

MA0013, jaro 2020

Projděte a rozmyslete si všechny následující úkoly. Vyberte a písemně zpracujte aspoň (zhruba) polovinu. Buďte struční, ale srozumitelní. Pokud to je možné, pomáhejte si obrázky.

Poté, co svůj výtvar nahrajte do Odevzdáárny, domluvíme čas a způsob zakončení.

Uvažte následující transformace v rovině:¹

(a) Projektivní zobrazení dané obrazy bodů

$$[2, 2] \mapsto [2, -3], \quad [7, 2] \mapsto [7, -3], \quad [5, 3] \mapsto [5, -1], \quad [1, 3] \mapsto [1, -1].$$

(b) Otáčení kolem bodu $B = [0, 2]$ o 90° v kladném směru.

(c) Projektivní zobrazení dané rozšířenou maticí²

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(d) Stejnolehlost se středem $S = [-2, 0]$ a koeficientem $k = -2$.

1. Pro zobrazení z předchozího seznamu určete

- úběžníky souřadných os a obraz obecného bodu,
- typ³ a rozhodněte, zda je prosté, přímé apod.,
- pevné body a rozhodněte, zda je základní.

2. Složte dvě zobrazení z úvodního seznamu a výsledné zobrazení rozeberte v duchu příkladu 1.

3. Ve vhodném prostoru udejte konkrétní (souřadnicový) příklad

- středového promítání mezi dvěma podprostory, které je podobné,
- podobného zobrazení, které nemá žádný samodružný bod,
- neidentické symetrie krychle.

4. Zformulujte základní větu projektivní geometrie a nějaký její důsledek.

5. Dokažte, že

- pokud má afinní transformace nějaké vlastní samodružné body, potom všechny tyto body tvoří afinní podprostor,
- umíte pracovat s homogenními souřadnicemi.

6. Vymyslete úkol, při jehož řešení lze uplatnit něco z toho, co jsme se v tomto kurzu naučili.

¹všechna vyjádření vzhledem ke kartézské souřadné soustavě

²rozšířená složka na posledním řádku

³projektivní, afinní, ekviafinní, podobné, shodné