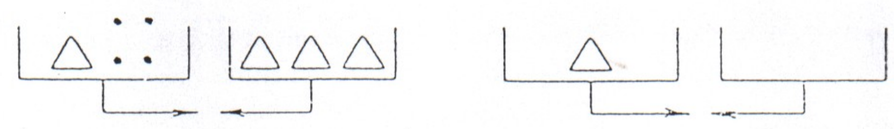
Vyjádření rovnice graficky:



x . 3 +5 = 14 Řešení: (14 – 5): 3 = 3

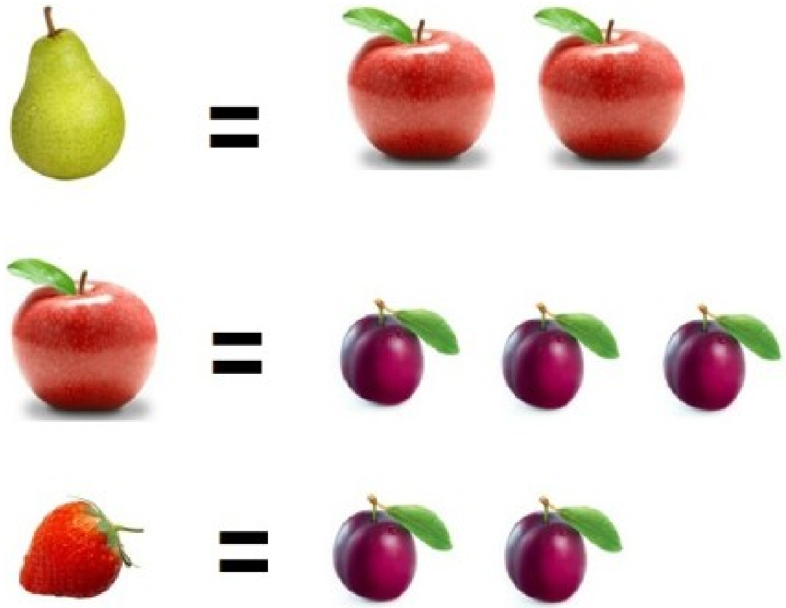
Rovnice na 1. stupni ZŠ – rovnice jako rovnováha na váze

b) Na obrázku jsou misky vah. Na prázdnou misku je třeba doplnit:

