IMAp09 Didaktika matematiky

P 5

Geometrie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ - kružnice, kruh

Růžena Blažková

Kružnice, kruh

S pojmem kruh se děti setkávají již v předškolním věku ve významu určitého tvaru. Na prvním stupni ZŠ se setkávají s pojmy kruh a kružnice jako s geometrickými útvary. Je potřebné, aby se pojmy kruh a kružnice žáci naučili rozlišovat již od počátku.

Nejprve uvedeme vhodné motivace, kde se s kruhy a s kružnicemi setkávají v běžné praxi. Tvar kružnice má např. prstýnek, obruč, ráfek kola, atd. Tvar kruhu má např. dopravní značka zákazová, dno hrnce nebo kastrolu, podstava válce, atd. Vhodnou motivací je také hrneček „plecháček“, kde dno představuje model kruhu a obroučka v horní části hrnečku představuje kružnici.

K definici pojmů kružnice a kruh můžeme využít dvou přístupů. Buď využijeme shodnosti úseček, nebo velikosti úseček. Žákům definice nesdělujeme, avšak v duchu definic vytváříme pojmy.

Definice pomocí shodnosti. Tato definice se dá vhodně ilustrovat např. na vytyčování záhonu tvaru kruhu. Na tabuli jim můžeme ilustrovat pomocí provázku, na kterém vyznačíme úsečku AB, jeden krajní bod pevně umístíme a pomocí druhého krajního bodu úsečky opisujeme kružnici.

Je dán bod S a úsečka AB. **Kružnicí *k*** rozumíme množinu všech bodů X v **rovině,** pro které platí, že úsečka SX je shodná s úsečkou AB.

$$k = \{X \in \rho,\ SX \cong AB\}$$

Kruhem *K* rozumíme množinu všech bodů X v **rovině**, pro které platí, že bod X je bodem úsečky SY a úsečka SY je shodná s úsečkou AB.

$$K = \{X \in \rho,\ X \in SY \wedge SY \cong AB\}$$

Definice pomocí vzdálenosti

Je dán bod S a nezáporné reálné číslo r. **Kružnicí *k*** rozumíme množinu všech bodů X v **rovině**, pro které platí, že mají od bodu S vzdálenost r.

$$k = \{X \in \rho,\ |SX| = r\}$$

Kruhem K rozumíme množinu všech bodů X v **rovině**, které mají od bodu S vzdálenost menší nebo rovnu r.

$$K = \{X \in \rho,\ |SX| \leq r\}$$

Tuto definici můžeme žákům přiblížit aktivitou, kdy si žáci zvolí bod S a rýsují úsečky dané délky (např. 4 cm) tak, aby jeden krajní bod všech úseček byl bod S a druhý krajní bod byly body A, B, C, atd. Pokud žáci narýsují dostatečný počet úseček (alespoň 8), vidí, že body leží na kružnici.

Základní pojmy:

Bod S se nazývá **střed** kružnice nebo kruhu.

Poloměr kružnice (kruhu) je úsečka, jejímiž krajními body jsou bod S a libovolný bod kružnice. Je to také velikost této úsečky (r = 3 cm). Označuje se písmenem r (radius)

Průměrem kružnice (kruhu) rozumíme úsečku, která prochází středem kružnice (kruhu) a jejímiž krajními body jsou dva různé body kružnice. Je to také velikost této úsečky. Označuje se písmenem d (diametr). Platí: $d = 2r$.

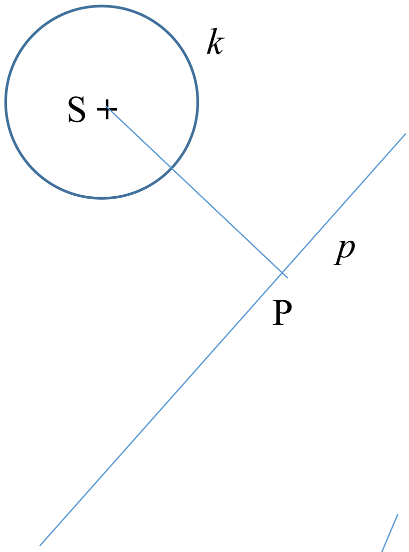
Oblouk kružnice – dva různé body kružnice (např. A, B) rozdělí kružnici na dva oblouky. Body A, B jsou krajní body oblouku. Oblouk, který uvažuji, vyznačím buď barevně, nebo pomocí dalšího bodu oblouku.

Půlkružnice – body, které vyznačují oblouk, leží na průměru. Oba oblouky jsou shodné.

