42) BTO 1.2.3-4

$F = 4t - 1$
$t = 2\,\mathrm{s}$
$v_0 = 0$
$\Delta p = ?$

Změnu hybnosti vlastně způsobuje Impulz síly (charakterizuje časový účinek síly), tedy spočítám Impulz síly:

$$\vec{I}_{t=2\,\mathrm{s}} = \int \vec{F}\,dt = 4\int t\,dt - 1\int dt = 4\frac{t^2}{2} - \frac{t}{1} = 2t^2 - t = 2\cdot 2^2 - 2 = 6\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{I} = 6\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

42) ZU 1.2.3-2

$m = 10\,\mathrm{g} = 0{,}01\,\mathrm{kg}$
$v_0 = 200\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
$s = 4\,\mathrm{cm} = 0{,}04\,\mathrm{m}$
$v = 0$
$t = ?$
$F = ?$

Ze ZZE plyne:

$W = E_k$
$Fs = E_{k0} - E_k$
$Fs = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv^2$
$Fs = \frac{1}{2}m(v_0^2 - v^2)$

$$F = \frac{m(v_0^2 - v^2)}{2s} = \frac{0{,}01\cdot(200^2 - 0^2)}{2\cdot 0{,}04} = 5.000\,\mathrm{N}$$

$v = v_0 - at$

$$a = \frac{v_0 - v}{t}$$

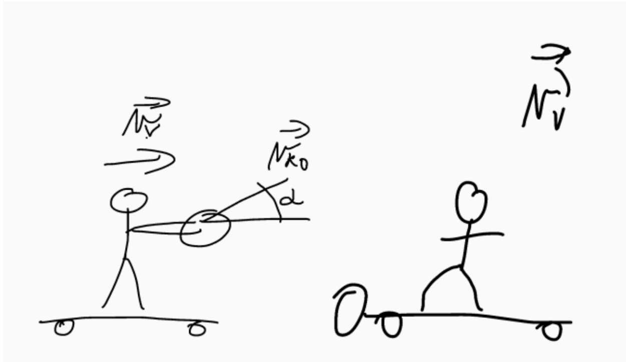
$F = ma$

$$F = m\cdot\frac{v_0 - v}{t}$$

$$t = \frac{m(v_0 - v)}{F} = \frac{0{,}01\cdot(200 - 0)}{5.000} = 0{,}0004\,\mathrm{s}$$

43) ZU 1.2.3-6

$m_V = 10\ \mathrm{kg}$
$m_H = 45\ \mathrm{kg}$
$m_K = 0{,}6\ \mathrm{kg}$
$v_V = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$v_{K0} = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$\alpha = 30^\circ$
$v'_V = ?$



Ze ZZH
$\vec{p} = \vec{p}\,'$
$p_x = p'_x$

$$(m_V + m_H + m_K)v_V = (m_V + m_H) \cdot v'_V + m_K v_{K0} \cos\alpha$$

$$v'_V = \frac{(m_V + m_H + m_K)v_V - m_K v_{K0} \cos\alpha}{m_V + m_H} =$$

$$= \frac{(10 + 45 + 0{,}6) \cdot 2 - 0{,}6 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ}{10 + 45} = 1{,}97\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

46) ZTO 1.3.1-9

$m = 2.000\ \mathrm{kg}$
$t = 1\ \mathrm{min} = 60\ \mathrm{s}$
$h = 30\ \mathrm{m}$
$W = ?$
$P = ?$

$$W = Fs = Fh = mgh = 2.000 \cdot 9{,}81 \cdot 30 = 588.600\ \mathrm{J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{588.600}{60} = 9.810\ \mathrm{W}$$

