IMAp09 Didaktika matem atiky

P 3

Geometrie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ

Růžena Blažková

Délka úsečky

V běžném životě potřebujeme určovat, jak jsou úsečky dlouhé, kolik měří metrů, decimetrů nebo centimetrů, případně kilometrů. Děti měří svou výšku, měří se sportovní výkony, např. délka skoku, výška skoku, vzdálenosti měst apod. Délka úsečky vyjadřuje výšku, šířku, hloubku objektů apod. S měřením úseček se děti mohou setkat i v jiných předmětech, např. v přírodovědě, vlastivědě, tělesné výchově, výtvarné výchově apod.

Délka úsečky je nezáporné reálné **číslo**, které udává, kolikanásobkem jednotkové úsečky je daná úsečka.

Je třeba rozlišovat pojmy úsečka jako geometrický útvar – množina bodů a délka úsečky, což je číslo, např. $|AB| = 3$ m. Délka úsečky, vzdálenost dvou bodů nebo velikost úsečky vyjadřují totéž.

Jak určujeme délku úsečky – měřením. Cílem měření je určení délky úsečky, tedy stanovení čísla, které udává, kolikrát je daná úsečka větší (případně menší) než určitá, pevně zvolená jednotková úsečka. Jednotkovou úsečkou může být např. špejle, tužka, krok, avšak v praxi používáme jednotky stanovené v soustavě jednotek a měr SI (Systém International).

Co potřebujeme k určování délky úsečky – měřidlo, jednotku délky. Princip měření spočívá v tom, že na měřenou úsečku nanášíme od jednoho jejího krajního bodu jednotkovou úsečku. Mohou nastat dva případy. V prvním případě je měřená úsečka celočíselným násobkem úsečky jednotkové, pak můžeme napsat např. $|AB| = 8$ cm. V druhém případě není měřená úsečka celočíselným násobkem úsečky jednotkové (zbytek za celočíselným násobkem je menší než jednotková úsečka). Potom buď používáme principu zaokrouhlování a vybereme ten násobek, ke kterému je druhý krajní bod úsečky blíže, nebo zjemníme měřítko. Můžeme pak zapsat $|AB| = 7$ cm 4 mm, nebo $|AB| = 7{,}4$ cm.

Vlastnosti délky úsečky:

1. Délka úsečky AB je nezáporné reálné číslo $|AB| \geq 0$.
2. Každé dvě shodné úsečky mají stejnou délku $AB \cong CD \iff |AB| = |CD|$.

3. Jestliže úsečka EF je grafickým součtem úseček AB a CD, pak délka úsečky EF je rovna součtu délek úseček AB a CD: $|EF| = |AB| + |CD|$.
4. Existuje úsečka XY taková, že $|XY| = 1$.

Jednotky délky

Jednotky délky zavádíme na prvním stupni postupně, v závislosti na probíraném číselném oboru. Ve druhém ročníku pracujeme s metry, decimetry, centimetry, ve třetím ročníku přistupují milimetry a kilometry.

Základní jednotkou délky je 1 metr. Jeho díly jsou decimetry, centimetry, milimetry, jeho násobkem je kilometr.

Převádění jednotek délky

Převádění jednotek měr patří k nejobtížnějšímu učivu, Problém je jednak v tom, že žáci nemají dostatečnou představu o jednotce, jednak mají problém v násobení a dělení čísel mocninami čísla deset. Často si neví rady, zda násobit, či dělit. Proto je vhodné, než se začnou jednotky převádět, zařadit jiné aktivity. První aktivitou je měření různých úseček v blízkém okolí žáků a vyjádření délky úsečky nejméně ve dvou jednotkách. Žákům poskytneme různá měřidla podle povahy předmětů. Např. délka třídy je 7 m, 70 dm. Délka stolu je 120 cm, 12 dm. Druhou aktivitou jsou odhady délek úseček, např. odhadni délku svého kroku, výšku místnosti, rozměry sešitu, výšku věže, stromu, šířku silnice, vzdálenost od školy k jinému objektu apod. Můžeme žákům uvést i některé zajímavosti, např. délka předloktí – od lokte k zápěstí je rovna délce chodidla (žáci si to mohou snadno ověřit). Také je užitečné znát závislost vzdálenosti pozorovatele od pozorovaného předmětu. Na vzdálenost 100 m rozlišujeme podrobnosti obličejů, na vzdálenost 200 m rozlišujeme podrobnosti oblečení, na vzdálenost 500 m rozlišujeme okna a dveře na budovách, lidské postavy, na vzdálenost 1 000 m kmeny stromů, na vzdálenost 1 500 m pohybující se automobil, na vzdálenost 2 000 m osamělé stromy.

