

Učitelství pro první stupeň základní školy

Magisterské studium

Seminární práce

Téma: Dětská pojetí učiva – číselné představy dětí

Předmět: IMAk07 Didaktika matematiky 1

Vypracoval: Karel Frnka
Práci zadala: PhDr. Eva Nováková, Ph.D.
Ročník/semestr: 4. ročník / 7. semestr
Forma studia: kombinovaná
Datum: 04. 01. 2022

Obsah

CÍL PRÁCE	2
ÚVOD	2
TEORETICKÁ VÝCHODISKA	2
1. PSYCHOLOGICKÁ ČÁST	2
1.1. DĚTSKÁ POJETÍ	2
1.2. STRUKTURA DĚTSKÝCH POJETÍ	3
1.3. VZNIK POJMŮ	4
1.4. EDUKAČNÍ APLIKACE	4
2. MATEMATICKÁ ČÁST	5
2.1. ČÍSELNÉ PŘEDSTAVY V HISTORII	5
2.2. ČÍSLO VE VĚDOMÍ ŽÁKA	5
2.3. NEBEZPEČÍ IZOLACE A NEMOC FORMALISMU	6
OSOBNÍ PŘÍNOS	6
ZÁVĚR	7
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	8

Cíl práce

Cílem mojí seminární práce bylo rozšířit mé teoretické poznatky o dětských prekonceptech a o dětském vnímání. Nejedná se o obecné rozšíření, ale o rozšíření těchto poznatků do oblasti matematiky.

Zároveň bych si chtěl všimnout toho, jakým způsobem je možné dětské prekoncepty v matematice zkoumat a jaký vliv může mít tento výzkum na didaktiku matematiky.

Úvod

Pro svou seminární práci jsem si vybral téma Dětská pojetí učiva – číselné představy dětí. Jedná se o téma, které mě dlouhodobě velice zajímá. Jako jednu z nejdůležitějších složek učitelské profese vnímám hledání mostů mezi představami, které děti o nějakém jevu mají, a učivem daným kurikulárními dokumenty.

Je známo, že nové poznatky si člověk neukládá do své paměti stejným způsobem jako ukládáme nové soubory do svého stolního počítače – odděleně, maximálně hierarchicky uspořádaně, ale že nové poznatky, dovednosti, vědomosti se budují asociativně, na základě toho, co už víme a známe. Vytváří tak propojenou síť.

Učitel profesionál musí brát tuto síť v potaz. Neměl by k dítěti přistupovat jako k prázdné schránce, do které vědomosti nalije. Ani by k němu neměl přistupovat jako k psovi ve výcviku, kdy za nový formálně naučený kousek dostane dítě odměnu. Měl by k němu přistupovat jako k rovnocennému partnerovi, který má za sebou jisté zkušenosti. Který již o světě ledacos ví. Takovému partnerovi pak pomáhat s rozšiřováním, upřesňováním, zkvalitňováním a prohlubováním jeho osobité sítě.

Teoretická východiska

1. Psychologická část

Vygotskij (2017) píše, že problém nespontánních, a zvláště vědeckých pojmů je v podstatě problémem učení a vývoje. Spontánní pojmy umožňují totiž vytvářet vědecké pojmy učním, jež je zdrojem jejich vývoje. Učení je nutno orientovat na již dokončené cykly vývoje, na nižší práh učení, avšak učení se neopírá ani tak o dozrálé, jako spíše o dozrávající funkce. Vždy začíná od toho, co u dítěte ještě nedozrálo.

Ztotožňuji se s Vygotského teorií zóny nejbližšího vývoje a znalost dětských pojetí společně s dovedností jejich diagnostiky vnímám jako zásadní součást učitelské profese. Teoretická část této práce obsahuje stručnou charakteristiku dětských pojetí, jejich strukturu, způsoby diagnostiky a možnosti edukačního využití.

