

cvičení 02: popisná statistika

Příklady viz nová učebnice pro SŠ:

Robová, Hála, Calda: Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Část STATISTIKA: str. 148-194, neučte se pojem výběrového rozptylu a výběrové směrodatné odchylky na str. 180-182

Jazyk R je pouze pro zájemce, všechno lze počítat i s kalkulačkou!!

Příklad A, str. 150:

- Jsou zadány četnosti jednotlivých typů SŠ, odkud jsou studenti
 - a) sestavte histogram četností z těchto dat
 - b) spočtete relativní četnosti a zobrazte je v kruhovém diagramu

Řešení v R:

- `barplot(c(48,20,160,92))` # nakreslí obdélníčky dané výšky
- `pie(c(48,20,160,92))` # nakreslí koláčový graf
- `relc<- (1/320)* c(48,20,160,92)` # relativní četnosti
- `pie(relc)` # nakreslí koláč četností relativních

Příklad B, str. 152:

- Jsou zadány velikosti prodaných obleků během jednoho týdne v dané prodejně ...
 - a) sestavte histogram četností a polygon četností z těchto dat,
 - b) sestavte tabulku relativních četností, kumulativních absolutních četností, kumulativních relativních četností pro tato data
 - c) určete modus a medián, průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku velikostí obleků
 - d) Určete variační rozpětí a mezikvartilové rozpětí velikosti obleků
 - e) Určete 0.45-kvantil, 0.57-kvantil, 0.869-kvantil ... pomocí kumulativních relativních četností

v R:

- `obleky<- c(39,43,42,41,41,39,41,42,40,42,40,40,42,41,41,43,41,42,38,38,40,39,40,39,42,41,40,41,42,37,39,41,40,43,41,42,43,41,40,45,42,38,42,41,43,40)`
- `hist(obleky,col=6:7,breaks=36.5:45.5)` # histogram, strida barvy 6-7
a středy obdélníčků umístí do celočíselných hodnot, hranice jsou posunuty
- `table(obleky)` # spočte četnosti

- `x<- c(37,38,39,40,41,42,43,45)` # opiseme hodnoty znaku do vektoru x
- `y<- c(1,3,5,9,12,10,5,1)` # opiseme četnosti do y
- `plot(x,y,pch=16)` # nakresli body v modu 16 = vyplněné kolečko
- `lines(x,y)` # spoji nakreslené body ... najedeme na file – lze uložit obrázek v jpg, pdf

v R, pokračování příkladu:

- `rely <- (1/length(obleky))*y # spocte rel cetnosti`
- `kumy <- y # do promenne kumy si pripravime vektor cetnosti,`
- `for (i in 2:length(kumy)) kumy[i] <- kumy[i]+kumy[i-1] # kum cetnosti jsou hotovy!!!!`
- `relkumy <- (1/length(obleky))*kumy # rel kum cetnosti`

c) Modus = 41 = median ... vidíme z tabulky četností

- `mean(obleky) # vypocete prumer`
- `rozptyl <- function (x) ((length(x)-1)/length(x))*var(x) # definuje funkci rozptylu`
- `rozptyl(obleky) # vypocete rozptyl merenych hodnot 2.534972`
- `sqrt(rozptyl(obleky)) # vypocete smerodatnou odchylku mereni 1.592159`

v R, dokončení příkladu:

d) Určete variační rozpětí a mezikvartilové rozpětí velikosti obleků:

- `max(obleky)-min(obleky)` # variační rozpětí
 - `quantile(obleky, c(0.25,0.75),type=2)` # najde dolní a horní kvartil
- # odečtením obou hodnot máme mezikvartilové rozpětí

Příklad o 75 učitelích z Hindlse (str.23):

tento příklad dělat nemusíte, je zde jen historicky a kvůli pokynům jazyka R

- Jsou zadány počty let praxe jednotlivých 75 učitelů...
 - a) sestavte intervalové rozdělení četností pro tato data,
 - b) vypočtete vážený průměr, vážený rozptyl a směrodatnou odchylku jen zhruba pomocí těchto četností.

