MUNI
PED

Aritmetika 2 – jaro 2021

5. prezentace

Mgr. Helena Durnová, Ph.D.
RNDr. Petra Bušková

Nejmenší společný násobek

Podobně jako u největšího společného dělitele, i zde je pojem intuitivní. Ze všech společných násobků dvou čísel (kterých je ovšem nekonečně mnoho) vybíráme právě ten nejmenší.

Např. čísla 15 a 6 mají následující násobky:

15 -> 15; **30**; 45; **60**; 75; **90**; 105; 120; 135; 150; 165; 180 …

6 -> 6; 12; 18; 24; **30**; 36; 42; 48; 54; **60**; 66; 72; 78; 84; **90**; 96 …

Nejmenší společný násobek čísel 6 a 15 je číslo 30. Dalšími společnými násobky jsou čísla 60, 90, 120, 150 … Je vidět, že nejmenší společný násobek dělí všechny společné násobky daných dvou čísel.

MUNI PED

Definice n(a,b)

Definice 7:
Společný násobek přirozených čísel *a, b* je každé přirozené číslo *m*, které je dělitelné oběma čísly *a, b*, tedy $a|m$ a $b|m$.

Definice 8:
Nejmenší společný násobek přirozených čísel *a, b* je ten ze společných násobků, který je dělitelem všech společných násobků čísel *a, b*. Označujeme **n(*a,b*)**

Nejmenší společný násobek

- V množině přirozených čísel platí, že n(a,b) je nejmenší číslo ze společných násobků čísel a, b.
- Definice 7 i 8 lze rozšířit na libovolný počet přirozených čísel a_1, a_2, … , a_n.

Věta 6:
Pro každá dvě přirozená čísla a, b platí $a \cdot b = \mathrm{n}(a,b) \cdot \mathrm{D}(a,b)$.

Pozor, Větu 6 nelze rozšířit na libovolný počet přirozených čísel!

Hledání n(*a*,*b*)

- Nejmenší společný násobek čísel *a, b* můžeme určit třemi způsoby:
  a) využitím definice, tj. vypsáním násobků obou čísel a nalezením nejmenšího společného násobku,
  b) využitím vztahu $a \cdot b = \mathrm{n}(a, b) \cdot \mathrm{D}(a, b)$,
  c) pomocí rozkladu na součin prvočinitelů – n(*a*,*b*) musí obsahovat všechna prvočísla vyskytující se v rozkladu čísel *a, b,* a to v nejvyšší mocnině, ve které se vyskytují.

Příklad

Najděte nejmenší společný násobek čísel 24 a 36.

Řešení:

a) podle definice:

Násobky čísla 24: 24, 48, **72**, 96, 120, **144**, 168, 192, **216**, …

Násobky čísla 36: 36, **72**, 108, **144**, 180, **216**, 252, 288, 324, …

Nejmenší společný násobek **n(*a*,*b*)=72**.

b) využitím vztahu $a \cdot b = \mathrm{n}(a,b) \cdot \mathrm{D}(a,b)$

Libovolným způsobem určíme, že D(*a*,*b*)=12 (platí $24 = 2 \cdot 12,\ 36 = 3 \cdot 12$).

$$24 \cdot 36 = \mathrm{n}(a,b) \cdot 12$$

MUNI PED

Příklady

Příklad 1

Nalezněte alespoň tři přirozené společné násobky čísel

a) 5, 12

b) 17, 0

c) - 6, 8, 17

Příklad 2

Určete všechny společné násobky čísel 60 a 144, které jsou větší než 1000 a menší než 2000.

Příklad 3

Určete obecně (ze začátku můžete za *a* a *b* dosazovat nějaká čísla):

a) n(a,1)

b) n(a,a)

c) n(a,ab)

d) n(a,a+1)

MUNI PED

Příklady

Příklad 4

Jak se změní nejmenší společný násobek dvou přirozených čísel, když každé z nich vynásobíme třemi?

Příklad 5

Určete pomocí rozkladu na prvočinitele i pomocí vztahu mezi n(a,b) a D(a,b)

a) n(222, 185)

b) n(360, 504)

c) n(90, 108, 84)

d) n(156, 182, 208)

MUNI PED