Teprve potom přistupujeme k převodům jednotek délky.

Někteří žáci dobře pochopí převodní vztahy a využívají je k převádění jednotek délky.

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm   1 km = 1 000 m

Některým dětem vyhovují tabulky přímé úměrnosti.

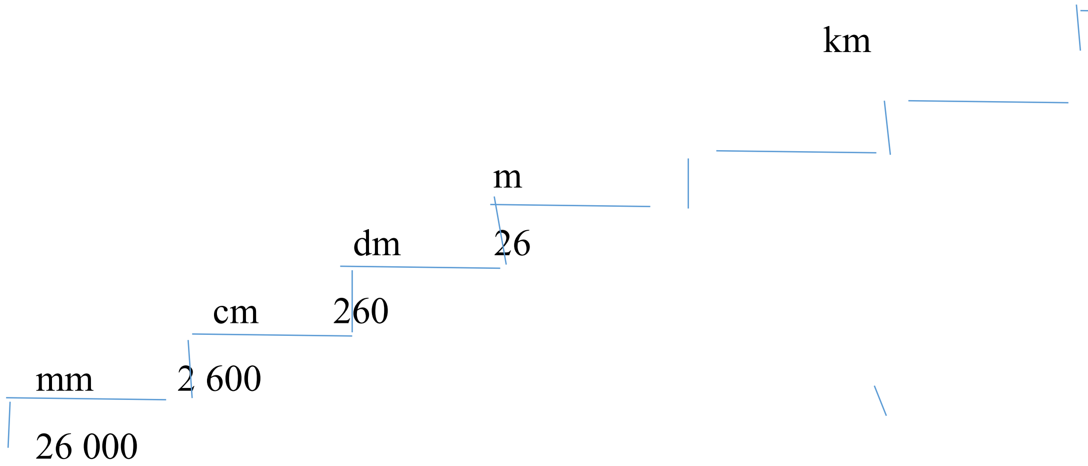
km	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000

Někteří žáci potřebují pomůcky.

Mřížka k převodu jednotek délky. Žáci mají vystřiženou mřížku z tvrdšího papíru a kartičky tvaru čtverce z papíru, na kterých jsou čísla od 1 do 9.

km			m	dm	cm	mm
0	0	0	0	0	0	0

Pomůcka „schody“ (když jdeme nahoru, nul se zbavujeme, když jdeme dolů, nuly přibíráme).

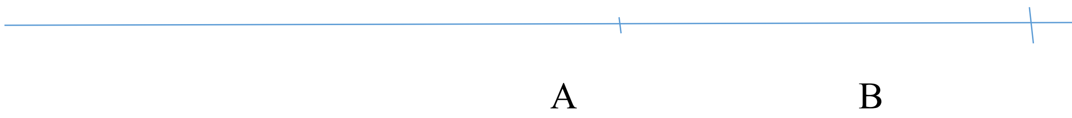


(obrázek upravit)

Následující učivo, které využívá učiva o jednotkách délky: délka lomené čáry, obvod trojúhelníku, obvod obdélníku, obvod čtverce.

Přímka

Jak bylo dříve uvedeno, v geometrii je pojem přímka pojmem základním, který se zavádí axiomaticky. Ve školské geometrii přiblížíme představu přímky tak, že úsečku postupně prodloužíme za oba krajní body. Přímka je abstraktní pojem, nikdo nikdy přímku neviděl, ale v mozku má představu přímky vybudovanou téměř každý. Přímku nemůžeme narýsovat celou, vždy rýsujeme jen její část.



(upravit obrázek)

Dvojice bodů, která určuje přímku je neuspořádaná, přímka AB je tatáž jako přímka BA.

Žáci poznávají vzájemnou polohu dvou různých přímek v rovině. Avšak pro úplnost uvádíme vzájemnou polohu dvou přímek v prostoru, vzhledem k tomu, že často žáci pozorují na modelu krychle i dvě přímky, které jsou mimoběžné.

