IMAp09 Didaktika matematiky

P 6

Geometrie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ - tělesa

Růžena Blažková

1. **Kurikulární dokumenty: RVP ZV**

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

Vzdělávací obor: Matematika a její aplikace

Vzdělávací obsah: Geometrie v rovině a v prostoru

Očekávané výstupy - 1. období (1. – 3. ročník ZŠ)

Žák

- **Rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa, nachází v realitě jejich reprezentaci**
- Porovná velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
- Rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

Očekávané výstupy – 2. období (4. a 5. ročník ZŠ)

Žák

- Narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici), užívá jednoduché konstrukce
- Sčítá a odčítá graficky úsečky, určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran
- Sestrojí rovnoběžky a kolmice
- Určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- Rozpozná a znázorní ve čtvercoví síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

Učivo:

Základní útvary v rovině: lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
Základní útvary v prostoru: kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
Délka úsečky
Obvod a obsah obrazce
Vzájemná poloha dvou přímek v rovině
Osově souměrné útvary.

2. Rozvoj geometrické a prostorové představivosti

Prostorovou představivostí rozumíme schopnost vytvářet si představy geometrických objektů a jejich rozmístění, umět v představě s těmito objekty manipulovat. Děti se pohybují v trojrozměrném prostoru. Prostorová představivost však zřejmě není vrozena a je potřeba přispívat k jejímu rozvíjení. Optimální věk pro její rozvoj je v období 5 - 6 roků, 11 – 12 roků.
Činnosti a aktivity, které přispívají k rozvoji geometrické a prostorové představivosti souvisejí s hrami s různými objekty, se stavbami z nejrůznějších stavebnic (dřevěné, plastové, Geomag, Magformers), stavbami z krychlí, práci s pomůckami, modely těles, skládání papíru, vytváření papírových modelů apod. Také hry s vodou, pískem, modelínou. Také práce s počítačovými hrami (např. Minecraft) může k rozvoji představivosti přispívat.

Marie Kupčáková (2015, str, 120) uvádí, že *„geometrie se opírá o jinou skupinu schopností, než jsou ty, které tvoří inteligenci matematicko-logickou. Jsou to schopnosti, které tvoří inteligenci prostorovou:*

- *Schopnost poznat stejný tvar.*
- *Schopnost najít podobnost mezi různorodými formami.*
- *Schopnost rozpoznat, že došlo ke změně polohy či velikosti prostorového objektu.*
- *Schopnost vytvářet si mentální představy a v mysli je proměňovat.*
- *Schopnost zachytit dvojrozměrně prostorovou informaci (kresba, plánek, náčrtek, …).*
- *Schopnost vyjádřit prostorovou informaci trojrozměrně (stavby z kostek, modely gesta, …).“*

3. Vzájemná poloha bodů, přímek, rovin v prostoru

Bod a přímka – bod na přímce leží, daný bod je bodem přímky,
- bod na přímce neleží.

Bod a rovina - bod leží v rovině,
- bod v rovině neleží.

Dvě přímky: *a, b*

a, b leží v jedné rovině | *a, b neleží v jedné rovině*

$a \cap b \neq \emptyset$ | $a \cap b = \emptyset$ | $a \cap b = \emptyset$ | $a \cap b \neq \emptyset$

$a \cap b = \{P\}$ | $a \cap b = a$

přímky: různoběžné	splývající	rovnoběžné	mimoběžné	nenastane

Přímka a rovina: a, α

$a \cap \alpha \neq \emptyset$ $a \cap \alpha = \emptyset$

$a \cap \alpha = \{P\}$ $a \cap \alpha = \alpha$ přímka je s rovinou rovnoběžná

přímka je s rovinou různoběžná přímka leží v rovině

Dvě roviny: α, β

$\alpha \cap \beta = \emptyset$ $\alpha \cap \beta \neq \emptyset$

$\alpha \cap \beta = p$ $\alpha \cap \beta = \alpha$

roviny rovnoběžné různoběžné splývající

Poznámka: splývajícími přímkami nebo rovinami se na prvním stupni ZŠ nezabýváme.

Tři roviny: α, β, γ

Tři různé roviny mají 5 vzájemných poloh:

- Všechny tři roviny jsou rovnoběžné.
- Dvě roviny jsou rovnoběžné, třetí rovina je s nimi různoběžná, dvě průsečnice jsou rovnoběžné přímky.
- Všechny tři roviny jsou různoběžné, mají společnou jednu průsečnici (svazek rovin).
- Všechny tři roviny jsou různoběžné, každé dvě roviny mají průsečnici, průsečnice jsou rovnoběžné přímky („střecha“).
- Všechny tři roviny jsou různoběžné, průsečnice se protínají v jednom bodě (trs rovin).

Vzájemné polohy přímek a rovin můžeme modelovat na tělesech (např. kvádru, krychli) pomocí špejlí /model přímky) a papíru (model roviny).

4. Tělesa

Mnohostěny

V geometrii se žáci setkávají s kvádrem, krychlí, hranolem, jehlanem.

Kdybychom zkoumali, jak se v matematice přistupuje k zavedení těchto těles, setkali bychom se s pojmy hranolový prostor, hranolová plocha. Velmi zjednodušeně si můžeme představit situaci, kdy máme rovinu, v rovině zvolíme mnohoúhelník a přímku, která je s rovinou různoběžná. Představíme si všechny přímky, které jsou s danou přímkou rovnoběžné a procházejí všemi body mnohoúhelníku. Všechny tyto přímky vyplní hranolový prostor. Všechny přímky, které procházejí hranicí mnohoúhelníku a jsou s danou přímkou rovnoběžné, vyplní hranolovou plochu.

