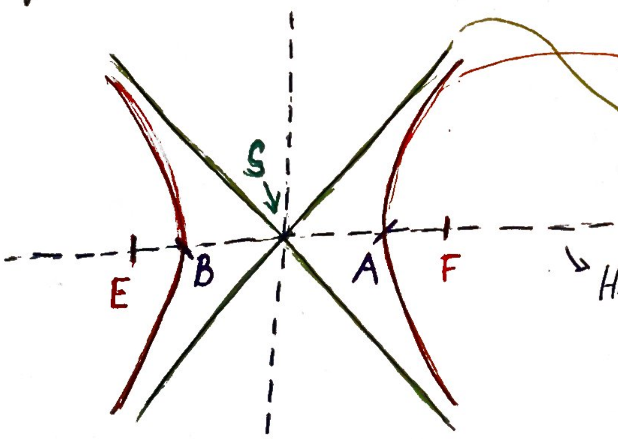
HYPERBOLA

Konzultace k tomuto cvičení proběhne 5.5. 2021 v MS Teams.
Nejpozději 7.5. 2021 nahrajte do odevzdávárny v ISu alespoň dva z příkladů 1–4 a alespoň jeden z příkladů 5, 6.

HYPERBOLA

V rovině jsou dány body E, F $(E \neq F)$ a dále je dáno kladné číslo a tak, že $2a < |EF|$. Pak množina všech bodů roviny, pro které platí $\boxed{\big||XF| - |XE|\big| = 2a}$ se nazývá hyperbola. Body E, F jsou jejími ohnisky, číslo a je tzv. hlavní poloosa hyperboly. Číslo e, pro které platí $|EF| = 2e$, se nazývá výstřednost (excentricita) hyperboly.



Jednotlivé větve hyperboly

Asymptoty hyperboly

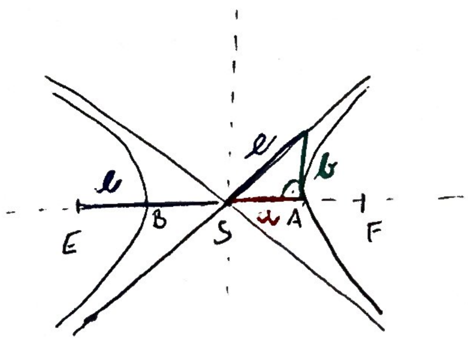
Hlavní osa hyperboly – leží na ní ohniska

Vedlejší osa hyperboly

A, B – vrcholy hyperboly

E, F – ohniska hyperboly

S – střed hyperboly



a – hlavní poloosa, $a = |SA| = |SB|$

b – vedlejší poloosa

e – výstřednost (excentricita),

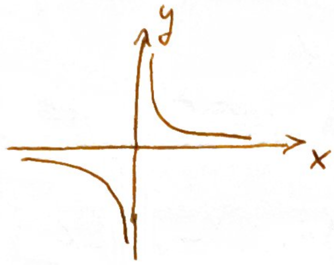
$e = |SE| = |SF|$, $e^2 = a^2 + b^2$

Je-li $a = b$, jsou k sobě asymptoty kolmé a jedná se o ROVNOOSOU hyperbolu.

Repetitorium SŠ matematiky 2

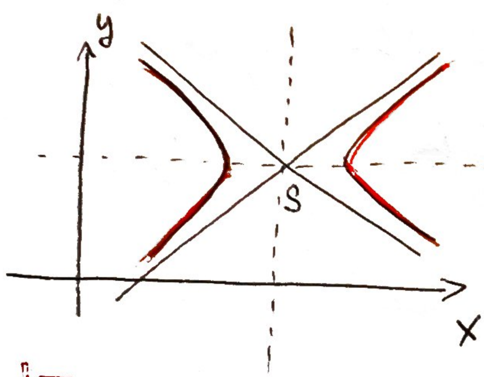
9. cvičení

S hyperbolou jste se setkali jako s grafem lomené funkce, případně nepřímé úměrnosti. Jednalo se o rovnoosou hyperbolu.



Zde se budeme zabývat hyperbolami, které mají svoji hlavní osu rovnoběžnou s osou x, případně s osou y.

