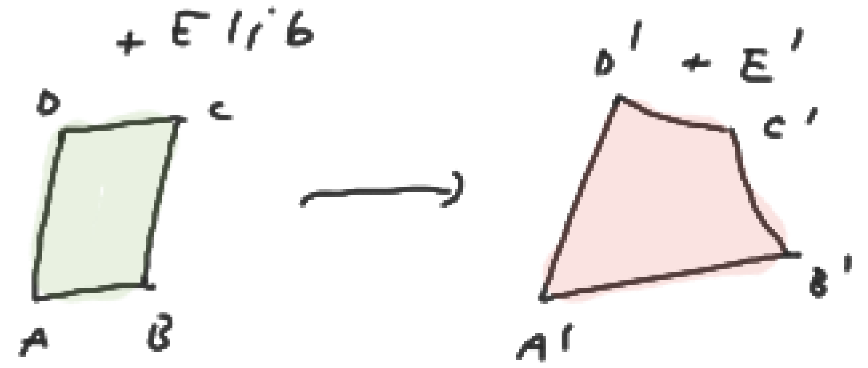
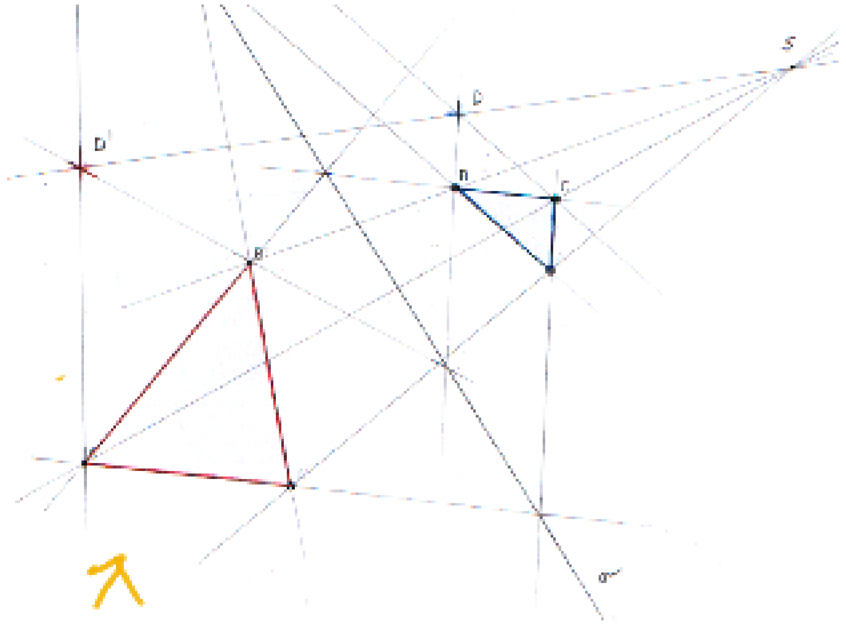
# X. PROJEKTIVNÍ ZOBR.

• každé dva □ jsou afinně ekvivalentní...