1.1. Dětská pojetí

Stejně jako dítě není jakási zmenšená dospělá osoba, není ani dětské poznávání a interpretování světa ve všech aspektech stejné jako poznávání a interpretování světa dospělého člověka. V některých aspektech však můžeme hledat analogie a někteří autoři dokonce tvrdí, že dítě ve svém individuálním vývoji myšlení jakoby ve zkratce prochází vývojem poznávání světa lidstvem. (J. Mareš, 2013, s. 393)

Během svého života se dítě přizpůsobuje požadavkům vnějšího světa prostředím mj. psychickou adaptací. Adaptaci zajišťují dva protikladné a současně komplementární procesy – asimilace a akomodace. Asimilace probíhá tak, že objekty a jejich vztahy se začleňují do schémat chování dítěte, do jeho dosavadních zkušeností. Dítě si aktivně vytváří celá asimilační schémata své činnosti, učí se. Akomodace je opačný procesem v tom, že se dítě přizpůsobuje tlaku prostředí. Oba procesy jsou v dynamické rovnováze, a pokud dojde k vychýlení, dítě se snaží rovnováhu

obnovit. Asimilační schéma se mění s věkem dítěte, odráží konkrétní vývojovou fázi dětské inteligence, jeho aktuální způsob poznávání světa. Asimilační poznatková schémata rozhodují mj. o tom, zda konkrétní podněty z okolí dítěte budou vůbec zpracované, a pokud ano, tak jakým způsobem. (J. Mareš, 2013, s. 389)

Mareš (2013) využívá k charakteristice dětských pojetí teorii dosavadních znalostí žáka dle psychologa F. J. Dochyho, podle něhož jsou dosavadní znalosti souborem aktuálních znalostí dané osoby, které jsou:

- a) dostupné předtím, než se jedinec začne zabývat určitou učební úlohou;
- b) strukturovány do schémat;
- c) deklarativní a procedurální;
- d) částečně explicitní a částečně implicitní, skryté;
- e) složeny ze dvou souborů: obsahových znalostí a metakognitivních znalostí;
- f) svou podstatou dynamické;
- g) uchovávány ve speciální znalostní bázi dosavadních znalostí.

Podle Škody a Doulíka (2011) má vnitřní poznatkový systém dítěte následující charakteristiky:

1. Je velice rigidní, protože se opírá o velmi pevné a stabilní paměťové struktury.
2. Součástí vnitřních poznatkových systémů dětí jsou dětská pojetí fenoménů, které dítě obklopují. Jedná se o naivní dětské představy.
3. Z pohledu dospělých mohou být dětská pojetí a vnitřní poznatkové systémy dítěte velice naivní, směšné, evidentně nesmyslné, chybné. Klíčové však je, že jako subjektivně pravdivé a správné je vnímá samo dítě.

Samotná terminologie týkající se dětských pojetí i jejich definice však nejsou jednoznačné. Doulík (2011) našel celkem 28 termínů označujících fenomén dětských pojetí. Mareš (2013) tyto termíny dále rozřídil do několika kategorií: naivní teorie dítěte (children's naive theories); implicitní teorie dítěte (children's implicit theories); dětské naivní koncepce (children's naive conceptions); dětské implicitní koncepce (children's implicit conceptions); dětské dosavadní koncepce (children's prior conceptions); dětské alternativní koncepce (children's alternative conceptions); dětské mylné pojetí, miskoncepce (children's misconceptions).

Na závěr této podkapitoly uvádím Marešův pokus o definici žákovy pojetí učiva: „Žákovým pojetím učiva rozumíme souhrn žákových subjektivních poznatků, představ, přesvědčení, emocí a očekávání týkajících se školního učiva. Zahrnuje tedy kognitivní oblast. Dále oblast afektivní a konečně oblast konativní. Pohybuje od velmi mlhavých představ o učivu až po velmi vyhraněné názory.“ (J. Mareš, 2013, s. 398)

1.2. Struktura dětských pojetí

Mareš (2013) tvrdí, že soubor dětských poznatků o světě má svou „vnitřní“ logiku a slouží dítěti k vysvětlování a předpovídání toho, co kolem sebe vidí a slyší. Blíží se jistě „teorii“. Naivní teorie, koncepce atd. jsou vlastně dětskými interpretacemi jevů, s nimiž se dítě kolem sebe setkává.

