
Úloha č. 6: Měření horizontální složky intenzity Zemského magnetického pole

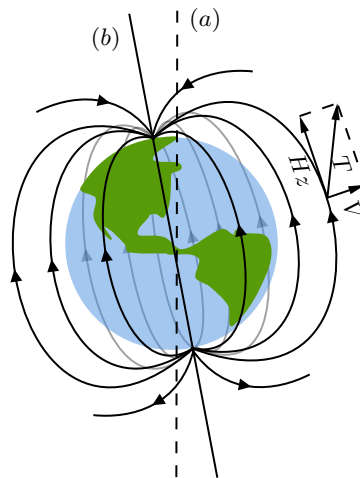
Úkol:

1. Určete horizontální složku magnetického pole Země

- (a) Gaussovou metodou
- (b) Tangetovou bužolou

V okolí Země existuje magnetické pole. Znalost průběhu tohoto pole je významná pro mnohé obory. Jmenujme zde alespoň geografii, topografii, význam průběhu a variací magnetického pole pro geology, pracovníky telekomunikačních spojů a v posledních letech také pro základní a aplikovaný výzkum vesmíru.

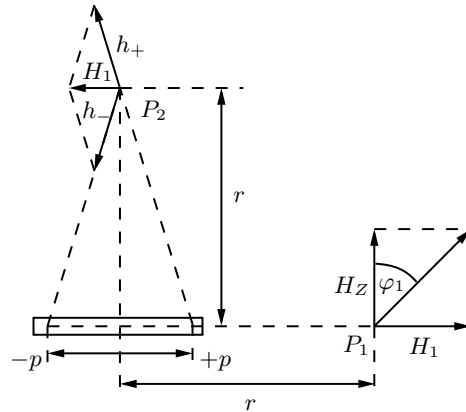
Průběh a vlastnosti tohoto pole lze popsat pomocí průběhu magnetických siločar (obr. 1) případně hodnotou intenzity pole. Z Coulombova magnetostatického zákona vyplývá, že intenzita magnetického pole udává sílu, kterou dané pole v určitém místě působí na jednotkové magnetické množství. V každém místě lze vektor intenzity pole T rozložit na dvě složky: horizontální $-H_z$ a vertikální $-V$. Přístroje určené k měření zemského magnetického pole měří zpravidla jen jednu z obou složek. Soustředíme se na stanovení horizontální složky H_z .



Obrázek 1: Průběh magnetického pole Země. (a)-zemská osa, (b)-magnetická osa

Stanovení horizontální složky Gaussovou metodou (magnetometrem)

Princip této metody spočívá ve srovnání intenzity H_z a intenzity pomocného magnetu. Toto srovnání se provádí ve dvou Gaussových polohách. (obr. 2) magnetometrem a magnetickou střílkou jako dektorem.



Obrázek 2: Gaussovy polohy

1. Gaussova poloha:

Magnet redukované délky l vzbuzuje v bodě P_1 pole, jehož intenzita ve vzduchu je dána podle Coulombova zákona

$$4\pi\mu_0 H_1 = \frac{P}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{P}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \quad (1)$$

Úpravou vztahu (1) dostaneme

$$H_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{2M}{r^3 (1 - \lambda^2)^2} \quad (2)$$

kde $\lambda = l/2r$ a $M = p_1$ je magnetický moment magnetu (součin magnetického množství na jednom pólu a vzdáleností pólů - redukované délky magnetu).

2. Gaussova poloha:

V místě P_2 vzbuzuje kladné množství p magnetu intenzitu.

$$4\pi\mu_0 h_+ = \frac{p}{r^2 + \frac{l^2}{4}} = \frac{p}{r^2 (1 + \lambda^2)} \quad (3)$$

Stejně silné pole h_- budí v bodě P_2 záporné množství. Jeho směr je však souměrný k rovnoběžce vedené bodem P_2 k magnetické ose magnetu. Výslednice H_2 obou polí je proto rovnoběžná s touto osou a platí úměra

$$\begin{aligned} H_2 : h_+ &= 1 : r\sqrt{1 + \lambda^2} \\ H_2 &= \frac{1}{4\pi \cdot \mu_0} \cdot \frac{M}{r^3(1 + \lambda^2)^{3/2}} \ll \end{aligned} \quad (4)$$