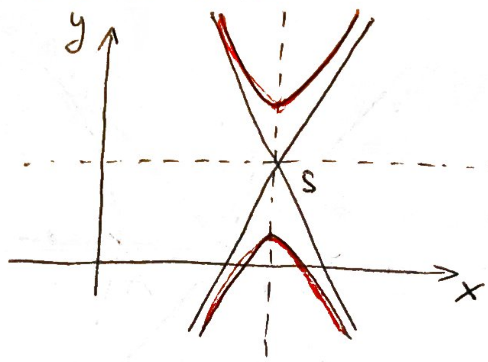
Hlavní osa ∥ s x



$S[m,n]$

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1}$$

Hlavní osa ∥ s y



$$\boxed{\frac{(y-n)^2}{b^2} - \frac{(x-m)^2}{a^2} = 1}$$

Asymptoty

- přímky, ke kterým se hyperbola přibližuje
- mají směrnice $\frac{b}{a}$, $-\frac{b}{a}$

$$\boxed{a_1: \frac{x-m}{a} - \frac{y-n}{b} = 0 \qquad a_2: \frac{x-m}{a} + \frac{y-n}{b} = 0}$$

9. cvičení

Př. 1: Určete ohniska hyperboly $10x^2-5y^2=50$. Napište rovnici hyperboly, která má stejné asymptoty, ale prochází bodem $M[10,0]$

Řešení: $E[\sqrt{15},0]$, $F[-\sqrt{15},0]$, $10x^2-5y^2=1000$

Př. 2: Napište rovnici hyperboly s ohnisky $E[0,2]$, $F[0,6]$, která prochází bodem $M[0,3]$. Hyperbolu nakreslete.

*

Př. 3: Napište rovnici hyperboly, která prochází bodem $M[5,2]$, má střed $S[0,0]$ a má asymptotu $2x+3y=0$. Určete velikosti poloos hyperboly

Řešení: $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{\frac{64}{9}}=1$, $a=4$, $b=\frac{8}{3}$

Př. 4: Je dána hyperbola $16x^2-25y^2=400$. Určete rovnice a odchylku jejích asymptot. Vypočítejte obvod a obsah trojúhelníku omezeného asymptotami a tečnou hyperboly v jejím vrcholu.

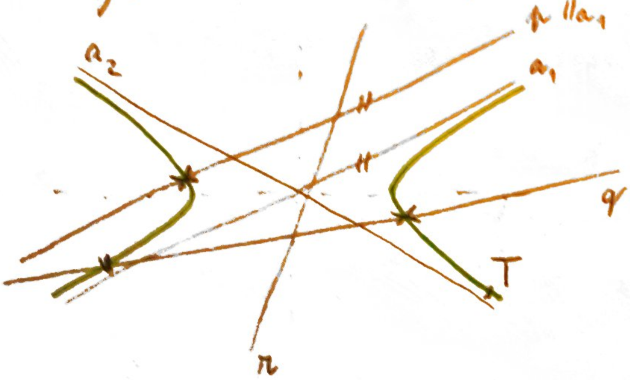
Řešení: $y=\pm\frac{4}{5}x$, $\alpha=77°19'$, $o=20{,}8$, $S=20$

* Řešení: $3y^2-24y-x^2+45=0 \rightarrow \frac{(y-4)^2}{1}-\frac{x^2}{3}=1$

9 cvičení

Hyperbola a přímka

- asymptoty neprotínají hyperbolu v žádném bodě, všechny přímky s nimi rovnoběžné protínají hyperbolu v právě jedom bodě (přímka p)



- ostatní přímky mohou hyperbolu protínat ve 2 bodech (přímka q), v žádném bodě (přímka r), nebo jsou tečnami hyperboly

Tečna hyperboly

Hyperbola $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} - \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ má tečnu t v bodě $T[t_1, t_2]$

$$\boxed{t: \frac{(x-m)(t_1-m)}{a^2} - \frac{(y-n)(t_2-n)}{b^2} = 1}$$

Podobně pro hyperbolu s hlavní osou $\parallel$ s y.

Př. 5: Najděte všechny tečny hyperboly $2x^2 - y^2 = 2$ rovnoběžné s přímkou $p: y = 2x$.

Řešení: $y = 2x \pm \sqrt{2}$

Př. 6: Bodem $A[2, 1]$ veďte všechny přímky, které mají s hyperbolou $x^2 - 2y^2 = 2$ jediný společný bod.

Řešení: $y = x - 1$, $x - 2 \pm \sqrt{2}(y-1) = 0$