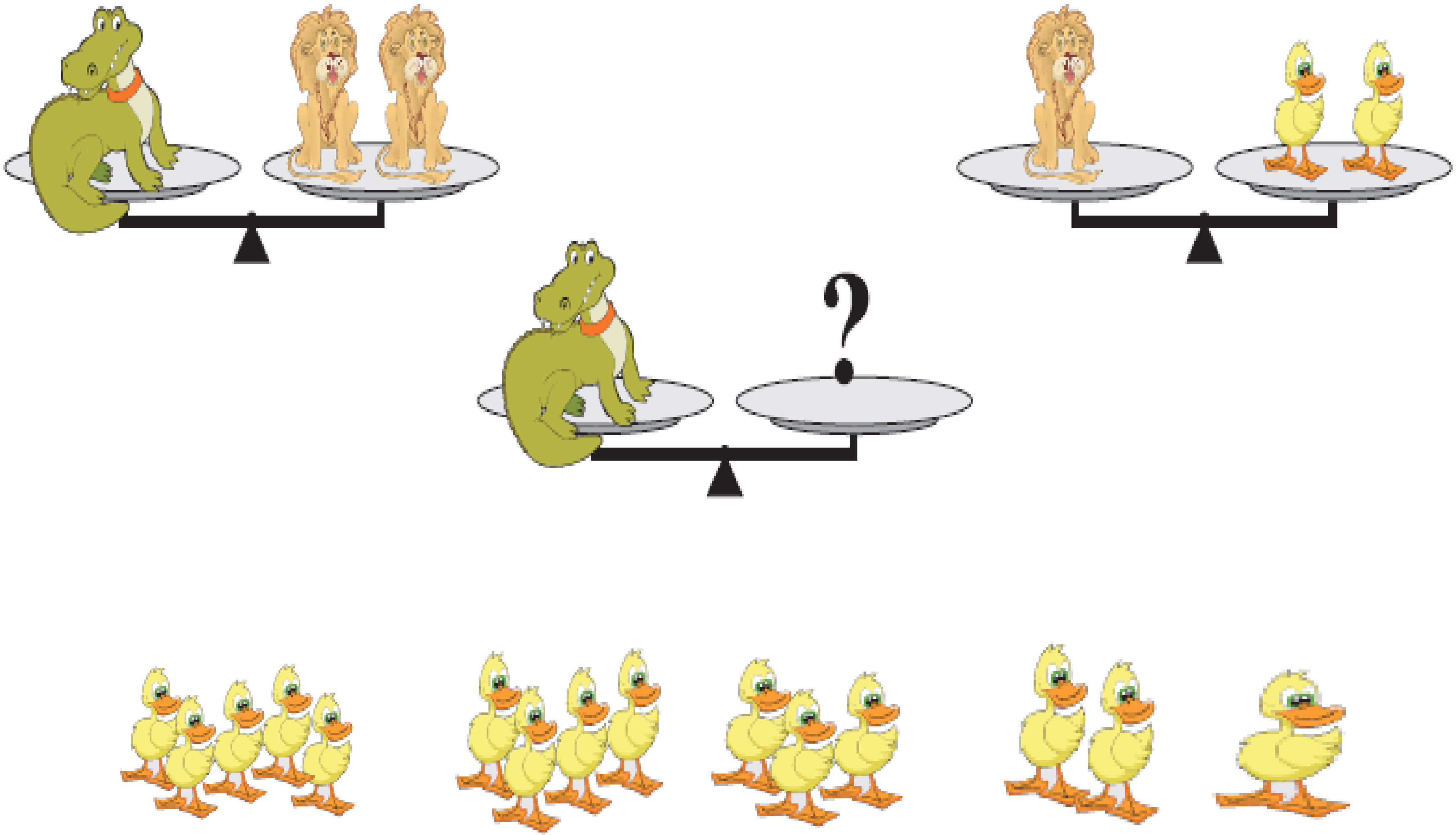


A)•   B) • •   C) • • •   D) • • • •
E) nemá řešení

Ve hře na výměnný obchod můžeš měnit ovoce tímto způsobem:



Adam má 6 hrušek. Jaký největší počet jahod může získat za všechny své hrušky?



Řešení rovnice a nerovnice na 1. st. ZŠ

- *Pomocí znázornění*: jako váhy – co přidáme (ubereme) na jedné straně rovnice (vah), to musíme přidat (ubrat) na druhé straně, aby se neporušila rovnováha

- *Metoda řízeného pokusu* (postupné dosazování): 3.x+2 = 14

  Postupně dosazujeme za *x*: 0, 1, 2, 3, pro x = 4 nastane rovnost:

  3.4 + 2 = 14, výroková forma se změní na výrok. Číslo 4 je řešením rovnice.

- *Počet řešení* (kořenů) lineární rovnice a nerovnice:

rovnice vždy jen 1 řešení (pokud ho v daném oboru numerace má – např. 3.x + 3 = 14 v oboru přirozených čísel řešení nemá),

nerovnice může mít více než 1 řešení:

3.x+2 < 14 má 4 řešení: 0, 1, 2, 3,

3.x+2 > 14 má nekonečně mnoho řešení (všechna čísla větší než 4)

Řešení lineárních rovnic a nerovnic

- **Metoda ekvivalentních úprav** (zopakujme si ze SŠ: úpravy, které převádějí na rovnici, jejíž množina všech kořenů je rovna množině všech kořenů dané rovnice – tzv. ekvivalentní rovnice).

Na ZŠ jsou to tyto ekvivalentní úpravy:

1) Vzájemná výměna stran rovnice
2) Nahrazení libovolné strany rovnice výrazem, který se jí rovná v celém oboru řešení
3) Přičtení téhož čísla nebo výrazu s neznámou k oběma stranám rovnice
4) Vynásobení obou stran týmž číslem nebo výrazem s neznámou (různým od nuly)