Repetitorium SŠ matematiky 2

5. cvičení

- do 29. 3. 2020 nahrajte do odevzdávárny „cv.5" v jednom souboru následující příklady:
  - alespoň jeden z příkladů 1; 2
  - alespoň dva z příkladů 3; 4; 5
  - alespoň dva z příkladů 6; 7; 8
- konzultace k tomuto cvičení v MS Teams 25. 3. 2020

5. cvičení

Př. 1: Jsou dány body $A[-2,1]$, $B[6,7]$. Bodem A veďte přímku p a bodem B veďte přímku q tak, aby $p \perp q$ a průsečík p, q leží na ose x.

Řešení: 1. řešení $p: x = -2 - 7t$, $y = 1 + t$, $t \in \mathbb{R}$; $q: x = 6 + s$, $y = 7 + 7s$, $s \in \mathbb{R}$

2. řešení $p: x = -2 + t$, $y = 1 - t$, $t \in \mathbb{R}$; $q: x = 6 + s$, $y = 7 + s$, $s \in \mathbb{R}$

Př. 2: Najděte rovnici přímky p, která prochází bodem $A[2,3]$ a má od bodu $B[0,-1]$ vzdálenost $v = 4$.

Řešení: $p_1: y = 3$, $p_2: 4x + 3y - 17 = 0$

Parametrické vyjádření roviny

- stejně jako je přímka v prostoru zadána bodem a směrovým vektorem (ne normálovým!), je možné podobně zadat i rovinu
- pro zadání roviny stačí jeden bod a dva směrové vektory (případně 3 body, z nichž si 2 směrové vektory vytvoříte)
- každý bod roviny získáme lineární kombinací dvou směrových vektorů přičtených k bodu
- roviny značíme malými řeckými písmeny ($\alpha, \rho, \pi, \sigma \dots$)

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{u}, \vec{v} \text{ směrové vektory}, \ A \in \rho \\ \rho: X = A + t \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}, \ t, s \in \mathbb{R} \end{array}}$$

$$\rho: \begin{array}{l} x = a_1 + t \cdot u_1 + s \cdot v_1 \\ y = a_2 + t \cdot u_2 + s \cdot v_2 \\ z = a_3 + t \cdot u_3 + s \cdot v_3 \\ t, s \in \mathbb{R} \end{array}$$

5. cvičení

Př. 3: Zjistěte, zda $X[-1,-1,3]$ leží v rovině určené body $A[1,2,-1]$, $B[3,1,1]$, $C[-1,1,0]$.

Řešení: ano, nejprve vytvoříme parametrické vyjádření roviny, následně dosadíme.

Př. 4: Zjistěte, zda bod $M[3,0,1]$ leží v rovině určené bodem $A[1,1,3]$ a přímkou p určenou bodem $P[3,-1,-7]$ a vektorem $\vec{u}=(1,1,1)$.

Př. 5: Je dána rovina ρ:

$$\rho: \begin{aligned} x &= 1+s+t \\ y &= 2+3s-t \\ z &= 5s+t \end{aligned} \quad , s,t \in \mathbb{R}$$

a) určete průsečíky roviny ρ se souřadnými osami

b) napište rovnice přímek, ve kterých ρ protíná souřadnicové roviny (roviny xy, xz, yz)

Řešení: $P_x[2,0,0]$, $P_y[0,4,0]$, $P_z[0,0,-4]$

$$p_{xy}: \begin{aligned} x &= 2+s \\ y &= -2s \\ z &= 0 \end{aligned} \quad s \in \mathbb{R} \qquad p_{xz}: \begin{aligned} x &= 2+t \\ y &= 0 \\ z &= 2t \end{aligned} \quad t \in \mathbb{R} \qquad p_{yz}: \begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 4+m \\ z &= m \end{aligned} \quad m \in \mathbb{R}$$

Obecná rovnice roviny

- další možností zadání roviny je bod a vektor kolmý na rovinu
- podobně jako u přímky lze odvodit

$$\boxed{\begin{aligned} &\rho: ax+by+cz+d=0 \\ &\vec{n}=(a,b,c) \text{ normálový vektor roviny } \rho \end{aligned}}$$

— normálový vektor získáme jako vektorový součin dvou různých vektorů

5. cvičení

Př. 6: Napište obecnou rovnici roviny určené body $A[2,3,1]$, $B[1,0,1]$, $C[-3,-2,-1]$

Řešení: $\rho: 3x - y - 5z + 2 = 0$; určíme 2 směrové vektory, vypočítáme jejich vektorový součin a dosazením do rovnice roviny lib. bodu získáme poslední parametr d.

Př. 7: Určete obecnou rovnici roviny ρ:

$$\rho: \begin{aligned} x &= 1 - t \\ y &= -3 + s \\ z &= t - s \quad , t, s \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Řešení: $x + y + z + 2 = 0$

Př. 8: Napište obecnou rovnici roviny α určené body $A[1,-1,3]$, $B[1,2,-3]$, $C[2,-3,4]$ a najděte průsečíky roviny se souřadnými osami.

Řešení: $\alpha: 3x + 2y + z - 4 = 0$, $P_x[\frac{4}{3},0,0]$, $P_y[0,2,0]$, $P_z[0,0,4]$