Dle Marešovy definice mají dětská pojetí složku poznávací – kognitivní, složku afektivní i složku konativní – snahovou. Škoda a Doulík (2011) ve své publikaci dále rozvádějí kognitivní a afektivní složku dětských pojetí. K ní navíc přidávají ještě složku strukturální

Kognitivní složku vidí jako nejdůležitější. Je podle nich charakterizována svým obsahem a rozsahem. U žáků vzniká jedna záměrně (jako předmět cílené výuky, učení se, četbou apod.), jednak spontánně (např. během hry, zkušenostní poznávání).

Afektivní složka vzniká buď současně se složkou kognitivní, nebo se jedna z nich konstituuje dříve a může determinovat utváření té druhé, a to jak pozitivně, tak negativně. Ke spontánnímu vzniku dětských pojetí dochází obvykle na základě individuální zkušenosti a je téměř vždy emocionálně zabarveno, což je rozhodující pro utváření paměťových stop. Tento poznatek

vysvětluje rigiditu a stálost dětských pojetí, která jsou obvykle bohatá na epizodickou složku paměti ovlivněnou emocemi.

Strukturální složka vychází z asociačních vazeb mezi prekoncepty. Dětská pojetí jsou totiž organickou součástí systému poznání dítěte.

1.3. Vznik pojmů

Vygotskij i Piaget dělí skupiny dětských představ na pojmy běžného života (spontánní pojmy) a pojmy vědecké. Vygotskij dále rozpracovává pojetí edukačního procesu a vývoj žákovy poznání jako kontrast mezi spontánními pojmy a vědeckými pojmy.

Úroveň vývoje vědeckých pojmů se projevuje jako zóna nejbližších možností ve vztahu k běžným pojmům; razí jim cestu, je svého druhu propedeutikou jejich vývoje. Tedy na téže stupni vývoje u téhož dítěte se setkáváme s různými silnými a slabými stránkami běžných vědeckých pojmů. Slabost běžných pojmů se podle údajů výzkumu projevuje neschopností abstrakce a libovolného operování s nimi, tak jako se plně projevuje jejich nesprávné užívání. Slabostí vědeckého pojmu je jeho verbalismus, projevující se jako základní nebezpečí v jeho vývoji, jako nedostatečná nasycenost konkrétním. (Vygotskij, 2017, s. 71)

Mareš (2013, s. 389-390) pak více rozvíjí práci Piagetovu. Podle něj je pro žákovy poznání důležitý případ, kdy nerovnováha mezi asimilací a akomodací vyvolává u dítěte nové poznatky.

V principu může jít o dva případy:

1. Nové poznatky odpovídají existujícím poznatkovým schémátům – dochází k asimilaci do stávajících struktur, rozrůstání a kvantitativní obohacování existujících struktur, nová struktura je přizpůsobována struktuře stávající, dítě ji subjektivně přepracovává.
2. Nové poznatky neladí s existujícími schématy, navozují poznávací konflikt, odlišují se, zpochybňují některé části dosavadního poznatkového schématu – dosavadní struktury musí být přebudovány, restrukturovány, jde o kvalitativní změnu – dítě není v dané chvíli schopno dosavadními postupy zpracovat nové učivo a zároveň prožívá vnitřní konflikt, nové poznatky se jeví jako anomálie, jako provokující a vzdorující prvek – dítě buď nové poznatky odmítne, anebo se vydá náročnou cestou přebudování své dosavadní poznatkové struktury

1.4. Edukační aplikace

Škoda a Doulík (2011) doporučují v edukačním procesu co největší zapojení spontánního učení. Mareš (2013) dělí změny učitelova pojetí učiva na přímé a nepřímé a dále doporučuje následující změny a přístupy:

❖ Přímé

- Předvést různá žákovská pojetí vyskytující se ve třídě, rozebrat jejich slabiny a potom tyto miskoncepce cíleně měnit, rozšiřovat o chybějící prvky anebo nahrazovat špatné vztahy vhodnějšími.
- Porovnat mezi sebou dvě koncepce – mylnou a správnou – část srovnání předvede učitel, část dokončí žáci sami, tímto se učí „vidět“ a „pochopit“ shody a rozdíly.
- Zpočátku ignorovat chybné koncepce učiva a důkladně vyložit koncepci správnou, vzorovou, až většina žáků pochopí základy nové koncepce, vrátit se k původním miskoncepčním, srovnat je se správnou koncepcí a zvýraznit přednosti „vzorové“ koncepce.
- Zpočátku ignorovat chybné koncepce učiva a pomocí metafory, zjednodušující zkratky přiblížit žákům princip správné, vzorové koncepce. Až jim je jasná podstata, vyložit „kostru“ nové koncepce a postupně přidávat detaily.
- Nevymýšlet vlastní postupy, ale obstarat si hotové návody a postupy pro nápravu miskoncepceí.

