Repetitorium SŠ matematiky 2

4. cvičení

Parametrické vyjádření přímky

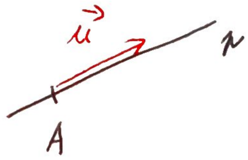
$\vec{u}$ směrový vektor ($\vec{u} = B - A$)

$p: X = A + s \cdot \vec{u}$, $s \in \mathbb{R}$

$p: \quad x = a_1 + s \cdot u_1$

$\quad\; y = a_2 + s \cdot u_2 \qquad s \in \mathbb{R}$

($z = a_3 + s\, u_3$ pro prostor)



Př.: Určete p tak, aby $C \in AB$. Zjistěte, zda C leží na úsečce AB, případně na polopřímce AB.

a) $A[1,3]$, $B[2,4]$, $C[2p, 4p-2]$ — řešení: a) $p = 2$, $C \in$ polopřímce AB

b) $A[-1,3]$, $B[1,1]$, $C[p+1, -p]$ — b) nelze

Př.: Určete a tak, aby přímka r procházela průsečíkem přímek p, q.

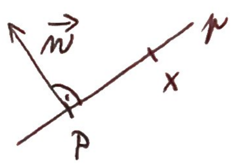
$r: \; x = 2 + s$, $\; y = 1 + a - 2s$

$p: \; P[1,3]$, $\vec{u} = (-1, 2)$

$q: \; Q[1,4]$, $\vec{n} = (2, -3)$

řešení: $a = 0$

Obecná rovnice přímky



$\vec{n}$ normálový vektor (kolmý na přímku)

platí $\vec{n} = (a, b) \Rightarrow \vec{u} = (-b, a)$ nebo $(-a, b)$ nebo násobky

$\vec{n} \cdot (X - P) = 0$ kvůli kolmosti $\quad P[p_1, p_2]$, $X[x, y]$

$\vec{n} \cdot (x - p_1, y - p_2) = 0$

$ax - ap_1 + by - bp_2 = 0 \qquad c = -ap_1 - bp_2$

$$\boxed{ax + by + c = 0}$$

- pouze pro rovinu, v prostoru neplatí – proč?
- rovnoběžné přímky $\Rightarrow$ vektory (a, b), (a', b') jsou svým násobkem

4. cvičení

Vzájemná poloha přímek

v rovině: rovnoběžky $\parallel$ → rovnoběžky a shodné přímky
různoběžky $\nparallel$ mají až na nenulový násobek
shodné $=$ stejný vektor

v prostoru navíc mimoběžky $\not\times$ (nejsou rovnoběžné, ale neprotínají se)

Př. Napište obecnou rovnici přímky p rovnoběžné s přímkou r, bod P leží na přímce p.

$r: x - 3y + 2 = 0$, $P[2,3]$

Řešení: určete vektor, dosazením vypočtěte c
$p: x - 3y + 7 = 0$

Př. Napište obecnou rovnici přímky p:
$x = 1 - t$
$y = 3 + 2t \quad t \in \mathbb{R}$

Řešení: $p: 2x + y - 5 = 0$

Př. Určete parametrické vyjádření přímky $p: 3x - 2y + 1 = 0$

Řešení např. p: $x = 1 + 2t$
$y = 2 + 3t \quad t \in \mathbb{R}$

Př. Určete průsečík p, q
$p: x = 3 - 2t$
$y = -1 + t \quad t \in \mathbb{R}$

$q: 4x - y + 5 = 0$

Řešení: $X[-1,1]$

Př. Určete přímku q splňující $p \perp q$, $P \in q$. Určete vzdálenost bodu P od přímky p, následně zobecněte a odvoďte vzorec pro výpočet vzdálenosti bodu od přímky.

$P[-3,1]$, $p: 2x + y - 2 = 0$

Řešení: $q: x = -3 + 2t$
$y = 1 + t \quad t \in \mathbb{R}$

$|Pp| = \frac{7\sqrt{5}}{5}$

4. cvičení

Vzdálenost bodu od přímky

$P[p_1, p_2]$, $p: ax + by + c = 0$

$$\boxed{|P_p| = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

Př.: Určete druhou souřadnici bodu $P[1, ?]$ ležícího na přímce $p: 3x - 4y + 1 = 0$. Nalezněte na přímce p bod Q takový, že $|PQ| = 10$.

Řešení: $Q_1[9,7]$, $Q_2[-7,-5]$, $P[1,1]$

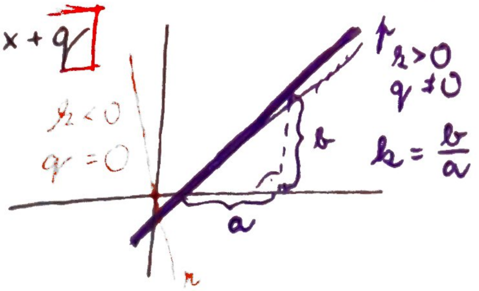
Př.: Určete vrchol C trojúhelníku ABC, kde V je průsečík výšek.

$A[1,2]$, $B[-1,0]$, $V[1,-1]$

Řešení: $C[0,0]$

Směrnicový tvar rovnice přímky

$$\boxed{y = k \cdot x + q}$$



Př.: Určete směrnici k přímky AB

$A[8,1]$, $B[6,5]$

Řešení: $k = -2$

Př.: Určete souřadnice bodu A', který je souměrně sdružený s bodem $A[8,1]$ podle přímky p: $P[1,0]$, $\vec{u} = (1,3)$

Řešení: $A'[-4,5]$

Př.: Určete m tak, aby $p \not\parallel q$, určete $p \cap q$.

$p: x = m + 2t$ $q: x = 5 + s$
$y = 3t$ $y = 1 - 4s$
$z = 6 - 4t$ $t \in \mathbb{R}$ $z = -4 + s$ $s \in \mathbb{R}$

Řešení: $m = -3$, $X[3,9,-6]$

Úsekový tvar rovnice přímky

- pouze pro přímky, které neprocházejí počátkem a nejsou rovnoběžné s žádnou osou

$$\boxed{\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1}$$

např. $P[3,0]$, $Q[0,-2]$

$p: \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$