Repetitorium SŠ matematiky 2

7. cvičení

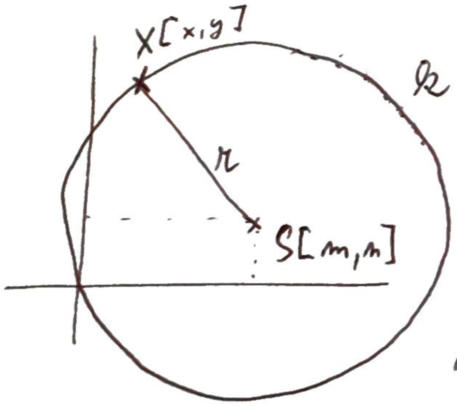
- do 12. 4. 2020 nahrajte do odevzdávárny „cv. 7"
  v jednom souboru následující příklady:
  - příklady 1, 2, 5
  - alespoň jeden z příkladů 3, 4, 6
  - alespoň jeden z příkladů 7, 8
- konzultace k tomuto cvičení proběhne v MS Teams
  dne 8. 4. 2020 od 18 hodin

7. cvičení

V další části semestru se budeme věnovat tzv. kuželosečkám, tedy rovinným útvarům, které můžeme získat jako průřez kužele. Patří mezi ně kružnice, elipsa, parabola a hyperbola. Každé cvičení bude věnováno jedné kuželosečce, poslední cvičení se bude věnovat všem kuželosečkám dohromady.

KRUŽNICE

- kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu stejnou vzdálenost (neplést s kruhem!)



$$|XS| = r$$

$$\sqrt{(m-x)^2+(n-y)^2} = r \quad /^2$$

$$\boxed{(m-x)^2+(n-y)^2=r^2}$$ středová rovnice kružnice

nebo $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$

- ze středové rovnice kružnice lze snadno pouhým roznásobením odvodit obecný tvar rovnice kružnice $m^2-2mx+x^2+n^2-2ny+y^2=r^2$

označme $p = m^2+n^2-r^2$ $\quad \boxed{x^2+y^2-2mx-2ny+p=0}$

Př. 1 Napište středovou rovnici kružnice se středem $S[\sqrt{2},-1]$ a poloměrem $\sqrt{3}$. Zjistěte, zda na ní leží bod $A[2\sqrt{2},0]$

Řešení: $(x-\sqrt{2})^2+(y+1)^2=3$, $A \in k$

7. cvičení

Př. 2: Určete středovou rovnici kružnice

a) $x^2+y^2-6x+5y+6=0$

b) $x^2+y^2+4x-8y+1=0$

c) $x^2+y^2-4x+7=0$

Řešení: a) $(x-3)^2+(x+\frac{5}{2})^2=\frac{37}{4}$

b) $(x+2)^2+(y-4)^2=19$

c) nelze – vychází záporný poloměr

Př. 3: Napište obecnou rovnici kružnice, která

a) prochází body $C[2,5]$, $D[3,2]$ a její střed leží na ose y

b) prochází bodem $E[1,3]$, její střed leží na přímce $p: x-y+4=0$ a má poloměr 2

Řešení: a) $x^2+(y-\frac{8}{3})^2=\frac{85}{9}$ b) $(x+1)^2+(y-3)^2=4$
$(x-1)^2+(y-5)^2=4$

Př. 4: Napište rovnici kružnice, která prochází body $A[2,1]$, $B[3,0]$ a $C[0,5]$. Určete její střed a poloměr.

Řešení: $(x-9)^2+(y-7)^2=85$, $S[9,7]$, $r=\sqrt{85}$

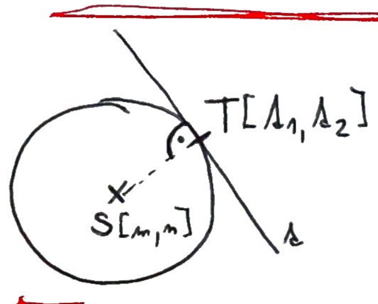
KRUŽNICE A PŘÍMKA

- vnější přímka 
- sečna 
- tečna 

$\Downarrow$

POZOR! Spojnice středu kružnice a bodu dotyku je vždy kolmá k tečně!

TEČNA KRUŽNICE



odvození vzorce v učebnici Matematika pro gymnázia

$$\boxed{t: (x-m)(t_1-m)+(y-n)(t_2-n)=r^2}$$

nebo pro obecný tvar rovnice

$$t: t_1x+t_2y-m(t_1+x)-n(t_2+y)+p=0$$

7. cvičení

Př. 5: Napište rovnice tečen kružnice $(x-3)^2+(y-2)^2=10$ v jejích průsečících s přímkou $p: y=x+3$.

Řešení: $t_1: -3x+y-3=0$

$t_2: -x+3y-13=0$

Příklad 6: Najděte všechny kružnice, které se dotýkají přímek a, b a jejichž středy leží na přímce c. (*)

$a: 4x-3y+10=0$ $\quad b: 6x-4{,}5y-45=0$ $\quad c: 2x+y=0$

Řešení: $(x-1)^2+(y+2)^2=16$

Př. 7: Veďte bodem $M[2,1]$ tečny ke kružnici $(x-5)^2+(y-10)^2=9$.

Řešení: $x=2$, $4x-3y-5=0$

Příklad 8: Určete vzájemnou polohu kružnice $x^2+y^2-2x+6y+9=0$ a přímky $p: y=x+c$ v závislosti na parametru c.

Řešení: sečna pro $c\in(-4-\sqrt{2}, -4+\sqrt{2})$

tečna pro $c=-4\pm\sqrt{2}$

vnější přímka pro $c\in(-\infty; -4-\sqrt{2})\cup(-4+\sqrt{2}, \infty)$

(*) Návod: určete polohu přímek a, b, c.