❖ Nepřímé

- Navodit u žáků poznávací rozpor, zaskočít je něčím novým, nečekaným, paradoxním. Tím nepřímou stimulovat snahu dozvědět se víc, zjistit, jak to „doopravdy“ je.
- Navodit ve třídě takovou diskuzi, při níž si žáci uvědomují, že každý z nich má trochu jiné zkušenosti s daným tématem. Žáky začne zajímat, kdo z nich má vlastně pravdu nebo kdo je pravdě nejbližší. Pak se dají shrnout body, v nichž se třída shoduje, a body v nichž se rozcházejí. Poté buď učitel sám, nebo ve spolupráci se třídou konstruuje správné pojetí učiva.
- Žáky lze rozdělit do malých skupin a zadat jim úkoly, v nichž se vyjeví různé názory na strukturu učiva, různá subjektivní pojetí učiva. Úkolem skupiny je dospět ke společnému řešení, které pak její členové prezentují před celou třídou.
- Zadat žákům za domácí úkol úlohu, která vyžaduje zaujetí vlastního stanoviska, vyjevení subjektivního pojetí učiva apod. Počítat s tím, že diskuze vznikne v rámci rodiny a žák vyslechne i názory rodičů a do školy pak přinese výsledek rodinné diskuze.

2. Matematická část

V této části práce bych se rád věnoval tomu, jakým způsobem se utváří představy o číslech ve vědomí žáků a jakým způsobem žáci s číselnými představami pracují.

2.1. Číselné představy v historii

Vzhledem k tomu, že pravěcí lidé neuměli psát a nezanechali nám tak stopu svého myšlení, nejspíše nikdy se nedovíme, kdy přesně lidi napadly myšlenky, že se svět kolem nich dá abstrahovat do určité struktury, že se dá změřit, spočítat a že je možné zaznamenat množství. (M. Mareš, 2011, s. 16)

První důkazy, že lidé s množstvím nějakým způsobem pracovali sahají do doby 25 až 28 tisíc let nazpátek. Jednalo se o kost s řadou příčných zářezů – v první skupině jich bylo 20, ve druhé 25. Druhá kost, jež je mladší – z doby před 9 až 6,5 tisíci lety je zajímavější výskytem prvočísel. (M. Mareš, 2011, s. 16–17)

Podobnou evidenci množství používáme i my dnes (např. počítání piv, počítání dnů, apod.). Žákům dokonce tento zápis slouží k postupnému abstrahování jejich číselných představ.

Až postupem času a rozvojem civilizací došlo k abstrahování Světa čísel, který se konstituoval z reálného Světa věcí.

2.2. Číslo ve vědomí žáka

Ontogenetický vývoj číselných představ svým způsobem kopíruje fylogenetických číselných představ.

První náznaky číselných představ se začínají ve vědomí člověka objevovat kolem druhého roku. Hejný a Stehlíková tento proces nazvali Vynořování Světa čísel ze Světa věcí. (Hejný & Stehlíková, 1999, s. 64)

Svět věcí Hejný a Stehlíková rozumí soubor všech jeho představ o věcech, událostech, situacích, vztazích vnímaného světa. Svět věcí obsahuje i všechny zkušenosti člověka. Svět čísel je pak soubor všech jeho představ o číslech a číselných vztazích. (Hejný & Stehlíková, 1999, s. 64)

Proces vynořování má dle Hejného a Stehlíkové (Hejný & Stehlíková, 1999) dvě složky – verbální a sémantickou. Složka sémantická je rozhodující pro konstituování Světa čísel. Proces tohoto konstituování lze rozložit do čtyř vývojových stádií:

1. Stádium otevření Světa čísel – dítě začne rozlišovat mezi jednotným a množným číslem, tj. mezi jeden a mnoho.

2. Stádium separovaných představ – dítě má představu o tom, co jsou tři židle, tři panenky, ale zatím neví, že se tyto představy dají zastupovat.
3. Stádium univerzálních představ – dítě již má představu o vzájemném zastupování. Dosažení tohoto stádia chápe Hejný jako konstituování Světa čísel, který zatím nenabyl autonomie.
4. Stádium abstraktních představ – dítě je schopno smysluplně manipulovat s představou tři, čtyři... Nepotřebuje ukotvení ve světě věcí. Svět čísel nabývá své svébytnosti.