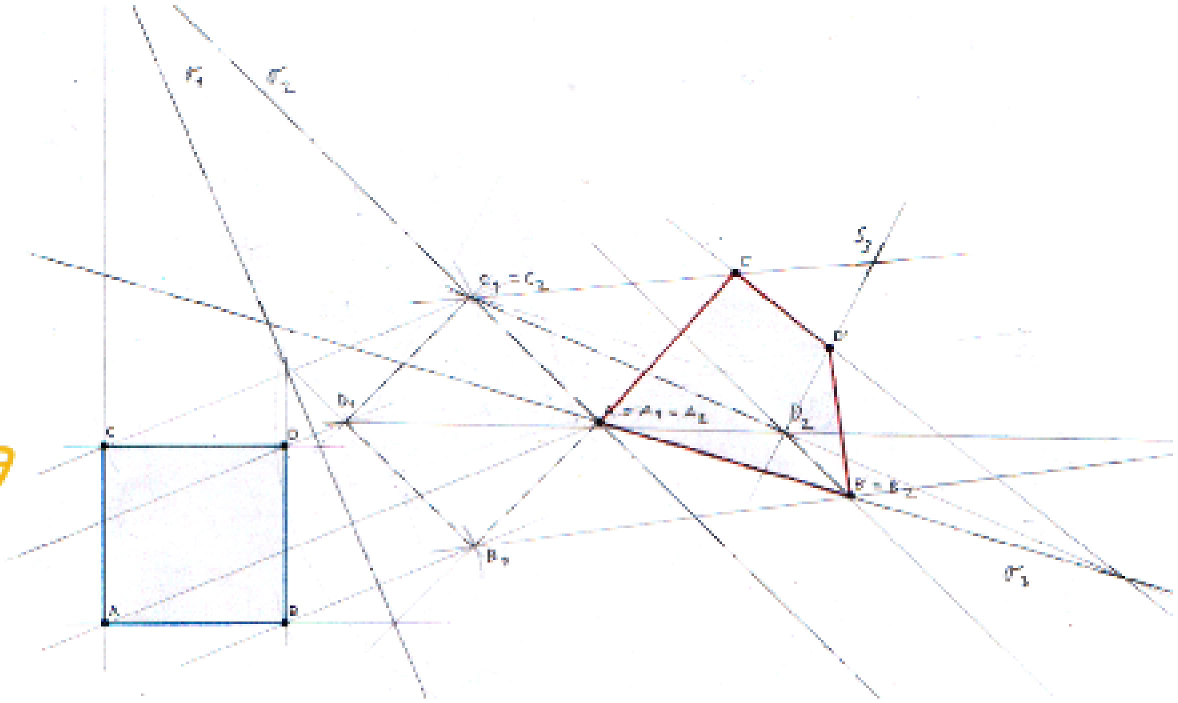

(B) VLASTNOSTI

- KOLINEÁRNOST
- DVOJPOMĚRY čtveřic kolin. bodů



(A) ZÁKLADNÍ

- OSOVÁ KOLINEACE

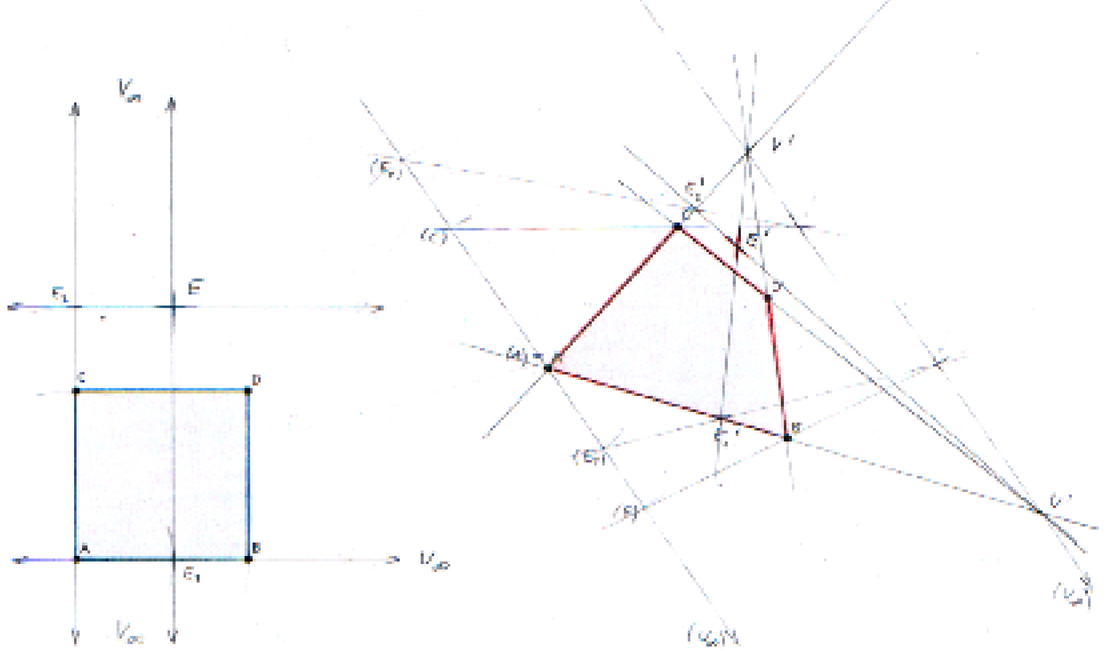


(C) SKLÁDÁNÍ

- pomocí ZÁKLADNÍCH

(D) OBECNÉ

- pomocí VLASTNOSTÍ



## (A) ZÁKLADNÍ = OSOVÁ KOLINEACE

... určena osou, STŘEDEM a KOEF. $m \in \mathbb{R}$

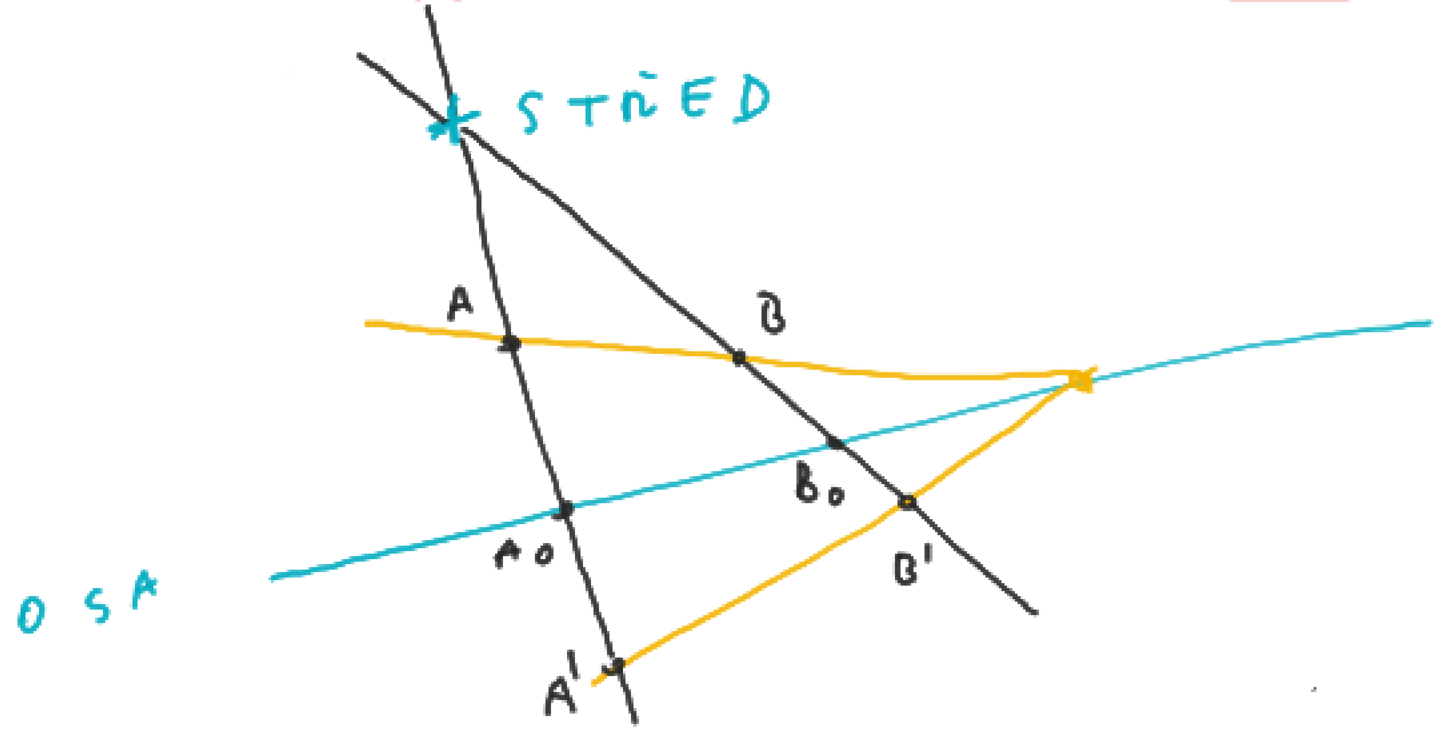
... tak, že

1) $AA'$ proch. středem
2) DVOJPOMĚR $(S A A_0 A') = m$

pro lib. $A$

DVOJPOMĚR = "dvojitý poměr"

$$(S A A_0 A') = \frac{\overrightarrow{SA_0}}{\overrightarrow{AA_0}} : \frac{\overrightarrow{SA'}}{\overrightarrow{AA'}}$$



