

Geometrie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ

IMAk09 Didaktika matematiky 2

Růžena Blažková

Literatura

- Studijní materiály – IS
- Učebnice matematiky pro 1. stupeň ZŠ
- Francová, M., Lvovská, L.: Texty k základům elementární geometrie
- Blažková, R.: Zajímavá geometrie pro každého

Cíle vyučování geometrii

- Přispívat k rozvoji geometrické a prostorové představivosti
- Vybudovat systém geometrických pojmů, jejich správné představy
- Umět řešit geometrické aplikační úlohy
- Rozvíjet konstrukční dovednosti žáků
- Vybudovat představu o velikostech objektů, jednotkách měr a jejich převodech
- Účelně využívat prostředky výpočetní techniky (program GeoGebra, interaktivní tabule)
- Přispívat k rozvoji komunikativních schopností žáků, zejména komunikaci obrazově názorné

RVP ZV

- **Vzdělávací obor: Matematika a její aplikace**
- **Vzdělávací obsah: Geometrie v rovině a v prostoru**

- Očekávané výstupy - 1. období (1. – 3. ročník ZŠ)
- Žák:
 - Rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa, nachází v realitě jejich reprezentaci
 - Porovná velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
 - Rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

RVP ZV

- Očekávané výstupy – 2. období (4. a 5. ročník ZŠ)
- Žák:
- Narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici), užívá jednoduché konstrukce
- Sčítá a odčítá graficky úsečky, určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran
- Sestrojí rovnoběžky a kolmice
- Určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- Rozpozná a znázorní ve čtvercoví síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

Učivo

- Základní útvary v rovině: lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
- Základní útvary v prostoru: kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- Délka úsečky
- Obvod a obsah obrazce
- Vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- Osově souměrné útvary.

Specifika geometrie

- Rozvoj geometrické a prostorové představivosti – umění vidět
- Manipulativní činnosti
- Kreslení, modelování, vystřihování, skládání, dokreslování

- Koláže, tangram, skládačky, tetrix, parkety, tertomina, pantomima, hexomima, ...

- Stavebnice, lego, soubor krychlí, geomeg. magformens

Specifika geometrie

- Schopnost číst a myšlenkově zpracovat obrázek
- Komunikace obrazově názorná
- Slovo ----- myšlenkové operace ----- obrázek
- Obrázek ----- myšlenkové operace ----- slovo
- Komunikativní dovednosti, vyjadřování, nevyžadovat definice, ale v duchu správných definic budovat geometrické pojmy

Specifika geometrie

- Rýsování
- Kde žák získává konstrukční dovednosti?
- Pomůcky k rýsování
- Základní konstrukce
- Konstrukce některých geometrických útvarů

Specifika geometrie

- Pomůcky
- Pomůcky demonstrační, modely těles
- Pomůcky žákovské

Propedeutika

- Orientace v rovině a v prostoru - vztahy před, za, pod, nad, před, vedle, vpravo, vlevo, nahore, dole, ...
- Zobrazení těles v rovině, vztah rovina - prostor

Propedeutika

- Geometrické objekty
 - obdélník, čtverec, mnohoúhelník
 - Hranaté
 - kvádr, krychle, hranol

Propedeutika

- kruh, kružnice
- kulaté
- koule, válec
- trojúhelník
- Špičaté
- jehlan, kužel

Základní pojmy

- Geometrie vědecká – bod, přímka, rovina
- Základní pojmy jsou zavedeny axiomatically (Euklides, Hilbert)
- Odvozené pojmy – polopřímka, úsečka, úhel, trojúhelník, ... jsou definovány
- Podrobně viz Francová, M., Lvovská, L. (2014): *Texty k základům elementární geometrie. Brno, PdF MU*

- Geometrie školská – bod, úsečka – na základě názoru
- Odvozené pojmy – polopřímka, přímka, ... jsou definovány

Bod

- Eukleides – bod je to, co nemá části
- Bod – průsečík dvou čar (např. dvou přímek, přímky a kružnice, dvou kružnic) + x
- Označení písmeny velké abecedy, písmo kolmé

Čáry

- Podle druhu:

- pravidelné

- Plné

- Čárkované

- Tečkované

- Střídavé

- Podle tloušťky

- Tenké, tlusté, velmi tlusté

nepravidelné

Čáry

- Podle tvaru
 - Čára přímá
 - Čára křivá otevřená
 - uzavřená
 - Čára lomená otevřená
 - uzavřená
- Rozvoj grafomotoriky
- Dětská kresba (čmáranice, hlavonožci, proporce, perspektiva)

Úsečka

- Úsečka AB je množina všech bodů prostoru, která obsahuje body A , B a dále všechny body, které leží mezi body A , B .
- Polopřímka AB je množina všech bodů prostoru, která obsahuje všechny body úsečky AB a dále všechny takové body X , pro které platí, že bod B leží mezi body A , X .
- Ve školské matematice přibližujeme úsečku názorně, např. špejle, napjatá nit mezi dvěma body, hrana krychle apod.

Úsečka

- Krajní body úsečky AB ($AB = BA$ – neuspořádaná dvojice bodů)
- Bod X na dané úsečce leží, neleží
- Kreslení lomených čar, piktogramů z úseček
- Kombinatorické úlohy
- Porovnávání úseček Optické klamy
- Shodnost úseček – relace ekvivalence
- Grafický součet úseček
- Grafický rozdíl úseček
- Násobek úsečky
- Střed úsečky
- Osa úsečky

Délka úsečky

- Co je délka úsečky?
- Délka úsečky, vzdálenost dvou bodů, velikost úsečky jsou ekvivalentní pojmy
- $|AB| = 5 \text{ cm}$
- Délka úsečky je reálné nezáporné číslo, které udává, kolikanásobkem jednotkové úsečky je daná úsečka.
- Jak určíme délku úsečky – měřením
- Co potřebujeme k určení délky úsečky: jednotkovou úsečku, měřidlo

Určení délky úsečky

- Úsečka AB je celočíselným násobkem jednotkové úsečky
- $|AB| = 8 \text{ cm}$
 - Úsečka CD není celočíselným násobkem jednotkové úsečky
 - Princip zaokrouhlování
 - Zjemnění měřítka $|CD| = 8 \text{ cm } 6 \text{ mm}$
 - Zápis desetinným číslem $|CD| = 8,6 \text{ cm}$

Jednotky délky

- Základní jednotka: 1 metr m
- Díly: dm, cm, mm
- Násobek: km
- Převody jednotek délky

Přímka

- Zavedena axiomaticky
- Prodloužení úsečky za oba krajní body
- Označení přímky:
- Pomocí dvou různých bodů, např. přímka AB
- Pomocí písmen malé abecedy, např. přímka p

- *Aktivita: (rýsování nebo překládání papíru)*
- Narýsujte bod A a narýsujte přímku a , která prochází bodem A. Narýsujte jinou přímku, b , která prochází bodem A. Ještě přímku c . Kolik takových přímek můžete narýsovat?
- Narýsujte bod B, který neleží na žádné z přímek a, b, c . Narýsujte přímku, která prochází body A, B. Kolik takových přímek můžete narýsovat?

Vzájemná poloha dvou různých přímek v prostoru

a, b

• Přímky a, b leží v jedné rovině

přímky a, b neleží v jedné rovině

$$a \cap b = \emptyset$$

$$a \cap b \neq \emptyset$$

$$a \cap b = \emptyset$$

$$a \cap b \neq \emptyset$$

rovnoběžné

různoběžné

mimoběžné

nenastane

Symbolický zápis – znaky pro rovnoběžnost a pro kolmost přímek se na 1. stupni ZŠ používají

Zvláštní případ různoběžných přímek jsou přímky navzájem kolmé

Rovnoběžné přímky

- Dvě přímky jsou rovnoběžné, právě když leží v jedné rovině a nemají společný bod
- Reprezentace v reálném životě
- Relace rovnoběžnosti – relace ekvivalence (R, S, T)
- Rýsování rovnoběžek – základní konstrukce

Různoběžné přímky

- Dvě přímky jsou různoběžné, právě když leží v jedné rovině a mají společný jeden bod.
- Společný bod se nazývá průsečík.