Dvouleté nebo tříleté dítě již vnímá počet věcí kolem sebe. Nejprve pracuje s nízkými přirozenými čísly. Ukazuje dvě, později tři. U větší množiny prvků ukazuje, že je věcí moc. Až s postupem vnímá další čísla. V šesti letech je schopno určit počet prvků ve skupinách, ve kterých je šest až deset prvků. (Blažková, 2017, s. 28)

Mezi prvním stádiem a zbylými stádii konstituování světa čísel učiní dítě obrovský pokrok ve svém myšlení. Přestává si všimnout všech viditelných vlastností (Blažková, 2017) a dochází k postupné abstrakci.

Na konci pátého a v průběhu šestého roku dítě rozumí základním aritmetickým operacím, a to sčítání a odčítání. Porozumění těmto operacím dítěti umožňuje chápat celek jako souhrn částí. Dítě se v tomto období spontánně seznamuje s číslicemi a na konci předškolního období dokáže některé číslice přečíst a některé zvládá i zapsat.

Se vstupem do školy a v první třídě základní školy se dovednost počítání mění a to tak, že dítě přechází od názorného počítání k abstraktnímu, tedy dítě dokáže správně interpretovat matematické operace bez jejich grafického znázornění.

Až do dvanáctého roku je počítání vysoce konkrétní, dítě většinou počítá to, co si dokáže samo představit, popřípadě lze snadno znázornit. Slovní úlohy které dítě řeší, jsou založeny na konkrétních znalostech a zkušenostech dítěte.

Teprve po dvanáctém roku je dítě schopno provádět své výpočty na základě hypoteticko-deduktivním, vyvozovat poznatky z předchozích výpočtů, a tak abstraktně uvažovat o možném řešení. (Novák, 2004)

2.3. Nebezpečí izolace a nemoc formalismu

Když dítě nastoupí do školy, dochází k rychlému konstituování Světa čísel, který nabývá své svébytnosti. Učitelé na základní školách se snaží co nejdříve dostat své žáky ze stádia 3 do stádia 4. Kvůli tomu nutí své žáky často potlačit vazbu čísel na Svět věcí (např. zákaz užívání prstů při počítání). Činí tak v dobré víře, s úmyslem celý proces zrychlit. (Hejný & Stehlíková, 1999, s. 65)

Bez propojení na Svět věcí ztrácí Svět čísel smysl své existence a je silně deformován. Tuto deformaci nazývá Hejný formalismem a chápe ji jako zhoubnou a značně rozšířenou nemoc kognitivního ústrojenství žáka. (Hejný & Stehlíková, 1999, s. 65)

Pro Svět čísel je životně důležité uchovat si trvalé propojení na Svět věcí. Tedy schopnost dítěte modelovat situace Světa věcí uvnitř Světa čísel a interpretovat situaci Světa čísel ve Světě věcí. Obě uvedené schopnosti lze použít jako diagnostický nástroj na zjišťování, do jaké míry je Svět čísel daného žáka nakažen nemocí formalismu. (Hejný & Stehlíková, 1999, s. 65)

Osobní přínos

Jsem velmi vděčný za možnost výběru vlastního tématu seminární práce. V průběhu semestru jsem se dostal k mnoha zajímavým zdrojům informací. Z některých jsem citoval i v teoretické části této práce a jsou uvedeny v seznamu použité literatury na samotném konci.

Moje snaha však nesměřovala pouze do oblasti teoretického obohacení mých dosavadních vědomostí. Ale snažil jsem se teorii aplikovat do praxe. Mnohem více jsem si všiml, jakým

způsobem žáci ke svým číselným představám přistupují, jak pracují s matematickými symboly a jakým způsobem mi své počínání následně vysvětlují.