Vzájemnou polohu dvou přímek mohou žáci modelovat dvěma špejlemi, pozorovat na hranách krychle nebo kvádru, nebo modelovat překládáním papíru.

Dvě různé přímky *a, b*

nemají společný bod — mají společný bod

leží v jedné rovině — neleží v jedné rovině

ROVNOBĚŽNÉ — MIMOBĚŽNÉ — RŮZNOBĚŽNÉ

Rovnoběžné přímky jsou přímky, které leží v jedné rovině a nemají společný bod.

Různoběžné přímky jsou přímky, které leží v jedné rovině a mají společný právě jeden bod – průsečík. Zvláštní případ různoběžnosti přímek jsou přímky navzájem kolmé.

Mimoběžné přímky neleží v jedné rovině (neexistuje rovina, která by se jimi dala proložit).

Rovnoběžnost přímek

Rovnoběžnost přímek je relace, která je reflexivní, symetrická, tranzitivní, tedy relace ekvivalence. (Uvědomte si tyto vlastnosti v reálném životě). Děti se setkávají bezděčně s rovnoběžností přímek již v první písance, kde mají rovnoběžné linky. Dalších příkladů rovnoběžnosti v běžném životě i v mnoha profesích najdeme mnoho.

Rýsování rovnoběžných přímek je pro žáky náročná činnost. Provádí se pomocí dvou pravítek – buď dvou trojúhelníkových pravítek nebo jednoho trojúhelníkového a jednoho přímého pravítka. Máme-li narýsovat přímku *b,* která je rovnoběžná s přímkou *a,* postupujeme takto: Přeponu trojúhelníkového pravítka (trojúhelníku) přiložíme těsně k přímce *a*, druhé pravítko přiložíme k odvěsně trojúhelníku a posuneme trojúhelníkem do místa, kde chceme narýsovat přímku *b.* Přitom je třeba zachovat polohu přiloženého pravítka.

Nejprve rýsujeme rovnoběžky libovolně, aby žáci zvládli techniku rýsování, později rýsujeme přímku, která je rovnoběžná s danou přímkou a prochází daným bodem (základní konstrukce).

I když využíváme interaktivní tabule nebo dalších prostředků ICT ITC ??, je třeba, aby žáci rýsování rovnoběžných přímek zvládli také na papíře,

Při rýsování různoběžných přímek je třeba, aby žáci nejprve rýsovali různoběžky libovolně, teprve potom se rýsují dvě různoběžné přímky, které procházejí daným bodem. Zvláštním případem různoběžných přímek jsou přímky navzájem kolmé.

Kolmost přímek

Připomeňme, že dvě přímky jsou navzájem kolmé, právě když svírají pravý úhel. Pravý úhel je úhel, který je shodný se svým úhlem vedlejším.

S kolmými přímkami se setkáváme v běžném životě i v mnoha profesích (uveďte příklady).

Kolmost přímek je relace, která není reflexivní, je symetrická, není tranzitivní. Vzájemný vztah kolmosti a rovnoběžnosti přímek vyjadřuje tato situace: přímka *a* je kolmá přímce *b*, přímka *b* je kolmá k přímce *c*, pak přímky *a, c* jsou rovnoběžné.

Rýsování kolmých přímek se provádí pomocí trojúhelníku s ryskou nebo pomocí dvou trojúhelníků. Žáci rýsují kolmice nejprve libovolně, poté rýsují přímku, která je kolmá k dané přímce a prochází daným bodem. Bod může být bodem dané přímky, nebo leží mimo ni. Obě konstrukce je třeba procvičit.

Návaznost učiva o rovnoběžkách a kolmicích v dalším učivu: Konstrukce obdélníku, konstrukce čtverce.

Trojúhelník

Motivace: najděte alespoň pět příkladů, kde se v běžném životě setkáváme s trojúhelníky.

Trojúhelník poznávají děti nejprve jak tvar již v předškolním věku. Na prvním stupni ZŠ pracují s trojúhelníkem jako s geometrickým útvarem. Trojúhelníky mohou vystřihovat z papíru, aby se vytvořila správná představa tohoto pojmu a nedocházelo k záměně trojúhelníku s jeho hranicí (např. při sestavování trojúhelníků z tyčinek).