Jestliže z hranolového prostoru vyčleníme část určenou rovinou mnohoúhelníku a další rovinou, která je s ní rovnoběžná, dostáváme hranol.

Pokud je zvolená přímka s rovinou různoběžná, dostáváme hranol kosý, pokud je přímka k rovině kolmá, dostáváme hranol kolmý.

Pokud je zvolený mnohoúhelník pravidelný, dostáváme pravidelný hranol (n boký, podle počtu stran mnohoúhelníku).

Základní pojmy: Podstavy hranolu, pobočné stěny, podstavné hrany, pobočné hrany, výška hranolu (vzdálenost rovin podstav).

Kvádr a krychle jsou zvláštní případy kolmého čtyřbokého hranolu. U kvádru je podstavou rovnoběžník (obdélník nebo čtverec).

Krychle je kolmý hranol, jehož podstavou je čtverec a výška je rovna délce strany podstavy.

Podobně si můžeme představit jehlanový prostor a jehlanovou plochu. V rovině zvolíme mnohoúhelník a dále zvolíme bod V, který v rovině neleží. Zvolíme přímku, která je s rovinou různoběžná a prochází všemi body mnohoúhelníku a zvoleným bodem V. Dostáváme tak jehlanový prostor. Pokud uvažujeme všechny přímky, které procházejí daným bodem V a stranami mnohoúhelníku, dostáváme jehlanovou plochu.

Z jehlanového prostoru vyčleníme jehlan – uvažujeme část, která je určena daným mnohoúhelníkem a bodem V.

Mnohoúhelník tvoří podstavu jehlanu, bod V je hlavní vrchol jehlanu. Pobočné stěny jsou trojúhelníky. Další pojmy: pobočné hrany, podstavné hrany, výška jehlanu (vzdálenost hlavního vrcholu od roviny podstavy).

Pravidelný n boký jehlan – mnohoúhelník je pravidelný n úhelník, pata výšky je středem tohoto mnohoúhelníku.

Rotační tělesa

Válec, kužel, koule.

Představu o rotačních tělesech můžeme získat tak, že otáčíme nějaký rovinný útvar kolem dané přímky. V případě válce necháme otáčet obdélník, v případě kužele necháme otáčet pravoúhlý trojúhelník kolem jedné jeho odvěsny, v případě koule necháme otáčet půlkruh kolem jeho průměru.

Válec můžeme také budovat podobně jako hranol, avšak místo mnohoúhelníku zvolíme v rovině kruh. Analogickým postupem dostáváme válcový prostor, válcovou plochu.

Kužel budujeme podobně jako jehlan.

5. Práce s dětmi

Rozvoj představ

Modelování, využívání různých stavebnic, hlavolamů apod.

Kreslení prostorových situací na obrázku.

Rozvoj jemné motoriky, představ o vztazích,

Stavby z krychlí

- Libovolně, podle vlastní fantazie
- Podle plánu
- Dodržení zákonitosti
- Kótovaný půdorys
- Znázornění ve volném rovnoběžném promítání
- Pohledy – nárys, půdorys, bokorys – pohled ze předu, shora, zprava

Sítě mnohostěnů

Síť mnohostěnu je mnohoúhelník sestavený ze stěn tělesa tak (např. nakreslený na papír), aby se např. po vystřižení z papíru mohlo těleso sestavit pomocí své hranice.

Práce s krabičkami - každý žák si přinese krabičku tvaru kvádru nebo krychle (možný je i hranol), odstřihne některé části a vytvoří síť kvádru, krychle, hranolu.

Krychle má 11 různých sítí

Síť jehlanu

6. Povrch tělesa

Pod pojmem povrch tělesa rozumíme jednak hranici tělesa v prostoru, jednak velikost této hranice. Na prvním stupni ZŠ budeme určovat povrch mnohostěnu (kvádru, krychle) jako součet obsahů jeho všech stěn. Není vhodné pouze uvádět „vzorce“ pro výpočet povrchu kvádru nebo krychle, ale vést žáky tak, aby si pojmy osvojili na základě vlastního pozorování a vlastní činnosti.

Můžeme využít krabičky, kterou používali při vytváření sítí kvádru, krychle. Necháme je změřit rozměry (délky stran příslušných obdélníků či čtverců) a ponecháme na nich, jak přistoupí k určení povrchu kvádru nebo krychle. Někdo počítá obsahy všech šesti obdélníků a počítá (vyjádřeno obecně):

ab + ac + bc +ab + ac + bc.

Někdo si všimne, že některé obdélníky jsou shodné a počítá: 2ab + 2ac + 2bc.

Někteří žáci pak vidí tři dvojice shodných obdélníků a počítají (ab + ac + bc) . 2.

Pro výpočet povrchu kvádru a krychle využíváme aplikační úlohy – z běžného života. Znovu procvičujeme jednotky obsahu a jejich převody.

7. Platónova tělesa – pro zajímavost

Čtyřstěn – stěny tvoří rovnostranné trojúhelníky

Krychle – pravidelný šestistěn - stěny tvoří čtverce

Osmistěn - stěny tvoří rovnostranné trojúhelníky

Dvanáctistěn – stěny tvoří pravidelné pětiúhelníky

Dvacetistěn – stěny tvoří rovnostranné trojúhelníky

Pro mnohostěny platí Eulerova věta. Označíme-li počet stěn s, počet vrcholů v, počet hran h,

pak platí: $s + v = h + 2$.