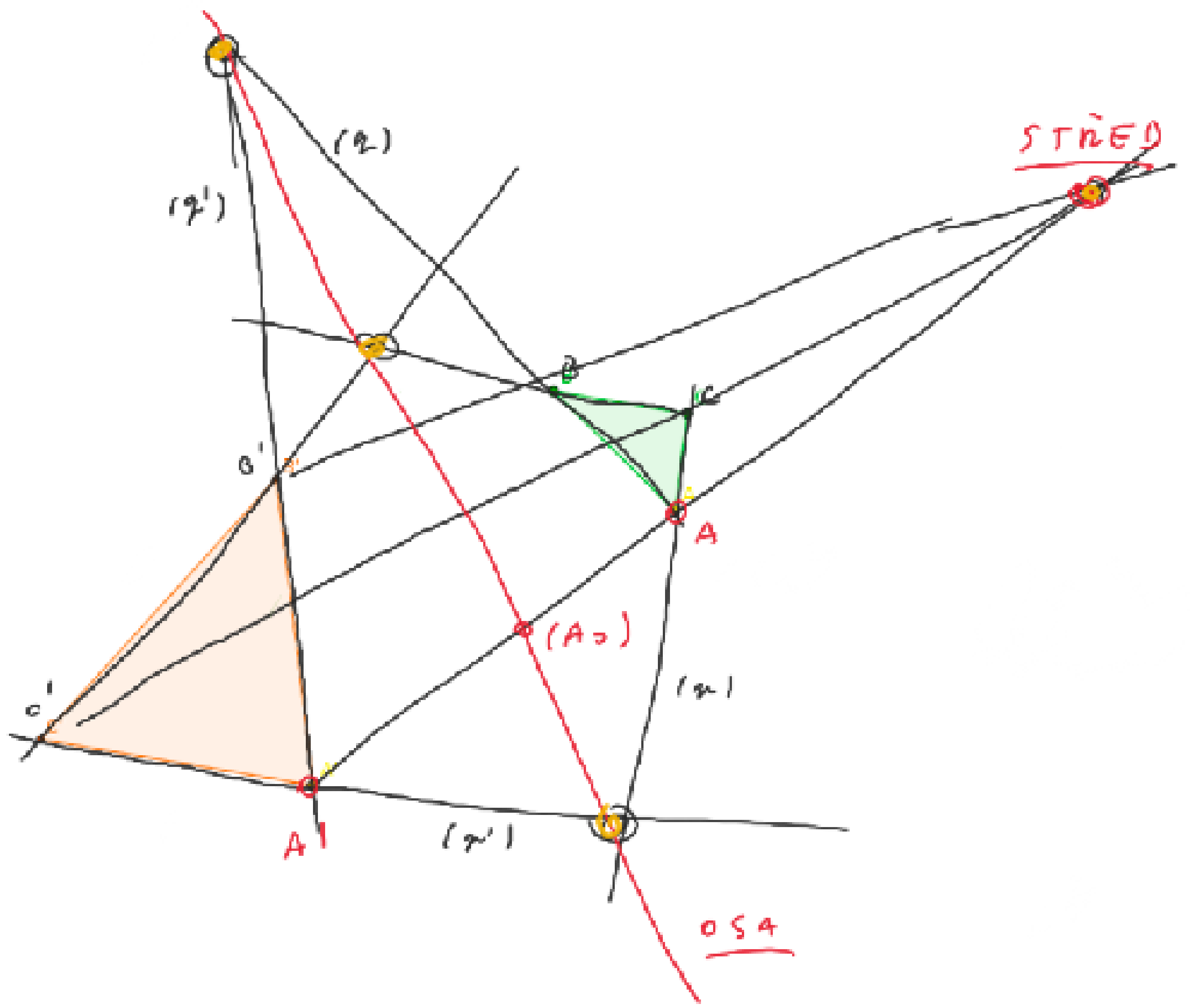

POZN.

- ($m =$) dvojpom. $(S A A_0 A') = (S B B_0 B')$ $\Longleftrightarrow$ $AB \cap A'B'$ na ose

[PAPPOVA VĚTA]

- střed = PEVNÝ bod
- každý bod na ose je PEVNÝ.

## (A) ZÁKLADNÍ ... charakterizace




**OSOVÁ KOLINEACE**

$\Updownarrow$

1) $AA', BB', CC'$ proch. bodem ... STŘED
2) $AB \cap A'B'$, $BC \cap B'C'$, $AC \cap A'C'$ leží na přímce ... OSA

$\rightsquigarrow$ modul = dvojpom. $(SAA_0A')$

### POZN.

- involutivní
  $\Leftrightarrow$ $\underbrace{m=1}_{id}$ nebo $\underbrace{m=-1}_{\text{harmonická soum.}}$

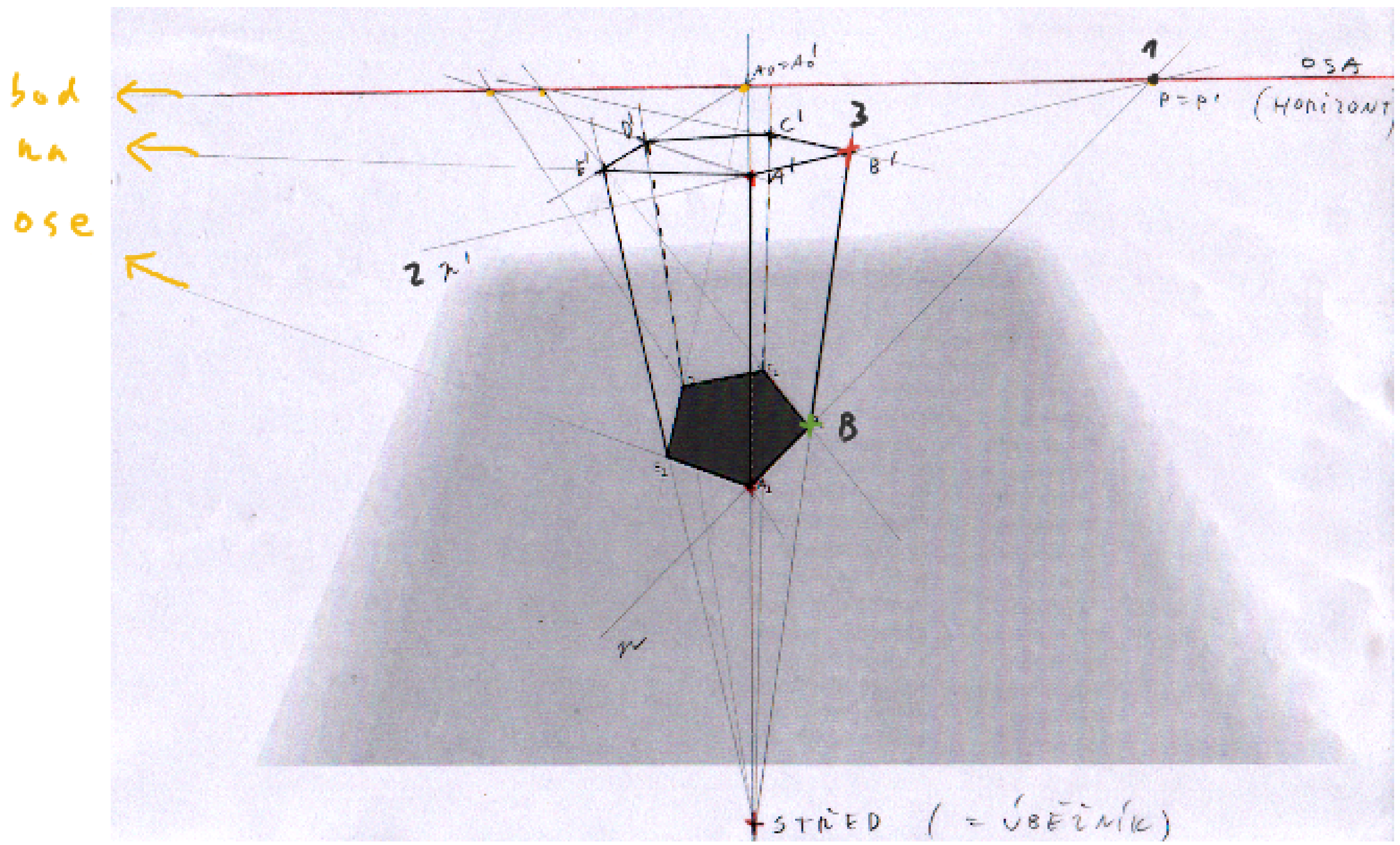
- $p = p' \Leftrightarrow p = $ osa nebo $p \ni$ střed

