

DIDAKTIKA MATEMATIKY

IMAp09 Jaro 2021 P 1

Růžena Blažková

PdF MU Brno

Motivační úlohy

1. Baví se dva kamarádi. První říká druhému: „Mám velký hlad“. Druhý odpoví: „Jak můžeš mít hlad, když jsi před chvílí snědl půl kuřete“. První se diví, ale druhý řekne: „já jsem snědl celé kuře, ty nic, průměrně na každého připadá půl kuřete“.

PRÁCE S DATY

- **RVP ZV**
- **Závislosti, vztahy, práce s daty**
- *Očekávané výstupy*
- 1. období:
 - orientace v čase, jednoduché převody jednotek času
 - popis jednoduchých závislostí z praktického života
 - doplňování tabulek, schémat, posloupností čísel
- 2. období:
 - vyhledávání, sbírání a třídění dat
 - čtení a sestavování jednoduchých tabulek a diagramů.
-

RVP ZV

- ***Učivo:***
- Závislosti a jejich vlastnosti
- Diagramy, grafy, tabulky, jízdní řády.
- **Očekávané výstupy:**
- žák popisuje jednoduché závislosti z praktického života

doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel

Základy popisné statistiky

Kde se setkáme se statistikou:

- Můžeme využívat jejích **výsledků**, např. číselných informací o hromadných společenských jevech, např. z tisku nebo dalších médií.
- Můžeme být **objektem** šetření, např. při sčítání lidu (březen 2021), při statistických šetřeních různých agentur, různých anket.
- Využíváme **výsledků** statistiky (např. počítáme průměrný prospěch žáka, třídy, školy, výši průměrné mzdy).
- Můžeme využívat **metod** statistiky, kdy zpracovává statistické údaje při své profesní činnosti (např. vyhodnocení výzkumného šetření při zpracovávání diplomové práce).

Statistika

- **Statistika** je soubor metod, které nám umožňují činit rozumná rozhodnutí v případě nejistoty. Je založená na pozorování, porovnávání, posuzování a zhodnocení množství informací. Moderní statistika tvoří základ teorie rozhodování

Historická poznámka

Původ slova „statistika“ pochází z latiny (status – stát) a nejprve představovala nauku o státu. Blíže k dnešnímu pojetí statistiky měla tzv. anglická politická aritmetika (zakl. J. Graunt a W. Petty), která se zabývala shromažďováním číselných údajů o ekonomických a demografických jevech. Počátky moderní statistiky jsou kladeny do 19. století a jsou spojovány se jménem Belgičana Adolfa Quételeta, který se zabýval číselně vyjádřitelnými vlastnostmi společnosti.

Historická poznámka

Další význam pro rozvoj statistiky mělo založení anglické statistické školy (aplikace v biologii, zemědělství – F. Galton, K. Pearson, R. A. Fischer. Na vývoji metod matematické statistiky mají od počátku 20. století významný podíl B. Gosset (pseudonym Student), P. Čebyšev, A. Ljapunov, A. Markov, Kolmogorov, Bernstejn, Romanovskij a další.

Historická poznámka

- Ve vývoji statistika nastala významná proměna ve 30. letech, kdy vzniká moderní, analytická, indukativní statistika, jejímž základním pojmem je **výběr**. S použitím matematických metod se stala samostatným vědním oborem.

Základní pojmy

- Statistika je vědní obor, který se zabývá hromadným zkoumáním, pozorováním či šetřením určitých objektů a jevů. Zkoumá jevy společenské, přírodní, technické.
- Statistická šetření: - sestavování statistických výkazů hlášení či soupisů- organizované šetření (ankety, výzkumy veřejného mínění, sčítání lidu aj.)
- - studování jevu (měření předmětů, sledování teploty, ceny výrobků aj.).

Statistické šetření se provádí na určité množině – dostatečně rozsáhlé skupině případů, na **statistickém souboru**.