**Příklad o 75 učitelích z Hindlse (str.23):
tento příklad dělat nemusíte, je zde jen historicky a kvůli
pokynům jazyka R**

Zadání tabulky dat:

- `mojedata<- data.frame(trida=numeric(0),praxe=numeric(0))`
- `mojedata<-edit(mojedata)`
- `# a) nadefinujeme sloupce „platová třída“ a „délka praxe“`
- `# b) edit(moje data) vyvolá tabulku, do které data napíšeme`
- `> attach(mojedata) # tento příkaz aktivizuje práci s tabulkou`

Příklad o 75 učitelích z Hindlse (str.23):

tento příklad dělat nemusíte, je zde jen historicky a kvůli pokunům jazyka R

- `table(praxe)` # rozdělení četnosti je nedostatečné, protože ve většině skupin je málo měření ... musíme některé četnosti sloučit
- `hist(praxe)` # program si sám sloučí četnosti do intervalů délky 5 jednotek
- `hist(praxe, col=6:7, breaks= c(0,10,20,30,40,50))`
sloučí četnosti do intervalů délky 10

Abychom získali i četnosti číselně, musíme „nasekat“ hodnoty do intervalů:

- `meze<- c(0,10,20,30,40,50)`
- `intervaly<- cut(praxe, meze)`
- `table(intervaly)` # získáme četnosti (21,29,15,8,2)

A zbývá vypočítat průměr, rozptyl a odchylku:
tento příklad dělat nemusíte, je zde jen historicky a kvůli pokunům jazyka R

Přesně, pokud máme k dispozici měření ve vektoru „praxe“:

- `mean(praxe) # = 16.68`
- `rozptyl(praxe) # = 104.7243`
- `sqrt(rozptyl(praxe)) # = 10.23349`

○ **# pokud bychom měli k dispozici jen tabulku četností, lze tyto parametry odhadnout pomocí vzorců pro četnosti, jako x_j vezmeme středy intervalů četností:**

$$\bar{x} \doteq \frac{1}{75} \cdot (21 \cdot 5 + 29 \cdot 15 + 15 \cdot 25 + 8 \cdot 35 + 2 \cdot 45) = 17.13333333$$

$$s^2 \doteq \frac{1}{75} \cdot (21 \cdot 5^2 + 29 \cdot 15^2 + 15 \cdot 25^2 + 8 \cdot 35^2 + 2 \cdot 45^2) - 17.13333333^2 = 110.1156$$

$$s \doteq \sqrt{110.1156} = 10.4936$$

Příklad D, str. 159: př. na intervalové rozdělení četností ... pečlivě prostudujte

- Jsou zadány kupní ceny bytů ve velkých městech v roce 2007
...
 - a) proveďte pro ně intervalové rozdělení četností
 - b) sestavte tabulku relativních četností, kumulativních absolutních četností, kumulativních relativních četností pro tato data
 - c) najděte jen pomocí tabulky relat četností dolní a horní kvartil, medián, 0,85-kvantil ... **str. 192**

Příklad D v jazyce R:

Do vektoru „byty“ si zadáme naměřené ceny:

➤ `byty ← c(45061, 29031, 25436, 25078, 24567, 22768, 22425, 22215, 22083, 21794, 21456, 20894, 20319, 20162, 19221, 18200, 17332, 17327, 17217, 16369, 16343, 14897, 14546, 14316, 13829, 12975, 12736)`

○ **počet intervalů se doporučuje určit jako $1 + 3.3 \cdot \log_{10} n$:**

➤ `1 + 3.3 * log10(27)` # to je zhruba 5.7, čili zaokr. 6 intervalů

Šírku intervalů tedy určíme jako $(\max - \min) / 6$:

➤ `(max(byty) - min(byty)) / 6` # spočte se 5387.5, zaokrouhline na 5400

Příklad D v jazyce R, druhá část - začátek:

