

ALGEBRA I – cvičení

Irena Budínová

BINÁRNÍ OPERACE A ALGEBRAICKÉ STRUKTURY

Novotná, V., Pisklák, B. (1991). *Cvičení z elementární aritmetiky a elementární geometrie*. 1. část. Pedagogická fakulta v Ostravě.

Binární operace a jejich vlastnosti

1. V množině celých čísel je definována operace \circ předpisem $x \circ y = x + y - xy$. Zjistěte, zda operace \circ je
 - a) neomezeně definovaná,
 - b) komutativní,
 - c) asociativní.

Dále zjistěte, zda množina Z vzhledem k operaci \circ obsahuje prvek neutrální a případně, ke kterým celým číslům existují prvky inverzní.

2. V množině $M = \{0, 2, 3, 4\}$ je definována operace \circ vztahem $x \circ y = (x - 1)(y - 1)$. Zjistěte, zda je operace neomezeně definovaná. Sestavte operační tabulku.
3. V množině $A = \{x, y\}$ jsou dány operace Δ , \square tabulkami. Určete všechny vlastnosti uvedených operací.

Δ	x	y
x	x	x
y	x	y

\square	x	y
x	x	y
y	y	x

4. Na množině $K = \{1, 2, 3\}$ je definována operace \star tabulkou. Určete její vlastnosti.

\star	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	1	3	1

5. Na množině Z je definována operace $-$. Určete její vlastnosti.
6. V množině Q je definována operace \circ takto: $a \circ b = 2a + 2b - 5$. Pro operaci určete neomezenou definovanost, komutativnost, asociativnost, neutrální prvek, a ke kterým prvkům množiny existují prvky inverzní.
7. V množině R je definována operace \circ takto: $x \circ y = \sqrt{x^2 + y^2}$. Pro operaci určete neomezenou definovanost, komutativnost, asociativnost, neutrální prvek, a ke kterým prvkům množiny existují prvky inverzní.

Domácí cvičení

8. Rozhodněte, zda je operace \oplus binární operací na množině Z . V kladném případě vyšetřete její vlastnosti. Operace \oplus je dána předpisem

$$a \oplus b = 4a + 4b$$

9. Rozhodněte, zda je operace \odot binární operací na množině Q . V kladném případě vyšetřete její vlastnosti. Operace \odot je dána předpisem

$$p \odot q = \sqrt{p \cdot q^2}$$

10. Rozhodněte, zda je operace \oplus binární operací na množině Q . V kladném případě vyšetřete její vlastnosti. Operace \oplus je dána předpisem

$$x \oplus y = x - y + \frac{1}{3}$$

11. Na množině Q je definována operace \cdot (násobení). Určete její vlastnosti.