Známe tedy intenzity H_1 a H_2 magnetického póle pomocného magnetu v bodech P_1 a P_2 . Z obr. 2 je zřejmé, že magnetická střílka umístěná v bodě P_1 se vychýlí vlivem tohoto pole o úhel φ_1 a bude platit

$$\tan \varphi_1 = \frac{H_1}{H_z} = \frac{1}{4\pi \cdot \mu_0 \cdot H_z} \cdot \frac{2M}{r^3(1 - \lambda^2)^2} \quad (5)$$

a obdobně v místě P_2 se vychýlí o úhel φ_2 , pro nějž platí

$$\tan \varphi_2 = \frac{H_2}{H_z} = \frac{1}{4\pi \cdot \mu_0 H_z} \cdot \frac{M}{r^3(1 + \lambda^2)^{3/2}} \quad (6)$$

Stanovení veličiny H_z by stačila pouze jedna z rovnic (5), (6). Abychom však snížili vliv měřících chyb použijeme obou rovnic, u členu $(1 \pm \lambda^2)$ je však v dalším třeba dosáhnout stejného exponentu. Proto vztah (5) umocníme na třetí, vztah (6) na čtvrtou, tedy

$$\begin{aligned} \left(\frac{M}{4\pi \cdot \mu_0 \cdot H_z} \right)^3 &= \frac{r^9}{8} (1 - \lambda^2)^6 \tan^3 \varphi_1 \\ \left(\frac{M}{4\pi \cdot \mu_0 \cdot H_z} \right)^4 &= r^{12} (1 + \lambda^2)^6 \tan^4 \varphi_2 \end{aligned} \quad (7)$$

Vzájemným vynásobením posledních dvou rovnic dostaneme

$$\left(\frac{M}{4\pi \cdot \mu_0 \cdot H_z} \right)^7 = (1 - \lambda^4)^6 \frac{r^{21}}{8} \tan^3 \varphi_1 \tan^4 \varphi_2 \quad (8)$$

protože však $r > 1$, je $\lambda^4 \ll 1$ a vztah se zjednoduší

$$\frac{M}{H_z} = 4\pi \mu_0 r^3 \sqrt[7]{\left(\frac{1}{2} \tan \varphi_1 \right)^3 \tan^4 \varphi_2} \quad (9)$$

Obecný geometrický průměr lze nahradit obecným aritmetickým průměrem, který se liší jen o veličinu řádu λ^4 (viz poznámka) a dostávám

$$A = \frac{M}{H_z} = \frac{4\pi \cdot \mu_0 \cdot r^3}{7} \left(\frac{3}{2} \tan \varphi_1 + 4 \tan \varphi_2 \right) \quad (10)$$

Poznámka: Z rovnic (5) a (6) plyne $\tan \varphi_2 \doteq \frac{1}{2} \tan \varphi_1 (1 + \frac{7}{2} \lambda^2)$. Je-li $b = a(1 + \varepsilon)$, kde $\varepsilon \ll 1$, pak z binomické věty plyne

$$\begin{aligned} \sqrt[7]{a^3 b^4} &= a(1 + \varepsilon)^{4/7} = a \left(1 + \frac{4}{7} \varepsilon - \frac{6}{49} \varepsilon^2 + \dots \right) \\ &= \frac{3a + 4b}{7} - \frac{6a}{49} \varepsilon^2 + \dots \end{aligned}$$

Pak člen $(6/49) \varepsilon^2$ zanedbáme, protože je přibližně roven $\frac{3}{2} \lambda^4$.

Ve vztahu (10) je ještě jedna neznámá, totiž magnetický segment M magnetu. Tuto veličinu lze určit z doby kyvu magnetu v homogenním magnetickém poli. Zde působí na magnet dvojice sil $= pH_z \sin \varepsilon = pH_z \varphi$ (obr. 3). Pohyb magnetu je popsán pohybovou rovnicí

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + MH_z \varphi + D\varphi = 0 \quad (11)$$

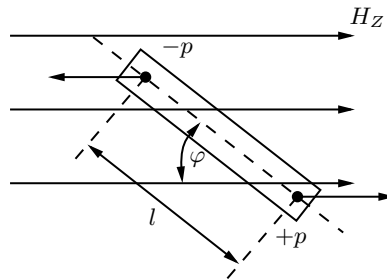
kde J = moment setrvačnosti magnetu, D = torze závěsu. Zpravidla se provádí toto měření s vláknem s malou torsí tj. $D \doteq 0$. Kruhová frekvence kmitů je dána vztahem

$$\omega^2 = \frac{MH_z}{J} \quad (12)$$

a tedy

$$B = MH_z = \frac{\pi^2 J}{\tau_O^2} \quad (13)$$

kde τ_O^2 je doba kyvu magnetu.



