P3

Zápočtová písemná práce předmětu IMAp02 (max. 18 bodů)

1. Je dána množina $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Určete výčtem prvků množiny A, B, jestliže platí:

$$Z = A \cup B \ \wedge \ \{1, 3, 4, 5\} \subset A - B \ \wedge \ 2 \notin B \ \wedge \ B \neq \emptyset.$$

Situaci zakreslete pomocí Vennových diagramů.

2. Nechť p, q, r jsou výrokové formule. Rozhodněte a zdůvodněte, zda následující zápis je zápisem správného pravidla odvozování:

$$\frac{p \Leftrightarrow q,\ q \Rightarrow \neg r}{p \vee \neg r}.$$

3. V množině $A = \{1, 2, 3, 4\}$ jsou definovány binární relace:

$R_1 = \{[1, 1], [2, 1], [3, 2], [4, 4]\}$,
$S = \{[4, 3], [3, 2], [1, 1], [2, 2]\}$.

Zapište výčtem prvků binární relaci $R_1 \circ S$, $(R_1 \circ S)^{-1}$, $(R_1 \circ S)'$. Rozhodněte a zdůvodněte, zda relace $R_1 \circ S$ je uspořádání v množině A.

4. Je dána množina $M = \{1, 2, 3\}$. Zapište výčtem prvků binární relaci

$$R_2 = \{[x, y] \in M \times M; x < 3 \Rightarrow x + y = 3\}.$$

Určete, které z vlastností $\mathcal{R}$, $\mathcal{AR}$, $\mathcal{S}$, $\mathcal{AS}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{SO}$ má binární relace R_2. Rozhodněte a zdůvodněte, zda je relace R_2 relací ekvivalence na množině M. Pokud ano, určete třídy rozkladu příslušejícího relaci R_2.

5. Jsou dány množiny $A = \{a, b, 1, c\}$, $B = \{1, 2, c, 3\}$.

   a) Zapište výčtem prvků binární relaci R_1 z množiny A do množiny B, která není zobrazení.
   b) Určete přesně typ zobrazení $Z = \{[c, 1]\}$ z množiny A do množiny B a rozhodněte, zda je prosté.
   c) Zapište výčtem prvků jedno vzájemně jednoznačné zobrazení množiny A na množinu B.

6. Vysvětlete pojmy:

   a) binární relace R z množiny A do množiny B,
   b) relace inverzní k binární relaci R v množině M,
   c) relace R je symetrická v množině M,
   d) lineární uspořádání v množině M,
   e) množiny A, B jsou ekvivalentní.