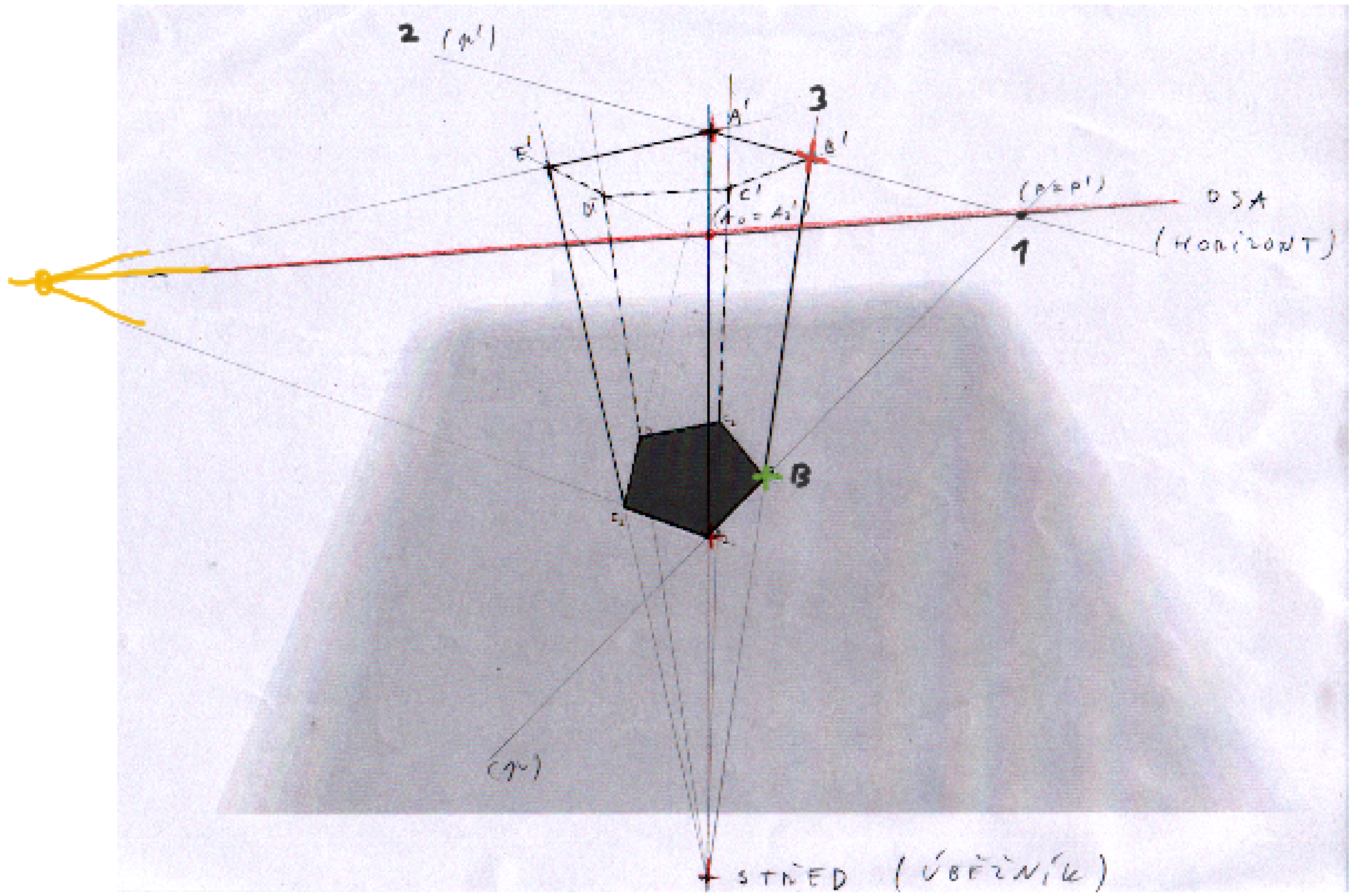
### SPEC. PŘÍPADY

STŘED $\to \infty$ ... OS. AFINITA

OSA $\longrightarrow \infty$ ... STEJNOLEHLOST

# (A) ZÁKLADNÍ ... obraz ob. bodu




1) $P = P' = AB \cap$ osou
2) $A'B' = A'P'$
3) $B' \in$ přímce $sA$

**POZN.**

- sr. Desarguesovou větou
  ( ex. STŘED|SMĚR $\Longleftrightarrow$ ex. OSA )
- sr. s PRŮMĚTEM hranolu
  ( .. osa = HORIZONT = ÚBĚŽNICE rovin podstav,
  střed = ÚBĚŽNÍK hran )

