B)
Dalším tématem, které s tím předchozím souvisí, jsou tzv. Bernoulliovské pokusy, neboli tzv. binomické rozdělení psti.

- Prostudujte si prosím, ve skriptech BMA3 – staré, v kapitole 11, strany 168, 169, 170 (vzorce + příklad 11.1, + příklad 11.2)
- zkuste si sami spočítat na str. 184 příklady 11.1, 11.2, 11.3.

(odpověď najdete na str. 251–252 tohoto textu – výsledky)

Zde pro Vás spočítám pouze příklad 11.3.: Honza každý den parkuje u Albertiny načerno po 900 = N uvažovaných dnů; policisté se pravidelně střídají, ovšem nesdělí si navzájem čísla aut – pst, že Honza dostane v daný den pokutu za neplacené parkování, je stále stejná a je rovna 0,1.

$\boxed{a)}$ Kolikrát může Honza očekávat, že dostane za těch 900 dnů pokutu?

Odpověď: pokud šance na pokutu je každý den stejná, dostane Honza pokutu zhruba v 10 % dnů, tj. $N \cdot p = 900 \cdot 0{,}1 = \underline{90}$ dnů ... je očekávaný počet dnů, kdy Honza bude platit pokutu

$\boxed{b)}$ Jaká je směrodatná odchylka očekávaného počtu pokut? Na tuto otázku odpovíme později, až budeme vědět něco více o binomickém rozdělení psti.

$\boxed{c}$ Jaká je pst, že za daných 900 dnů Honza dostane přesně 90 pokut?

Odpověď: Měříme vlastně veličinu X = počet pokut v uvažovaných 900 dnech.

Podle vzorce pro binomickou pst

$$P(X=90) = \binom{900}{90} \cdot 0{,}1^{90} \cdot 0{,}9^{810}$$

... většina kalkulaček nám zřejmě zahavaruje, jazyk R jako výkonnější kalkulačka ovšem hned hlásí výsledek: $\doteq \underline{0{,}0443}$

(asi počítá to kombinační číslo nějak rozumně: 810! hned zkrátí, a pak násobí těch 90 čísel v čitateli a 90 čísel ve jmenovateli nějak úsporně, třeba jedním číslem vynásobí, jedním číslem vydělí a tak to střídá.

$\boxed{d}$ Jaká je pst, že Honza za daných 900 dnů dostane 87 a více pokut?

Řešení: $P(X \geq 87) = P(X=87) + P(X=88) + \ldots + P(X=900) =$

$$= \binom{900}{87} \cdot 0{,}1^{87} \cdot 0{,}9^{813} + \binom{900}{88} \cdot 0{,}1^{88} \cdot 0{,}9^{812} + \ldots + \binom{900}{900} \cdot 0{,}1^{900} =$$

dosadíme do kalkulačky a jsme hotovi.

Pokud se vám to zdá pracné, máte pravdu. Ukážeme si za tři týdny ještě jeden způsob výpočtu – nyní pouze využijeme programovacích možností prostředí R,

závislost,
Pst 05 – cvičení – nezávislost, úplnost, Bayesův vzorce

A) Minulé cvičení jsme končili označením $P(A_6|S_8)$ ... podmíněná pst jevu A_6, když už víme, že nastalo S_8.

Počítali jsme podle vzorce $P(A_6|S_8) = \dfrac{|A_6 \cap S_8|}{|S_8|}$

Ale stejně dobře jsme mohli vydělit čitatele i jmenovatele počtem prvků množiny Ω a použít vzorce

$$\underline{\underline{P(A_6|S_8)}} = \frac{\dfrac{|A_6 \cap S_8|}{|\Omega|}}{\dfrac{|S_8|}{|\Omega|}} = \underline{\underline{\frac{P(A_6 \cap S_8)}{P(S_8)}}}$$

... to je vzorec pro výpočet podmíněné psti za pomoci $P(S_8)$ a za pomoci $P(A_6 \cap S_8)$

Zdá se to jako zbytečné vytváření vzorců, ale pokud z tohoto vztahu dostaneme $\boxed{P(A_6 \cap S_8) = P(S_8) \cdot P(A_6|S_8)}$

dostaneme obecný vzorec pro pst průniku jevů, tzv. větu o součinu psti!

Tato věta o součinu bze formulovat nikoli pro průnik 2, ale obecně průnik n jevů – přednáška 3, slajd 26

SS, str. 126, př. 5:

Mezi 50 součástkami jsou 4 vadné. Jaká je pst, že dvě náhodně vybrané součástky budou obě kvalitní? Vybíráme bez vracení, tj. po výběru první součástky tu druhou vybereme ze zbylých 49.

Řešení: K_1 ... 1. vybraná souč. je kvalitní

K_2 ... 2. vybraná souč. je kvalitní

$$P(K_1 \cap K_2) = P(K_1) \cdot P(K_2|K_1) = \frac{46}{50} \cdot \frac{45}{49} \doteq \underline{\underline{0{,}8449}}$$

SS, př. 6/str. 126: V zavřené krabici je 5 bílých a 8 černých kuliček. Vybíráme kuličky, ty jednou vybrané zpět nevracíme. Jaká je pst, že a) první dvě vybrané budou bílé?

b) první dvě vybrané budou různých barev?

Řešení: a) $p = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2|B_1) = \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{12} \doteq \underline{\underline{0{,}1282}}$

b) $p = p(B_1 \cap Č_2) + p(Č_1 \cap B_2) = \frac{5}{13} \cdot \frac{8}{12} + \frac{8}{13} \cdot \frac{5}{12} \doteq \underline{\underline{0{,}5128}}$

sekvence $B_1Č_2$, $Č_1B_2$ se navzájem vylučují (nenastávají jako výsledek současně), proto jejich psti sečteme a zavedeme vše do cyklu WHILE (provádí příkaz, když platí podmínka cyklu):

```
> i <- 87     # to je proměnná v naší sumě ... ODPÁLÍME enter
> p <- 0      # sem budeme přičítat jednotlivé psti ... odpálíme ENTER
> while (i <= 900) { p <- p + choose(900, i) * 0,1^i * 0,9^(900-i) ;
                     i <- i+1 }
```

Odpálením ENTER se projede suma od 87 do 900 a uloží do proměnné p; pokud nyní napíšete `> p` # a odpálíte ENTER, objeví se výsledek $\doteq \underline{\underline{0{,}6466}}$

C) posledním tématem jsou příklady na úplnou pst a na Bayesův vzorec; projděte si

- prosím slajdy <u>05prednaska</u> se vzorci a řešenými příklady.
- pak budete potřebovat skripta <u>BMA3-sbirka</u>, kde si podrobně prostudujte příklad 3.12 na str. 30-32 ... kromě vzorců zde najdete ještě grafické rozepsání řešení pomocí pravd. stromu, kterýmžto způsobem můžete tyto příklady řešit
- jako skutečné cvičení si spočítejte ze skript <u>BMA3-stare.pdf</u>, str. 143, příklady 9.4, 9.5, 9.6, 9.7 – výsledky najdete na str. 248

No a to je vše ze středoškolské psti, příští týden si napíšeme prověrku! Projděte si všech 5 cvičení od začátku semestru a propočítejte tam doporučené příklady.

<u>Prověrku napíšeme dálkově</u>, zopakujte/projděte si dosud probrané cvičení 1-5 a vyčkejte pokynů příští úterý :-)