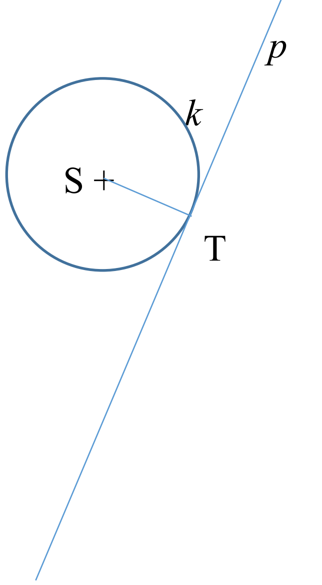
Půlkruh – společná část (průnik) kruhu a poloroviny, jejíž hraniční přímka prochází středem kruhu

Vzájemná poloha přímky a kružnice

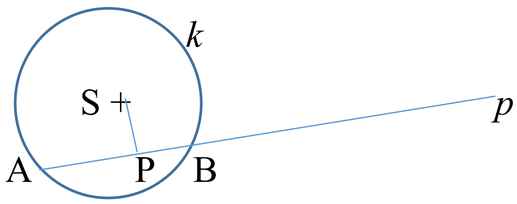
1. Přímka a kružnice nemají společný bod. $|SP| > r$. Vnější přímka kružnice.



2. Kružnice a přímka mají jeden společný bod. $|ST| = r$. Tečna kružnice.



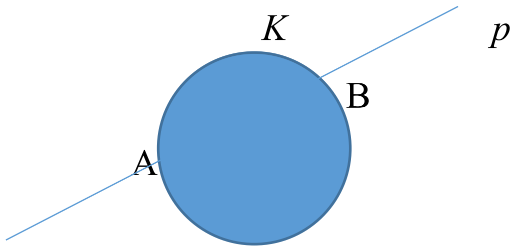
3. Kružnice a přímka mají společné dva body A, B. $|SP| < r$. Sečna kružnice.



Najděte reprezentace těchto vzájemných poloh kružnice a přímky v realitě.

Vzájemná poloha kruhu a přímky

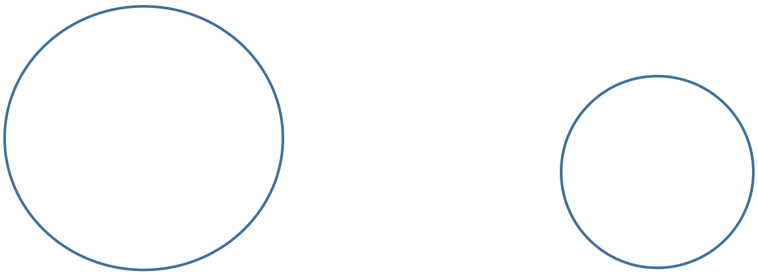
Případy 1 a 2 jsou analogické jako u kružnice, případ 3 se liší. Společnou částí kruhu *K* a přímky *p* je úsečka AB. Tato sečka se nazývá tětiva kruhu.



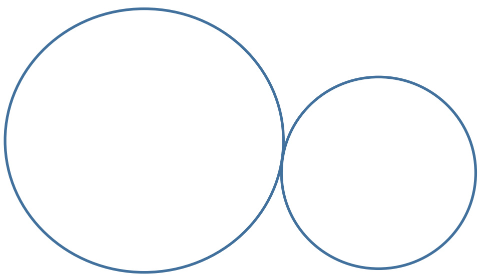
Vzájemná poloha dvou kružnic

Se vzájemnou polohou dvou kružnic se žáci setkávají (např. dvě kola u jízdního kola, mezikruží apod.). Uveden pro úplnost všechny možné vzájemné polohy dvou kružnic.

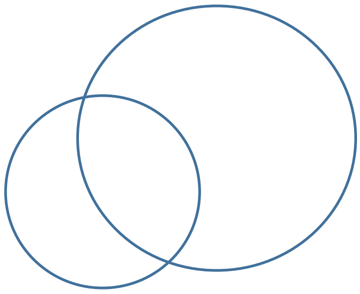
1. Dvě kružnice nemají společný bod. Vzdálenost středů obou kružnic je větší než součet poloměrů obou kružnic.



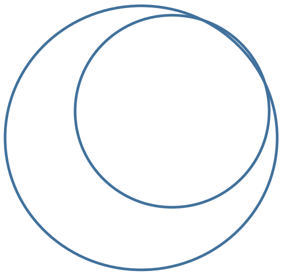
2. Kružnice se dotýkají vně, mají společný jeden bod. Vzdálenost středů obou kružnic je rovna součtu poloměrů těchto kružnic.



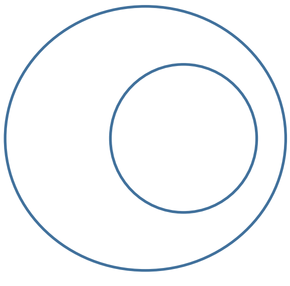
3. Kružnice mají společné dva body, protínají se. Vzdálenost středů kružnic je menší, než je součet poloměrů obou kružnic a větší než je rozdíl poloměrů.



4. Kružnice se dotýkají uvnitř, mají společný jeden bod. Vzdálenost středů kružnic je rovna rozdílu poloměrů.



5. Kružnice nemají společný bod, jedna kružnice je ve vnitřní oblasti druhé kružnice. Vzdálenost středů kružnic je menší než rozdíl poloměrů kružnic.



6. Kružnice mají společný střed, Vzdálenost středů kružnic je rovna nule, kružnice se nazývají soustředné.