46) BU 1.3.1-1

$\vec{F} = t^2\vec{i} + \vec{j}$
$\vec{r} = t^3\vec{j}$
$t = 2\ \mathrm{s}$

$$W = \int \vec{F}\, d\vec{r}$$

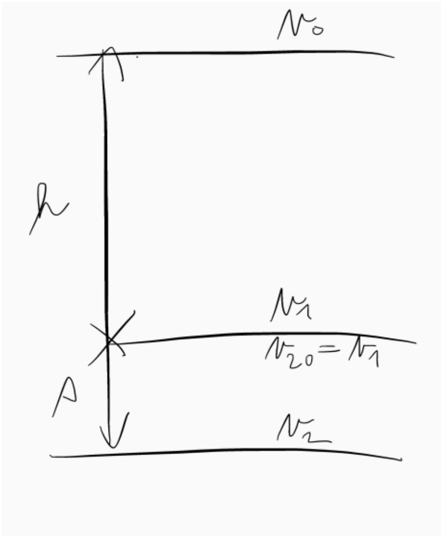
$$d\vec{r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(t^3\vec{j})\, dt = 3t^2\vec{j}\, dt$$

Zde je potřeba si uvědomit, že jediné složky, které jsou ve steném směru, jsou v ose Y (tj. souřadnice ***j***), proto hodnoty z osy X nuevažujeme.

$$W = \int \vec{F}\, d\vec{r} = \int (t^2\vec{i} + \vec{j}) \cdot 3t^2\vec{j}\, dt = 3\int t^2\vec{j}\, dt = 3 \cdot \frac{t^3}{3} = t^3 = 2^3 = 8\ \mathrm{J}$$

47) ZU 1.3.1-5

$m = 1\,\mathrm{kg}$
$h = 240\,\mathrm{m}$
$v_0 = 14\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$s = 0{,}2\,\mathrm{m}$
$F = ?$



Ze ZZE určíme rychlost, kterou má těleso těsně před dopadem na zem:

$$W = \Delta E_k$$

$$E_{0P} + E_{0K} = E_{1K}$$

$$mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$gh + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{2gh + v_0^2} = 70{,}68\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Ze ZZE spočítáme odporovou sílu prostředí:

$$W = \Delta E_k$$

$$E_{1P} + E_{1K} = E_{2K}$$

$$mgs + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$Fs + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

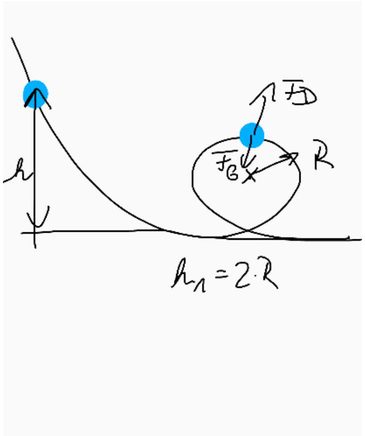
$$Fs = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2)$$

$$F = \frac{m(v_1^2 - v_2^2)}{2s}$$

Protože potřebujeme zjistit sílu působící do zastavení tělesa, bude tedy $\boldsymbol{v}_2 = 0$

$$F = \frac{mv_1^2}{2s} = 12.489\,\mathrm{N}$$

51) BU 1.3.2-8



Je potřeba si uvědomit následující:

1. Kulička projede smyčkou, pokud síly, které na ní působí jsou si rovny,
   tj. $\boldsymbol{F}_G = \boldsymbol{F}_D$
   ($\boldsymbol{F}_G$ ji táhne dolů a $\boldsymbol{F}_D$ ji tlačí ven)
2. Ve výšce $h_1 = 2R$ je E_K rovna změně $|E_{P1} – E_{P2}|$

Početně:

1. $\overrightarrow{F_G} = \overrightarrow{F_D}$
   $$m \cdot g = \frac{m \cdot v_0^2}{R} \longrightarrow v_0^2 = R \cdot g$$
2. $\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh - mgh_1$
   v tomto konkrétním případě bude $h_1 = 2R$ (tj. aby kulička obkroužila celou smyčku, dostala se až na její vrchol)
   $$\frac{v_0^2}{2} = g(h - h_1) = g(h - 2R)$$
   $$v_0^2 = 2g(h - 2R)$$

Nyní řekneme, že si jsou obě úvahy vzájemně rovné:

$$v_0^2 = v_0^2$$

$$Rg = 2g(h - 2R)$$

$$R = 2h - 4R$$

$$h = \frac{5}{2}R$$