## (B) VLASTNOSTI (invarianty)

osová kolineace ⇝ každé PROJEKTIVNÍ zobr. zachovává

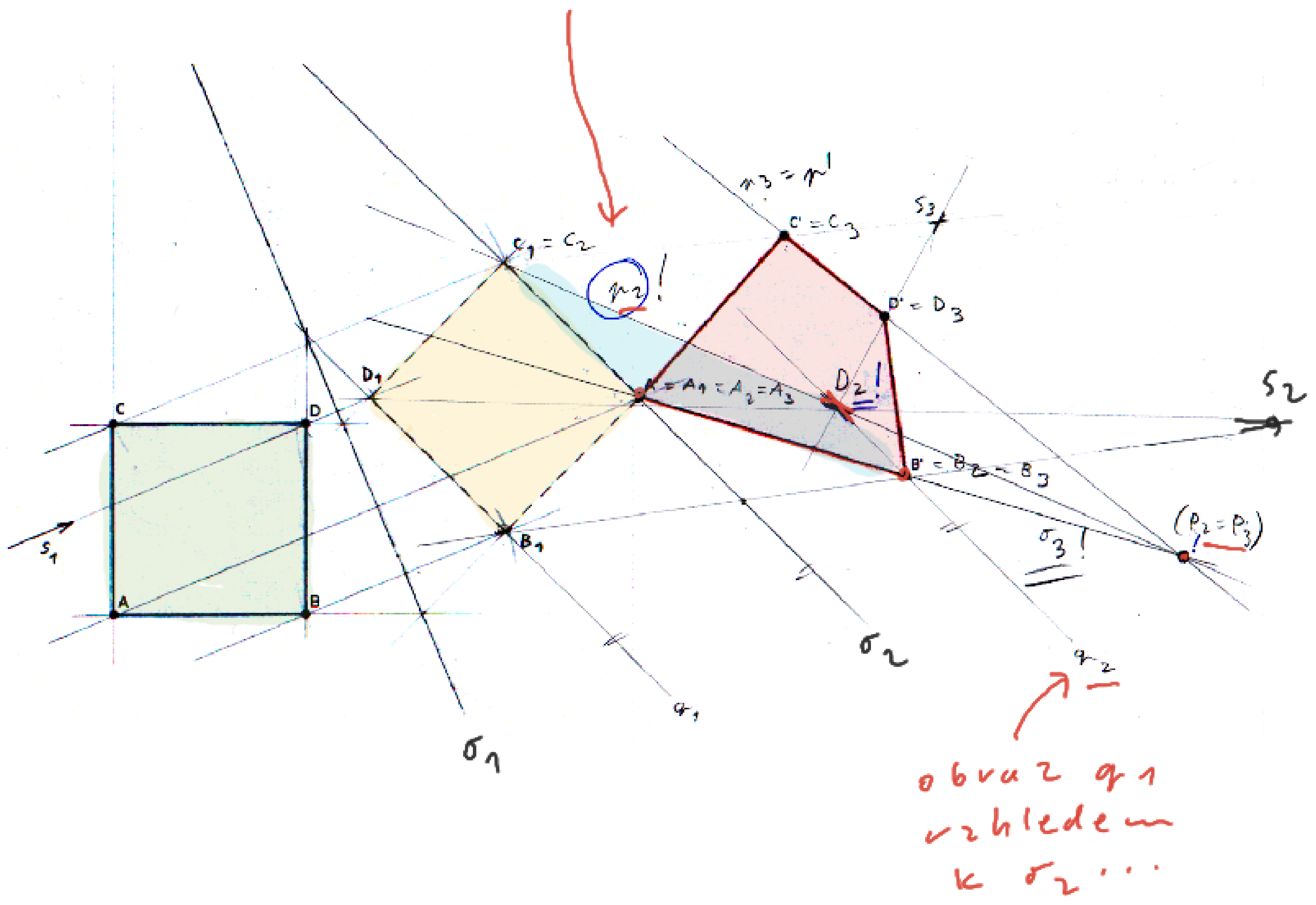
- KOLINEÁRNOST  (resp.  )
- DVOJPOMĚRY čtveřic kolin. bodů


(..pokud nedegen.)

POZN.

- NEMUSÍ být injektivní
- NEMUSÍ zach. konvexitu 

(c) SKLÁDÁNÍ ... vyjádřete dané proj. zobr. jako složení z ákladních (= os. kolineací)




KONSTR.

1) $o_1$ lib.

volíme $o_1$ = osa $AA'$

⇝ $A_1B_1C_1D_1$ = os. soum. $ABCD$

⇝ $A_1 = A'$

2) $o_2 \ni A'$ !

volíme $o_2 = A'C_1$, $B_1 \mapsto B'$

& $D_1 \mapsto D_2$,

kde $\boxed{D_2 = p_2 \cap q_2}$

⇝ $A_2B_2C_2D_2$ = obraz $A_1B_1C_1D_1$

⇝ STŘED $S_2 = B_1B_2 \cap D_1D_2$

3) $o_3 = A'B'$, $C_2 \mapsto C'$, $D_2 \mapsto D'$ !