Bylo velmi přínosné procházet s nimi úlohy rozvíjející kritické myšlení a diskutovat s nimi nad způsoby, jakými úlohy uchopovali. Měl jsem možnost tyto slovní úlohy řešit nejen se žáky 3. ročníku, ale vidět i řešení těchto úloh u žáků 5. ročníku.

Zajímavým poznatkem bylo, že žáci 3. ročníků k úlohám přistupovali mnohem více intuitivně a spíše našli či dokázali zdůvodnit řešení. Žáci 5. ročníku se pak snažili všechny úlohy řešit naučeným algoritmem tak, jak se to „bude chtít u přijímaček“. Vím, že se jedná o velmi izolované poznání, které může mít mnoho vysvětlení. Ale tento jev mne motivuje k dalšímu studiu celé problematiky.

V tomto semestru jsem kromě práce a praxe ve škole měl také možnost doučovat žačku 6. ročníku, které byla již na prvním stupni diagnostikována dyskalkulie. I to byla obohacující zkušenost, protože při výuce jeden na jednoho je mnohem větší prostor pro diskuzi a vzájemné vysvětlování. U této žačky jsem během prvního společného sezení zjistil, že její Svět čísel je naprosto odtržený od Světa věcí. Matematika pro ni byla jako výuka kouzelných formulí. Učila se je, protože musela, ale neviděla v tomto učení se vůbec žádnou návaznost na realitu, což se mi postupem času začalo dařit měnit.

Hlouběji jsem pochopil, jak je důležité respektovat individualitu každého jedince, jeho vlastní rychlost průchodu jednotlivými stádii procesu konstituce Světa čísel.

Zajímavé pro mne bylo, že poznatky, které jsem získal díky četbě matematických publikací, jsem začal využívat i při práci v dalších hodinách. Změnila se tak struktura mého vlastního vnímání.

Jako velmi přínosné hodnotím myšlení pana profesora Hejného, se kterým se podělil ve své publikaci. Velmi mě oslovil jeho empirický přístup při rozboru slovních úloh na elementární údaje a způsob práce s nimi. Sdílím s ním jeho názor na to, že didaktika jako věda by měla umět předpovídat některé jevy a jeho způsob výzkumu na mě působí tak, že ho mohu i já sám využít jako učitel ve své třídě.

Zajímavý pro mě byl i seznam pozoruhodností, který se postupně vynořoval při rozboru slovních úloh na elementární základní údaje.

Chtěl bych do budoucna využít přístupu pana profesora. Ke svým přípravám a hodinám bych chtěl přistupovat více jako badatel a výzkumník. Zkusit si k nim vymýšlet hypotézy a následně zkoumat jejich pravdivost.

V neposlední řadě mne velmi inspirovalo i čtení o historickém vývoji matematiky.

Závěr

Na závěr této práce bych chtěl zhodnotit splnění vytyčených cílů. Jsem přesvědčen o tom, že jsem vytyčené cíle splnil nad svá očekávání. Navíc jsem do budoucna motivován se v této oblasti dále vzdělávat – nejen doplňovat si své znalosti, ale být i malým vědcem v rámci své vlastní třídy. Celá cesta byla velice inspirující, ale nejlepší na ní podle mého názoru je, že jsem ušel teprve její úvodní etapu a že tato cesta ještě nekončí.

Seznam použité literatury

- Blažková, R. (2017). *Didaktika matematiky se zaměřením na specifické poruchy učení*. Masarykova univerzita.
- Hejný, M., & Stehlíková, N. (1999). *Číselné představy dětí: Kapitoly z didaktiky matematiky*. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.
- Mareš, J. (2013). *Pedagogická psychologie*. Portál.
- Mareš, M. (2011). *Příběhy matematiky: Stručná historie královny věd*. Pistorius & Olšanská.
- Novák, J. (2004). *Dyskalkulie: Metodika rozvíjení základních početních dovedností*. Tobias.
- Škoda, J., & Doulík, P. (2011). *Psychodidaktika: Metody efektivního a smysluplného učení a vyučování*. Grada.
- Vygotskij, L. S. (2017). *Psychologie myšlení a řeči*. Portál.