Určíme meze s krokem 5400, které pokrývají všechna měření:

➤ `bmeze <- c(12700, 18100, 23500, 28900, 34300, 39700, 45100)`

nasekáme hodnoty do daných intervalů pomocí funkce `cut`:

➤ `bintervaly <- cut(byty, bmeze)`

➤ `table(bintervaly)` # získali jsme četnosti (11,11,3,1,0,1)

➤ `cetnost <- c(11,11,3,1,0,1)`

Relativní a kumulativní četnosti budou teď už malina

Příklad D v jazyce R, druhá část - konec:

Relativní četnosti v jazyku R:

➤ `rcetnost <- (1/length(byty))* cetnost`

kumulativní četnosti:

➤ `kcetnost <- cetnost # jen priprava vektoru na kum cetnosti`

➤ `for (i in 2:length(kcetnost)) kcetnost[i]<-kcetnost[i]+kcetnost[i-1]`

➤ `rkcetnost <- (1/length(byty))*kcetnost`

`kcetnost ... vector kum cetnosti,`

`rkcetnost ... vector rel kum cetnosti`

Poznámka: třetí část viz příprava vyučujícího;
V jazyku R najdeme kvantily v soboru snadno:

➤ `quantile(byty, c(0.25,0.50,0.75,0.85),type=2)`
najde dane kvantily snadno a přesně

ROZDÍL MEZI POJMY *průměr, medián, modus*

příklad na průměr, medián, modus mzdy v ČR ... jen histogram náhodně vybraných 200 osob

ROZDÍL MEZI POJMY *průměr, medián, modus*

Tedy: **modus** = hodnota, která nastává nejčastěji (jakýsi bod nebo interval, ve kterém se veličina=znak vyskytuje nejčastěji)

Medián ... hodnota, která rozděluje soubor jednotek na dvě stejně početné skupiny

Průměr ... může být zkreslený odlehlou hodnotou (extrémně malá životnost, velký plat)

Dva střelci střílí do stejného terče – mají stejný průměr, stejný modus i stejný medián, a přece se něčím liší: **jak je to možné?**

Čím tedy porovnáme jejich výkon? Jakou hodnotou či veličinou?

(variabilita ... na ZŠ se neprobírá, jen snad otázka v olympiádě či jiných matematických soutěžích)

Skriptum MA0008, úloha 2.2: př. na intervalové rozdělení spojité veličiny

Pro daná data

- a) Proveďte intervalové rozdělení četností, odhadněte jen pomocí četností jejich průměr a rozptyl
- b) Najděte 0,25-kvantil, 0,65-kvantil, 0,75-kvantil jen podle tabulky četností

Int.	<0;3)	<3;6)	<6;9)	<9;12)	<12;15)	<15;∞)
Střed	1,5	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5
n _i	14	9	2	2	1	1

$$\bar{x} \doteq \frac{1}{29} \cdot (14 \cdot 1,5 + 9 \cdot 4,5 + 2 \cdot 7,5 + 2 \cdot 10,5 + 13,5 + 16,5) = 4,4$$

$$s^2 \doteq \frac{1}{29} \cdot (14 \cdot 1,5^2 + 9 \cdot 4,5^2 + 2 \cdot 7,5^2 + 2 \cdot 10,5^2 + 13,5^2 + 16,5^2) - 4,4^2 = 15,28$$

$$s \doteq \sqrt{15,28} = 3,909$$

○ pořadí = 0,25 · 30 = 7,5, a tedy $x_{0,25} = 0 + \frac{7,5-0}{14} \cdot 3 = 1,607$

pořadí = 0,65 · 30 = 19,5, a tedy $x_{0,65} = 3 + \frac{19,5-14}{9} \cdot 3 = 4,83$

pořadí = 0,75 · 30 = 22,5, a tedy $x_{0,75} = 3 + \frac{22,5-14}{9} \cdot 3 = 5,83$