Trojúhelník je možné definovat několika způsoby, uvedeme dvě definice.

Jsou dány tři různé body A, B, C, které neleží v jedné přímce. Trojúhelník ABC je průnik (společná část) polorovin ABC, ACB, BCA,

Jsou dány tři různé body A, B, C, které neleží v jedné přímce. Trojúhelník ABC je uzavřená lomená čára ABC sjednocená se svou vnitřní oblastí.

Dětem definice nepředkládáme, avšak v duchu druhé definice mohou pojem trojúhelníku pochopit.

Aktivita: Narýsujte na papír 3 body A, B, C, které neleží v jedné přímce. Narýsujte úsečky AB, BC, AC. Vyznačte barevně uzavřenou lomenou čáru ABC. Vybarvěte vnitřní oblast této uzavřené lomené čáry. Co vidíte?

Uvedeme některé pojmy související s trojúhelníkem:

Vrcholy trojúhelníku – body A, B, C (děti někdy řeknou „špičky“).

Strany trojúhelníku – úsečky AB, BC, AC.

Vyznačujeme některé body, které trojúhelníku náleží, body které mu nenáleží (body vnitřní, hraniční, vnější).

Žáci by měli poznávat co nejvíce typů trojúhelníků (aby nepreferovali jen trojúhelníky rovnostranné nebo trojúhelníky pravoúhlé) a z nich pak mohou třídit trojúhelníky podle stran na rovnostranné, rovnoramenné, různostranné.

I když se žáci poměrně často setkávají s pravoúhlými trojúhelníky, tak klasifikaci podle úhlů na prvním stupni ZŠ (ostroúhlé, pravoúhlé, tupoúhlé) zpravidla neprovádíme.

Žáci poznávají, jaký vztah musí platit pro strany trojúhelníku, aby jej bylo možné sestrojit – trojúhelníkovou nerovnost.

Aktivita: Žáci mají 5 barevných špejlí (brček nebo úzkých proužků papíru) např. délek 5 cm, 7 cm, 8 cm, 10 cm, 15 cm a zkoušejí, z které trojice úseček je možné nebo není možné trojúhelník vyznačit. Na základě svých manipulativních činností a na základě pozorování mohou formulovat, z kterých úseček trojúhelník mohou vyznačit a z kterých ne – objeví trojúhelníkovou nerovnost, což je základní vztah, který platí pro strany trojúhelníku a jejich velikosti.

$$a + b < c$$

$$a + c < b$$

$$b + c < a$$

Součet velikostí kterýchkoliv dvou stran trojúhelníku je větší, než velikost strany třetí.

Děti se naučí konstrukci trojúhelníku ze tří stran. Přístup ke konstrukční úloze by měl být takový, aby postupně učil žáky řešit konstrukční úlohy, ale aby nedocházelo k formalismu.

Zadání konstrukční úlohy: Sestrojte trojúhelník ABC, jestliže a = 5 cm, b = 6 cm, c = 8 cm.

Nejprve ověříme, zda je splněna trojúhelníková nerovnost, zda má vůbec smysl úlohu řešit. Protože 5 + 6 > 8, trojúhelník existuje.

Rozbor provádíme tak, že načrtneme trojúhelník (jako by byla úloha vyřešena) a ke stranám napíšeme příslušné délky.

Slovně uvedeme, jak budeme při konstrukci postupovat. Můžeme postup zapsat např. do tabulky, ale velmi stručně, jen kterou stranu budeme rýsovat jako první, jak získáme další bod trojúhelníku.

Provedeme konstrukci.

Ověříme, že narýsovaný trojúhelník odpovídá zadání, tj změříme příslušné strany trojúhelníku.

Žáci se mohou setkat také s konstrukcí pravoúhlého trojúhelníku. V prvním případě jsou zadány délky obou odvěsen, takže využijí pravého úhlu a délky stran nanesou na ramena úhlu. V druhém případě je zadána délka jedné odvěsny a délka přepony. Opět využijí pravého úhlu.

Z oblasti početní geometrie žáci počítají obvod trojúhelníku. Obvod trojúhelníku je délka jeho hranice.

$o = a + b + c$

Obvod mohou žáci určit také graficky – sestrojí grafický součet stran trojúhelníku a určí délku úsečky, která je grafickým součtem stran, Trojúhelník