- Zvláštní případ různoběžných přímek – přímky navzájem kolmé
- Přímky jsou navzájem kolmé, jestliže svírají pravý úhel.
- (Co je pravý úhel – úhel, který je shodný se svým úhlem vedlejším)
- Reprezentace v reálném životě
- Vlastnosti relace kolmost
- Rýsování kolmic

Trojúhelník

- Děti poznávají v předškolním věku tvar
- Ve školním věku geometrický útvar
- Motivace: příklady trojúhelníků z běžného života (alespoň 5)
- Jsou dány tři různé body A, B, C , které neleží v jedné přímce. Trojúhelník ABC je společná část (průnik) polorovin ABC, ACB, BCA .
- Jsou dány tři různé body A, B, C , které neleží v jedné přímce. Trojúhelník ABC je uzavřená lomená čára ABC sjednocená se svou vnitřní oblastí.

Trojúhelník – základní pojmy

- Vrcholy trojúhelníku ABC – body A, B, C
- Strany trojúhelníku ABC – úsečky AB, AC, BC
- Strany také označujeme malými písmeny – proti příslušnému vrcholu, např. a , b , c .
- Body, které trojúhelníku patří (vnitřní, hraniční), nepatří (vnější)
- Trojúhelníková nerovnost – manipulativní činnost
- Součet velikostí kterýchkoliv dvou stran trojúhelníku je větší než velikost strany třetí.

Klasifikace trojúhelníků

- Podle stran:
 - Různostranný, rovnoramenný, rovnostranný
- Podle vnitřních úhlů:
 - Ostroúhlý, pravoúhlý, tupouhlý

Konstrukce trojúhelníku

- Ze tří stran (věta sss)
- Př. narýsujte trojúhelník ABC, je-li dáno: $a = 5 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$.
- Konstrukce pravoúhlého trojúhelníku
- a) jsou dány velikosti odvěsen (věta sus)
- b) je dána velikost jedné odvěsny a přepony (věta Ssu)

Příčky v trojúhelníku

- Využíváme úseček k procvičování učiva a základních konstrukcí
- Střední příčky
- Těžnice
- Výšky
- Osy stran
- Kružnice trojúhelníku opsaná

Obvod trojúhelníku

- Obvod trojúhelníku je délka jeho hranice
- Početně
- graficky

Čtyřúhelníky

- Jsou dány čtyři různé body A, B, C, D v rovině a žádné tři z nich neleží na jedné přímce. Sjednocení trojúhelníků ABD a BDC nazveme čtyřúhelníkem $ABCD$ právě tehdy, když průnikem těchto trojúhelníků je úsečka BD .
- Čtyřúhelníky konvexní, nekonvexní

Klasifikace čtyřúhelníků

- **Různoběžné strany** RŮZNOBĚŽNÍKY – deltoid
- **Alespoň jedna dvojice rovnoběžných stran**
- Právě jedna dvojice rovnoběžných stran LICHOBĚŽNÍKY
- Dvě dvojice rovnoběžných stran ROVNOBĚŽNÍKY

Klasifikace rovnoběžníků

- ROVNOBĚŽNÍKY

- Sousední strany jsou na sebe kolmé Sousední strany nejsou kolmé

PRAVOÚHELNÍKY

KOSODÉLNÍKY

Sousední strany
shodné

Sousední strany
nejsou shodné

Sousední strany
jsou shodné

Sousední strany jsou
nejsou shodné

ČTVEREC

OBDELNÍK

KOSOČTVEREC

KOSODELNÍK

ROVNOBĚŽNÍKY

- Rovnoběžník je čtyřúhelník, jehož protější dvojice stran jsou rovnoběžné.



- Protější strany jsou shodné
- Protější úhly jsou shodné
- Úhlopříčky se půlí
- Rovnoběžník je středově souměrný útvar

Obdélník

- Obdélník je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a nejsou shodné.
- K vlastnostem rovnoběžníků se přidává:
- Úhlopříčky obdélníku jsou shodné
- Obdélníku lze opsat kružnici
- Obdélník je souměrný podle dvou os souměrnosti

Čtverec

- Čtverec je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a jsou shodné.
- K vlastnostem rovnoběžníku a obdélníku se přidává:
- Úhlopříčky jsou na sebe kolmé
- Čtverci lze opsat i vepsat kružnici
- Čtverec je souměrný podle čtyř os souměrnosti

Konstrukce čtverce a obdélníku

Obvod obdélníku, obvod obvod čtverce

Obsah obdélníku, obsah čtverce