

**MUNI**  
**PED**

# **Aritmetika 2 – jaro 2021**

## **2. prezentace**

Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

RNDr. Petra Bušková

# Znaky dělitelnost

- Uvedeme zde věty, na základě nichž rozhodujeme o dělitelnosti čísla jiným číslem, aniž bychom dělení provedli.
- Pro zjednodušení zápisu ve všech větách uvažujme přirozená čísla zapsaná v desítkové soustavě. Na základě předchozí prezentace lze věty o dělitelnosti rozšířit i na celá čísla.

- Přirozené číslo  $a$  je dělitelné **dvěma (pěti, deseti)** právě tehdy, když je dvěma (pěti, deseti) dělitelné číslo zapsané jeho cifrou nultého řádu.
- Přirozené číslo  $a$  je dělitelné **čtyřmi** právě tehdy, když je čtyřmi dělitelné číslo zapsané jeho posledním dvojčíslem.
- Přirozené číslo  $a$  je dělitelné **osmi** právě tehdy, když je osmi dělitelné číslo zapsané jeho posledním trojčíslem.
- Přirozené číslo  $a$  je dělitelné **třemi (devíti)** právě tehdy, když je třemi (devíti) dělitelný jeho ciferný součet (tj. součet všech čísel zapsaných jednotlivými ciframi v zápisu čísla  $a$ ).
- Přirozené číslo  $a$  je dělitelné **jedenácti** právě tehdy, když je jedenácti dělitelný součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi sudého řádu zmenšený o součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi lichého řádu v zápisu čísla  $a$ .

# Znaky dělitelnosti

- = Na předchozím slidu chybí věta pro rozpoznání dělitelnosti **šesti** a **sedmi**. Přestože existují způsoby, jak bez výpočtu zjistit, zda je číslo dělitelné sedmi, jednoduché vydělení bývá rychlejší.

Znak dělitelnosti šesti si jistě snadno odvodíte z rozkladu  $6 = 2 \cdot 3$ .

- Zjišťování dělitelnosti **jedenácti** demonstrujeme na příkladu s číslem

28 037 856:

Součet čísel zapsaných ciframi sudého řádu:  $8 + 3 + 8 + 6 = 25$

Součet čísel zapsaných ciframi lichého řádu:  $2 + 0 + 7 + 5 = 14$

– Všechny znaky dělitelnosti ze 3. slidu plynou z obecnějších vět:

- Dělíme-li přirozené číslo  $a$  **dvěma (pěti, deseti)**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme dvěma (pěti, deseti) číslo zapsané cifrou nultého řádu v zápisu čísla  $a$ .
- Dělíme-li přirozené číslo  $a$  **čtyřmi**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme čtyřmi číslo zapsané jeho posledním dvojčíslím (u jednociferných čísel doplníme před cifru nulu).
- Dělíme-li přirozené číslo  $a$  **osmi**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme osmi číslo zapsané jeho posledním trojčíslím (u méně než trojciferných čísel doplníme před cifry nuly).
- Dělíme-li přirozené číslo  $a$  **třemi (devíti)**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme třemi (devíti) jeho ciferný součet.
- Dělíme-li přirozené číslo  $a$  **jedenácti**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme jedenácti součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi sudého řádu zmenšený o součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi lichého řádu v zápisu čísla  $a$ .

—Všechny věty na předchozím slidu lze dokázat pomocí věty následující.

Věta:

Je-li celé číslo  $a$  součtem dvou celých čísel, z nichž jedno je násobkem celého čísla  $b$ , pak druhé dává při dělení číslem  $b$  stejný zbytek jako číslo  $a$ .

Důkaz:

Zapišme si  $a = c_1 + c_2$ , kde  $b|c_1$ , můžeme tedy zapsat  $c_1 = b \cdot x$ , kde  $x$  je celé číslo. Původní rovnost tedy upravíme

# Příklady

## Příklad 1

Rozhodněte, zda je číslo 4 356 dělitelné čísly 2; 3; 4; 5; 8; 9 a 11. Pokud není některým z čísel dělitelné, určete zbytek po dělení.

## Příklad 2

V číslech  $437^*$ ;  $32^*$  a  $4^*54$  nahradte symbol  $*$  takovou cifrou, aby vzniklé číslo bylo dělitelné

- a) čtyřmi;
- b) osmi;
- c) devíti;
- d) jedenácti.

Uveďte vždy všechna řešení.

# Příklady

## Příklad 3

O pěticiferném čísle  $448^{**}$  víme, že je dělitelné čísly 3 a 25. Doplňte cifry na místa hvězdiček. Najděte všechny možnosti.

## Příklad 4

Z čísla 74 851 562 vyškrtněte čtyři cifry tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné pěti a třemi. Najděte všechny možnosti.

## Příklad 5

Doplňte rodné číslo  $950324/^{****}$  tak, aby bylo platné. Stačí uvést jednu možnost.

## Příklad 6

Dokažte s využitím rozvinutého zápisu čísla kritérium dělitelnosti

a) čtyřmi

8 b) devíti