Základní pojmy

- **Statistický soubor** je množina – skupina prvků (objektů, osob, událostí aj.), které mají určité společné vlastnosti.
- Rozlišujeme statistické soubory **základní a výběrové**.
Základním statistickým souborem může být např. všechno obyvatelstvo světa, všechno vodstvo na Zemi apod.
Vymezení základního souboru může někdy přinášet problémy, šetření na celém souboru může být časově náročné nebo i nemožné, proto v praxi používáme soubor výběrový (podmnožina statistického souboru). Tento soubor by měl vypovídat o základním souboru, z kterého byl odvozen (jinak dochází ke zkreslení výsledků).

Základní pojmy

- Statistický soubor lze rozdělit na dvě části: Na část, ve které nastává zkoumaný jev a část, ve které zkoumaný jev nenastává. Základním statistickým úkonem je **třídění**, které provádíme podle jistých kritérií (**rozklad množiny na třídy**). Respektujeme zásadu **úplnosti** (každý prvek statistického souboru musí být v některé třídě), a zásadu **jednoznačnosti** (žádný prvek nesmí být současně ve dvou třídách). Třídění může být dichotomické, trichotomické, obecně multitonické (např. hledání v klíči pro určování rostlin).

Základní pojmy

- Prvky statistického souboru se nazývají **statistické jednotky**.
- Počet jednotek statistického souboru se nazývá **rozsah souboru**
- Každá statistická jednotka je nositelem určitých vlastností. Ty vlastnosti, které jsou důležité z hlediska účelu provádění určitého statistického zkoumání, se nazývají **statistické znaky**. Statistické jednotky tedy vyšetřujeme z hlediska určitého znaku nebo několika znaků, které si zvolíme.

Základní pojmy

- Statistické znaky dělíme na **kvantitativní** (číselné) a **kvalitativní** (slovní).
- Některé kvantitativní znaky mohou nabývat pouze jednotlivých izolovaných hodnot - **diskrétní** znaky (např. počet obyvatel obce), nebo nabývají libovolných reálných hodnot z určitého intervalu – **spojité** znaky (např. hektarové výnosy).
- V případě, že kvantitativní znak nabývá pouze dvou variant, hovoříme o znaku **alternativním** (např. muž, žena), nabývá-li více variant, hovoříme o znaku **multiplikativním** (např. kvalifikace, státní příslušnost).

Základní pojmy

Číslo, které udává, kolikrát se daná hodnota znaku ve statistickém souboru vyskytuje, se nazývá **absolutní četnost** hodnoty znaku. Součet jednotlivých četností sledovaného znaku je roven rozsahu souboru.

$$n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$$

$$\frac{n_k}{n} \quad \nu$$
$$\frac{n_k}{n}$$

$k =$

Základní pojmy

- Poměrná – **relativní četnost** jevu je poměr absolutní četnosti a rozsahu souboru. Zpravidla se označuje řeckým písmenem „ný“ - „ν“.

Součet relativních četností je roven jedné.

Relativní četnosti lze vyjadřovat také v procentech, pak je jejich součet 100%.

Statistická šetření

- **Všichni žáci třídy:** výška, hmotnost, prospěch, záliby, sport, studium jazyků, délka času stráveného na internetu denně, dojíždění do školy aj.
- **Dopravní prostředky:** druh, značka, počet projíždějících kolem školy apod.
- **Text:** počet slov podle slovních druhů, počet slov podle počtu písmen
- **Házení kostkou:** počet hozených bodů, součet na dvou kostkách
- **Dopravní nehodovost:** příčiny, hmotná škoda aj.

Diagramy

- Rozdělení četností znaků vyjadřujeme buď v tabulce nebo graficky pomocí diagramů.
- Diagram vyjadřuje vzájemný vztah mezi dvěma či více proměnnými veličinami pomocí přehledných grafických symbolů. Rychle a názorně poskytne obrazovou informaci o studovaném jevu.
- Diagram **obrázkový** – obrázek vyjadřuje určitý počet prvků, např. obrázek jednoho auta představuje např. 1 000 vyrobených aut.
- Diagram **bodový**- četnosti jsou znázorněny pomocí izolovaných bodů.