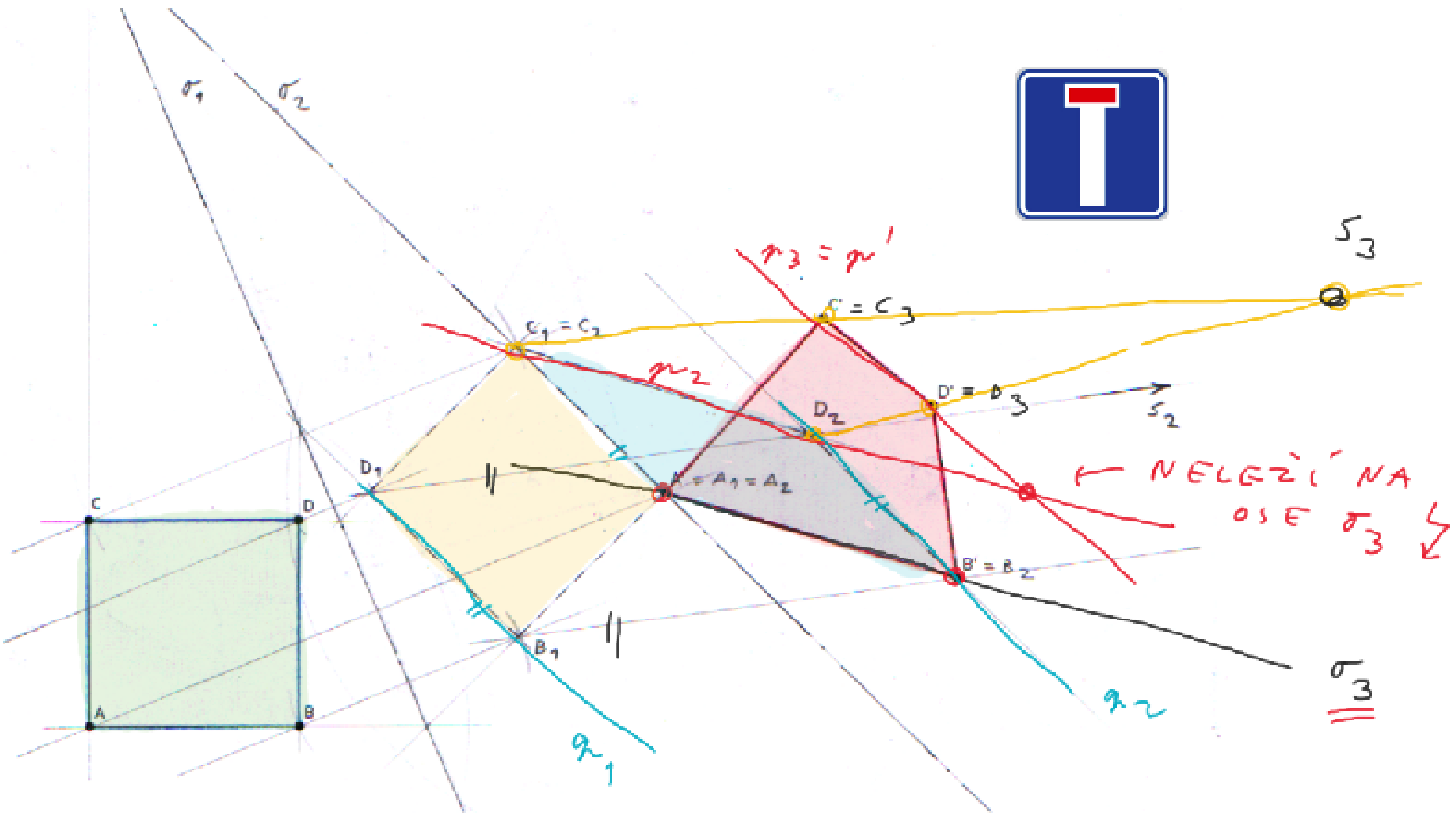
⇝ $A_3B_3C_3D_3 = A'B'C'D'$

⇝ STŘED $S_3 = C_2C' \cap D_2D'$

HOTOVO ... stačí MAX. 3

(c) SKLÁDÁNÍ ... POZOR!

pokud bychom v kroku 2) NEPŘEDVÍDALI, ...

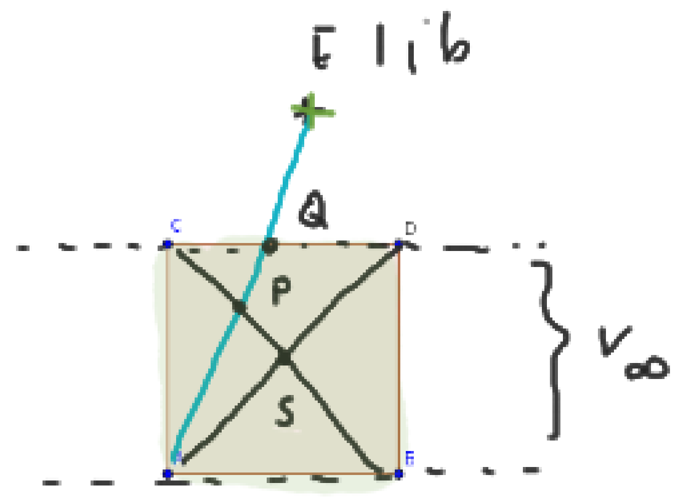


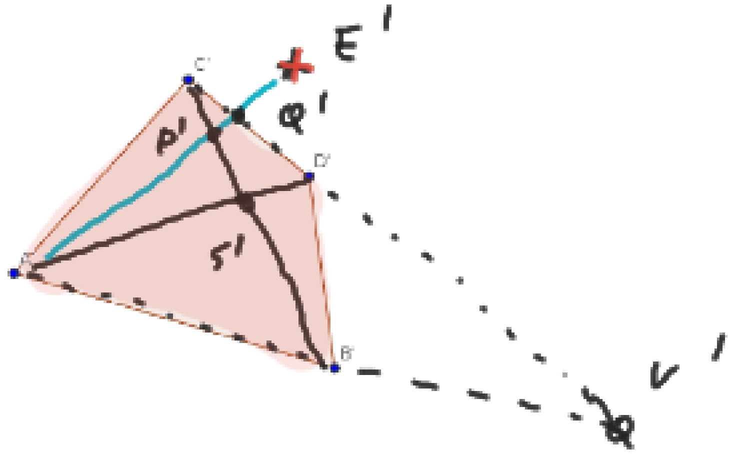

zde (CHYBNĚ)

2) osová afinita
$\sigma_2 = A'C_1$ & $B_1 \mapsto B'$

... tak máme PROBLÉM!

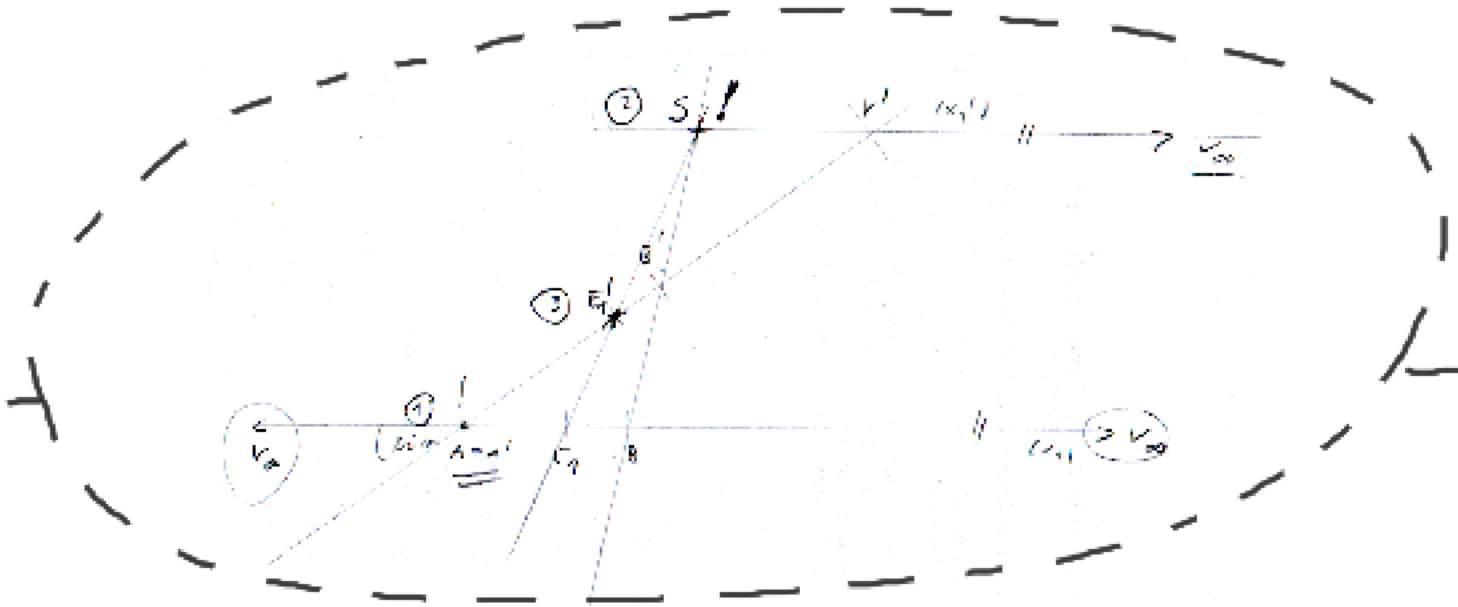
## (D) OBECNĚ ... obraz ob. bodu pomocí vlastností

