Repetitorium SŠ matematiky 2
Jaro 2021

ÚVODNÍ INFORMACE

- účast na cvičení nepovinná
- odevzdávání úkolů povinné – po 3 pozdních odevzdáních problém
- na konci semestru písemná práce – nutné splnit na 60%

PŘEDBĚŽNÁ OSNOVA

3.3.	Informace k semestru
10.3.	Vektory
17.3.	Vektor a smíš. souč., přímka – 1. část
24.3.	Přímka – 2. část
31.3.	Rovina – 1. část
7.4.	Rovina – 2. část
14.4.	Kružnice
21.4.	Elipsa
28.4.	Parabola
5.5.	Hyperbola
12.5.	Všechny kuželosečky
19.5.	Zápočtová písemka

DOPORUČENÁ LITERATURA

- Ivan BUŠEK: Řešené maturitní úlohy z matematiky
- Jindra PETÁKOVÁ: Matematika – příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na VŠ
- Milan KOČANDRLE, Leo BOČEK: Matematika pro gymnázia: Analytická geometrie

Podobně jako v předchozím semestru budou materiály ke cvičení zveřejněny v ISu vždy týden dopředu, abyste si je mohli projít a propočítat. Cvičení v MS Teams bude fungovat jako konzultace. Termín pro odevzdávání úkolů do odevzdávárny v ISu bude vždy v pátek po daném cvičení.

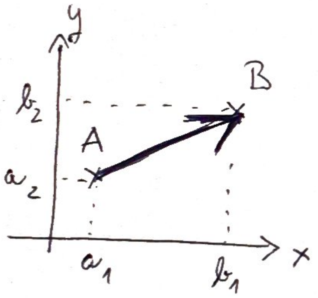
Repetitorium SŠ matematiky 2 – 1. cvičení

VEKTORY

Konzultace k tomuto cvičení proběhne 10. 3. 2021 v MS Teams.

Nejpozději 12. 3. 2021 nahrajte do odevzdávárny v ISu alespoň dva z příkladů 1–6.

Vektor = množina všech orientovaných úseček (mají určitou velikost a směr)



$$\overrightarrow{AB} = \vec{u} = B - A = (b_1 - a_1 ; b_2 - a_2) = (u_1 ; u_2)$$

Vektor značíme zpravidla malým písmenem a šipkou nad ním. Počet souřadnic určuje počet dimenzí (rovina, prostor).

Příklad 1 Určete souřadnice bodu B tak, aby platilo

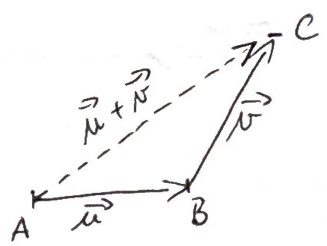
$A = B + \vec{u}$, $\vec{u} = \overrightarrow{QP}$

a) $A[1; 2; -1]$, $P[0; 1; 1]$, $Q[1; 3; -2]$

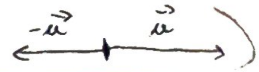
b) $A[\sqrt{2}; -1{,}3; 5]$, $P[\sqrt{2}; 2\sqrt{2}; 1]$, $Q[1; 0; 3{,}7]$

Sčítání vektorů $\vec{u} = B - A$ $\vec{v} = C - B$ $\vec{u} + \vec{v} = B - A + C - B = C - A$

- sčítáme vždy odpovídající si souřadnice
- při odčítání vektorů přičítáme vektor opačný*
- grafické znázornění se používá např. ve fyzice při sčítání sil



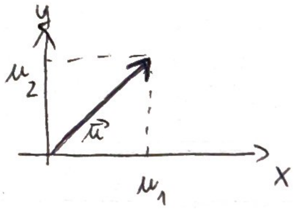
(* k $\vec{u} = (u_1, u_2)$ je opačný vektor $-\vec{u} = (-u_1, -u_2)$



)

Příklad 2 V rovnoběžnostěnu ABCDEFGH známe souřadnice bodů $A[2;-3;1]$, $B[3;-4;2]$, $D[4;2;-3]$, $E[5;3;4]$. Vypočítejte souřadnice zbylých vrcholů.

Velikost vektoru = absolutní hodnota



Posuneme-li vektor $\vec u$ do počátku souřadnic, můžeme snadno odvodit vzorec (podobně pro prostor)

$$\boxed{|\vec u| = \sqrt{u_1^2+u_2^2}}$$

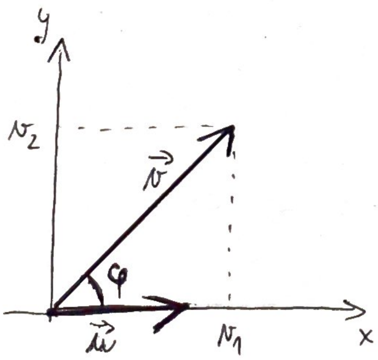
Platí-li $|\vec u|=1$, nazýváme $\vec u$ jednotkový vektor.

Skalární součin vektorů

- je roven nějakému číslu (ne vektoru), značí se ·

$$\boxed{\vec u\cdot\vec v = (u_1,u_2)\cdot(v_1,v_2) = u_1v_1 + u_2v_2}$$

Úhel vektorů odvodíme z obrázku. Vektory $\vec u, \vec v$ posuneme tak, aby měly stejný výchozí bod. Zakreslíme je do pootočených souřadnic tak, aby jeden vektor splýval s kladnou poloosou x (pootočení soustavy souřadnic nemá vliv na úhel vektorů).



V této soustavě mají vektory souřadnice:

$\vec u = (|\vec u|, 0)$ $\quad \vec v = (|\vec v|\cdot\cos\varphi, |\vec v|\cdot\sin\varphi)$

Vypočítejme skalární součin

$$\vec u\cdot\vec v = |\vec u|\cdot|\vec v|\cdot\cos\varphi + 0\cdot|\vec v|\cdot\sin\varphi \qquad /:(|\vec u|\cdot|\vec v|)$$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{\vec u\cdot\vec v}{|\vec u|\cdot|\vec v|}}$$

→ je-li $\vec u\cdot\vec v = 0$, je také $\cos\varphi = 0$ a vektory jsou KOLMÉ

Příklad 3 Určete skalární součin vektorů $\vec{u}, \vec{v}$, znáte-li

a) $\vec{u} = (1; 1; 3)$, $\vec{v} = (2; 1; -1)$

b) $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = \frac{1}{2}$, $\varphi = 135°$

Příklad 4 Jsou dány body $A[1; 1]$, $B[2; -1]$, $C[3; 2]$. Pomocí vektorů

a) dokažte, že body A, B, C tvoří trojúhelník;

b) určete velikosti stran $\triangle ABC$;

c) určete velikosti všech vnitřních úhlů $\triangle ABC$;

d) vypočítejte vzdálenost těžiště T trojúhelníku ABC od vrcholu C.

Příklad 5 Pomocí skalárního součinu určete vektor $\vec{w}$, který je kolmý k oběma vektorům $\vec{u} = (1; -1; 2)$, $\vec{v} = (3; 1; 1)$.

Příklad 6 Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV s podstavnou hranou $a = 6\,cm$ a výškou tělesa $v = 3\sqrt{2}$ cm. Vhodně jej zakreslete do soustavy souřadnic a pomocí vektorů

a) určete velikost boční hrany b ;

b) určete velikost úhlu vektorů $\vec{u} = \overrightarrow{AV}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$