Obrázek 3: Magnet v homogénním magnetickém poli

Vztahy (10) a (13) nám udávají veličiny $A = M/H_z$ a $B = MH_z$ odkud

$$H_z = \sqrt{B/A} \quad (14)$$

Poznámka: Moment setrvačnosti válcového magnetu

$$J = \frac{m}{4} \left(R^2 + \frac{l^2}{3} \right) \quad (15)$$

kde m je hmotnost magnetu, l je jeho délka a R je poloměr podstavy pro tyčový magnet

$$J = \frac{1}{12} m(l^2 + a^2) \quad (16)$$

kde a -je šířka magnetu, na výšce nezáleží.

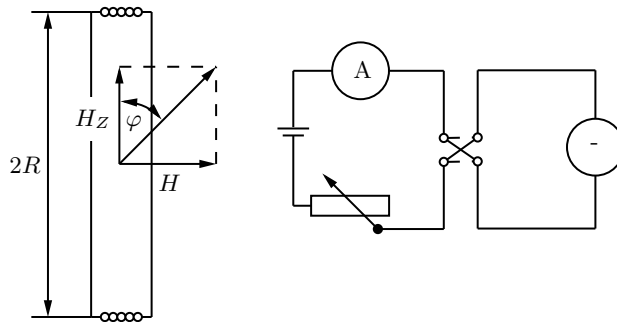
Stojí za zmínku, že obdobným postupem lze explicitně stanovit magnetický moment magnetu M , vezme-li $\sqrt{AB} = M$, odkud lze snadno stanovit velikost magnetizace $i = M/V$, kde V je objem magnetu.

Stanovení horizontální složky tangentovou buzou

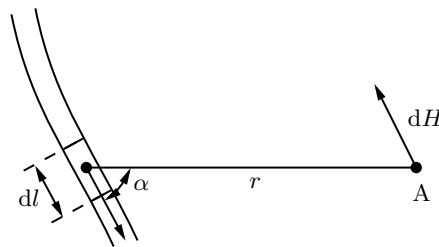
Pomocné magnetické pole jehož intenzita H se skládá s intenzitou H_z je možné vyvolat také průchodem elektrického proudu závitů cívky, uvnitř které se nachází magnetická stříška. Toto je princip tangentové buzoly (obr. 4). Velikost intenzity H lze stanovit z Biot - Savartova zákona

$$dH = \frac{I dl \sin \alpha}{4\pi r^2} \quad (17)$$

kde I je intenzita proudu procházejícího závitů cívky, dl - element proudovodiče, r - vzdálenost bodu v němž vyšetřujeme intenzitu pole od elementu dl a α - úhel, který svírá průvodič r a element dl (obr. 4).



Obrázek 4: Princip tangentové buzoly a její zapojení do elektrického obvodu



Obrázek 5: Element proudovodiče d vytváří v bode A magnetické pole intenzity dH kolmé k rovině proložené elementem d a průvodičem r

V našem případě se redukuje úloha na stanovení intenzity H ve středu kruhového závitu o poloměru R . Zřejmě je $\alpha = \pi/2$, pak

$$H = \frac{I}{4\pi r^2} \int_0^{2\pi R} dl \quad (18)$$

což po integraci dává

$$H = \frac{I}{2R} \quad (19)$$

Má-li cívka n závitů, pak

$$H = \frac{NI}{2R} \quad (20)$$

Obr. 22.: Element proudovodiče d vytváří v bodě A magnetické pole intenzity dH kolmé k rovině proložené elementem d a průvodičem r .

Z obr. 22.4. vyplývá, že

$$H_z = \frac{NI}{2R \tan \varphi} \quad (21)$$

Poznámka: Korektní použitelnost vztahu (14) je omezena goniometrickými rozměry zařízení. V ideálním případě by měla mít magnetická střílka nekonečně malé rozměry ve srovnání s R , protože vztah (14) byl odvozen za předpokladu znalosti magnetické indukce B ve středu závitů. Tento fakt také ovlivňuje výsledky měření s magnetometrem.

Úkoly pro měření:

Změřte H_z pomocí magnetometru pro tři vzdálenosti r .

Změřte H_z tangentovou buzou, alespoň pro 10 hodnot proudu.

Porovnejte výsledky měření (1) a (2) s tabelovanou hodnotou pro dané místo.

Orientační postup

- Zapojte obvod podle schématu.
- Nastavíme polohu buzoly tak, aby střílka ukazovala polohu 0° .
- Nastavujeme hodnoty proudu od $0 - 8$ A a odečítáme výchylku na buzole při obou polaritách procházejícího proudu.
- Podle hodnot z tabulky vypočtete průměrnou hodnotu úhlů pro jednotlivé proudy a celkovou průměrnou hodnotu.

Literatura:

Z. Horák, Praktická fyzika, SNTL Praha (1958).

S. E. Friš, A. V. Tímireva, Kurz fyziky II, NČSAV Praha (1953).

J. Brož a kol., Základy fyzikálních měření I, SFN Praha (1983).