Diagramy

- Diagram **sloupkový – histogram** – používá se v případech, kdy jsou hodnoty znaků sdruženy do intervalů. Tyto intervaly tvoří jednu stranu sloupků (obdélníků), druhou stranu tvoří četnosti.
- Diagram **hůlkový – úsečkový** – četnosti znaků jsou znázorněny úsečkami
- Diagram **spojicový – polygon četností** – získá se spojením bodů, jejichž souřadnice tvoří hodnota kvantitativního znaku a odpovídající četnost.

Diagramy

- Diagram **kruhový** – různým hodnotám znaků odpovídají kruhové výseče. Jednomu procentu relativní četnosti odpovídá středový úhel $3,6^\circ$.
- Ve sdělovacích prostředcích (televize) se využívá prostorového znázornění statistických údajů (kvádry, válce apod.).
- Ke znázornění diagramů je výhodné využít Excel.

Aritmetický průměr

- **Aritmetický průměr** je definován jako podíl součtu hodnot znaku zjištěných u všech jednotek souboru a počtu všech jednotek souboru.
- **Vlastnosti aritmetického průměru:**
- Matematické vyjádření aritmetického průměru je jednoduché a snadno použitelné pro odvození dalších vztahů.
- Výpočet je založen na všech pozorovaných hodnotách.
- Součet všech odchylek jednotlivých hodnot od aritmetického průměru je vždy roven nule.
- Aritmetický průměr je ovlivňován krajními hodnotami.

Aritmetický průměr - příklady

- 1. Výpočet průměrné mzdy
- 2. Výpočet průměrné výšky žáka
- 3. Výpočet hodnot ze známého aritmetického průměru

Průměrná mzda

1. Vypočítejte průměrnou měsíční mzdu pěti pracovníků, jejichž platy za jedem měsíc jsou:
18 000 Kč, 19 000 Kč, 20 000 Kč, 21 000 Kč, 22 000 Kč.
2. Vypočítejte průměrnou měsíční mzdu pěti pracovníků, jejichž platy za měsíc jsou:
18 000 Kč, 19 000 Kč, 200 000 Kč, 21 000 Kč, 22 000 Kč.

Výpočet průměrné výšky žáka

Výška cm	148	149	150	151	154	165
Počet žáků	4	4	5	3	3	1

Průměr - příklady

- Automobil spotřebuje průměrně 8 litrů benzínu na 100 km jízdy.
- a) Kolik litrů benzínu spotřebuje na cestu dlouhou 175 km?
- b) Na kolik kilometrů jízdy vystačí plná nádrž, do které se vejde 40 litrů benzínu (která má objem 40 l)?

-

Průměr - příklady

- Aritmetický průměr věků naší čtyřčlenné rodiny je 24 roků. Petrovi je 8 roků, Jan je o 2 roky starší než Petr. Tatínek je o 4 roky starší než maminka.
- Kolik roků je mamince a kolik tatínkovi?

Další charakteristiky

- **Modus**

- Modus znaku x je hodnota s největší četností, značí se $Mod(x)$. Udává, který výsledek je zastoupen nejvíce, nepodává informace o krajních hodnotách. Praktický význam má např. pro oděvní a obuvnický průmysl (které velikosti se v populaci vyskytují nejvíce).

- **Medián**

- Medián je prostřední hodnota znaku, jsou-li hodnoty uspořádány podle velikosti. Značí se $Med(x)$. Je to nejrychleji zjistitelná střední hodnota má před sebou i za sebou stejný počet hodnot. U lichého počtu hodnot je to prostřední hodnota, u Růžena Blažková sudého počtu je to aritmetický průměr prostředních dvou

Další charakteristiky

- Pro úplnost uvádíme názvy dalších průměrů, se kterými se na 1. stupni ZŠ neseznamujeme.
- Harmonický průměr
- Geometrický průměr
- Vážený průměr
- Kvadratický průměr

- Můžeme se setkat i s dalšími pojmy, jako jsou rozptyl, směrodatná odchylka.
-