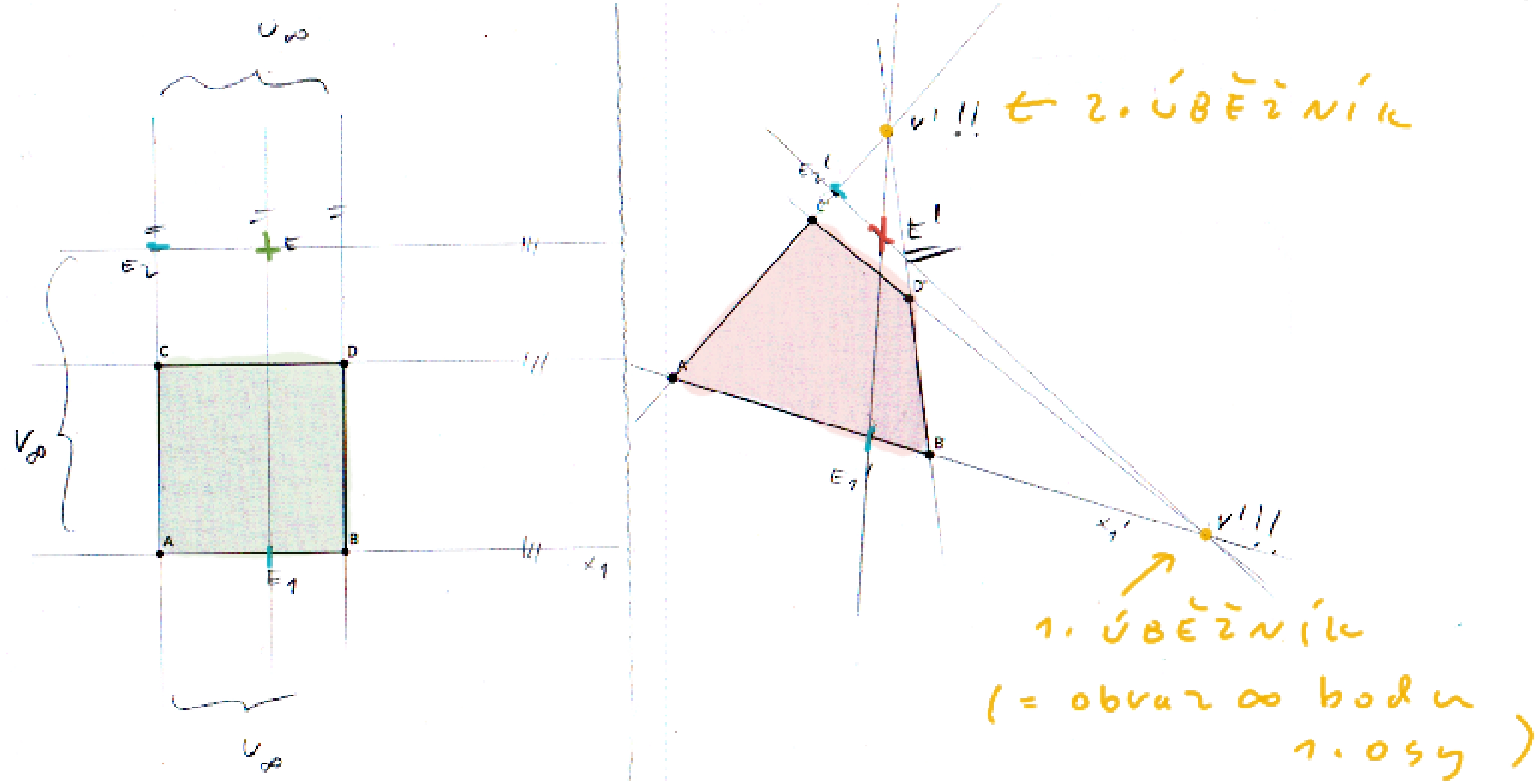



### NÁPADY

a) přenášení DVOJPOMĚRŮ
[2x např. pomocí P a Q]



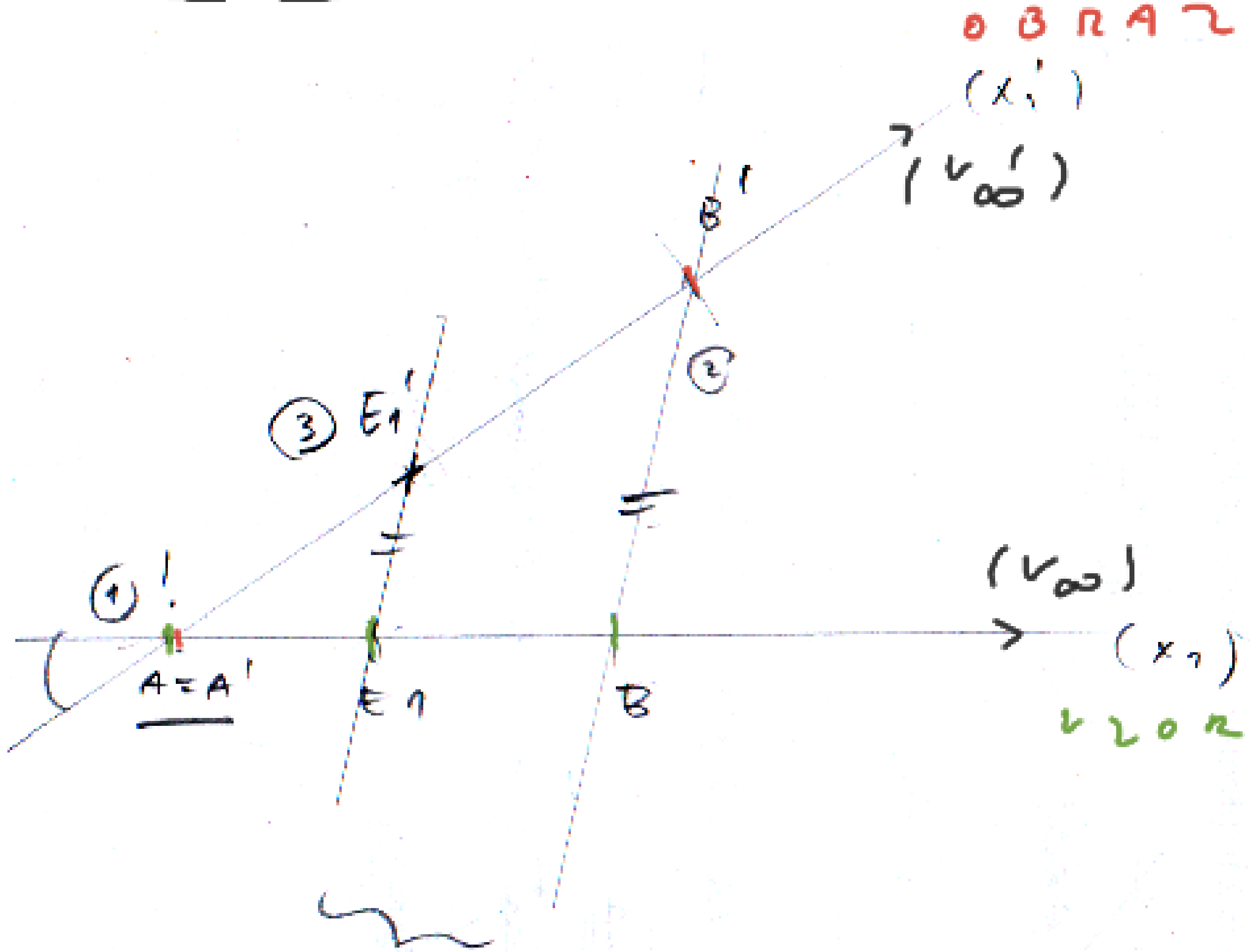



b) přenášení "SOUŘADNIC"

- $E_1$, $E_2$ = souř. bodu E
  [pomocí ||]
- $E_1'$, $E_2'$ = obrazy $E_1$, $E_2$
  [DVOJPOMĚRY 2x]
- E' = složení obrazu
  [pomocí ÚBĚŽNÍKŮ]

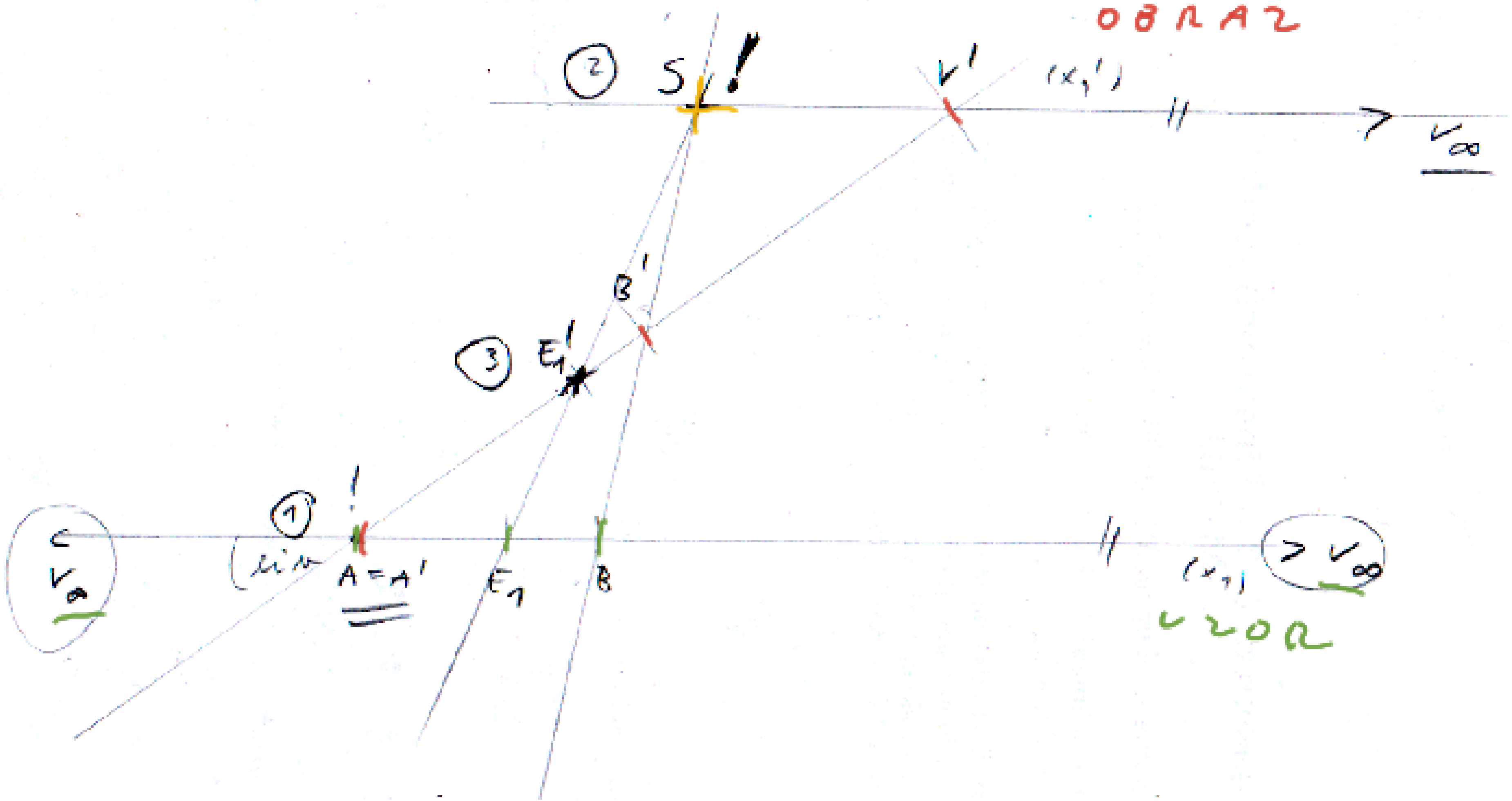
# DETAIL K PŘENÁŠENÍ ...

## POMĚRŮ




Střed $\infty$

## DVOJPOMĚRŮ




## KONSTR.

1) ličujeme jediným bodem [např. $A = A'$, $\measuredangle$ lib.]
2) konstrukce STŘEDU [$S = BB' \cap vv'$]
3) OBRAZ bodu [$E_1' = SE_1 \cap x_1'$]

## DŮKAZ

PODOBNÉ △

PAPPOVA VĚTA!